

# Optimierung magnetisierter Spiegel für das BRASS-Experiment

(Optimization of magnetized mirrors for the BRASS experiment)

von

**Melanie Viola Schmitz**

geboren am

02. Juni 1995

Bachelor-Arbeit im Studiengang Physik

Universität Hamburg

2017

**1. Gutachter:** Prof. Dr. Dieter Horns

**2. Gutachter:** Dr. Andrei Lobanov



## Zusammenfassung

Eins der derzeit wichtigsten Ziele der Physik ist die Suche nach Kandidaten für Dunkle Materie. Bisher ist noch nicht geklärt, welche Teilchen diese Materieform bilden. Sehr schwach wechselwirkende leichte Teilchen sind aktuell prominente und aussichtsreiche Anwärter, darunter Hidden Photons und axionähnliche Teilchen (ALPs). Diese Arbeit beinhaltet die Optimierung der Magnetanordnung eines geplanten Experiments zum Nachweis von ALPs. Diese Anordnung wird derzeit durch das Halbach-Array dargestellt.

Durch die Einführung von Polschuhen wird die zur Oberfläche parallele Magnetfeldkomponente in der Lücke zwischen den Polschuhen verstärkt. Diese Komponente ist notwendig für die Konversion von ALPs in Photonen um ALPs nachzuweisen. In der folgenden Arbeit wird untersucht, wie sich diese Magnetfeldkomponente bei variierenden Polschuhkonfigurationen und Magnetabständen verhält. Dabei werden kubische Neodym (bzw. NdFeB) Magnete und Polschuhe aus Eisen gewählt. Zudem wird der Aufbau mit dem Halbach-Array verglichen. Mit Messungen einer festen Polschuhkonfiguration werden die Simulationsergebnisse überprüft.

Es werden zwei verschiedene Anordnungen untersucht. Ein Aufbau besteht aus kubischen Neodym Magneten der Kantenlänge 12 mm. Für die andere Anordnung werden Magnete der Kantenlänge 60 mm verwendet, in der die Polschuhlücke einen prozentual kleineren Teil der Gesamtfläche der Anordnung ausmacht.

Im Optimierungsverfahren zeigt sich, dass mit den großen Magnetblöcken effektivere Verläufe der Magnetfeldkomponente bei Veränderungen der Polschuhe erzielt werden als mit den 12 mm großen Blöcken. Zudem wird in dem Vergleich beider Anordnungen mit dem Halbach-Array deutlich, dass der Aufbau mit den großen Blöcken durch das stärkere parallele Magnetfeld in der Polschuhlücke den höheren Konversionsflächenverlust mehr als kompensiert. Diese Anordnung liefert bessere Werte für die zur Oberfläche parallele Magnetfeldkomponente als das Halbach-Array, während der Aufbau mit den kleinen Blöcken bei denselben Polschuhkonfigurationen schlechtere Werte erzielt.

Die Messwerte der festen Konfiguration liegen etwa  $0,08 - 0,15$  T unter den Simulationsergebnissen. Dies liegt an dem verwendeten Eisen und Lücken, gefüllt mit Klebstoff, zwischen den Magneten. Hinzu kommt, dass verschiedene Magnetgüten in der Messung und der Simulation verwendet werden.

## Abstract

One of the current main objectives of physics is the search for candidates for dark matter. So far, it is not clear yet which particles form this type of matter. Very weakly interacting light particles are currently prominent and promising candidates, including Hidden Photons and Axion like particles (ALPs).

This work involves the optimization of the magnet arrangement of a planned experiment for the detection of ALPs. This arrangement is currently represented by the Halbach array.

By the introduction of pole shoes, the magnetic field component parallel to the surface is strengthened in the gap between the pole shoes. This component is necessary for the conversion of ALPs into photons in order to detect ALPs.

The following work investigates how this magnetic field component is applied to varying pole shoe configurations and magnetic spacings. Cubic neodymium (Nd-FeB) magnets and pole shoes made of iron are chosen. In addition, the structure is compared with the Halbach array. With measurements of a fixed pole shoe configuration, the simulation values are checked.

Two different arrangements are investigated. One structure consists of cubic neodymium magnets with an edge length of 12 mm. For the other arrangement, magnets of the edge length of 60 mm are used, in which the gap between the pole shoes covers a smaller percentage of the total area of the arrangement.

In the optimization process it is shown that with the large magnetic blocks more effective trajectories of this magnetic field component are achieved when the pole shoes are changed than with the 12 mm blocks. In addition, comparing both arrays with the Halbach array makes it clear that the arrangement with the large blocks more than compensates for the higher conversion area loss due to the stronger parallel magnetic field in the gap between the pole shoes. This arrangement provides better values for the magnetic component, which is parallel to the surface, than the Halbach array, while the low-block design achieves worse values with the same pole shoe configurations.

The measured values of the fixed configuration are about 0,08 – 0,15 T below the simulation values. This is due to the used iron and gaps, filled with glue, between the magnets. In addition, different magnetic grades are used in measurement and simulation.

## **Erklärung zur Eigenständigkeit**

Hiermit bestätige ich, dass die vorliegende Arbeit von mir selbstständig verfasst wurde und ich keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel - insbesondere keine im Quellenverzeichnis nicht benannten Internet-Quellen - benutzt habe und die Arbeit von mir vorher nicht einem anderen Prüfungsverfahren eingereicht wurde. Die eingereichte schriftliche Fassung entspricht der auf dem elektronischen Speichermedium. Ich bin damit einverstanden, dass die Bachelorarbeit veröffentlicht wird.

Melanie Schmitz, Hamburg, den 10. September 2017

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	WISPs als Dunkle Materie . . . . .	2
1.1.1	Axionen und ALPs . . . . .	2
1.2	Der Nachweis von Hidden Photons und axionähnlichen Teilchen . . . . .	3
1.2.1	Hidden Photons . . . . .	5
1.2.2	Axionähnliche Teilchen . . . . .	10
1.3	FEMM Version 4.2 . . . . .	12
<b>2</b>	<b>Optimierung der magnetisierten Spiegel</b>	<b>14</b>
2.1	Einführung von Polschuhen . . . . .	15
2.2	Das Optimierungsverfahren . . . . .	17
2.3	Messung einer festen Konfiguration . . . . .	21
<b>3</b>	<b>Ergebnisse</b>	<b>24</b>
3.1	Ergebnisse der Simulation mit <b>FEMM</b> . . . . .	24
3.2	Ergebnisse der Messung . . . . .	36
<b>4</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>43</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>45</b>
	<b>Anhang</b>	<b>46</b>

## 1 Einleitung

Da grundlegende Hinweise auf Dunkle Materie sowie dessen frühe Geschichte nicht in der Einleitung vorkommen, sei auf [1] und [2] verwiesen.

Astrophysikalische Beobachtungen des Universums zeigen, dass die sichtbare Materie nur einen kleinen Teil der gesamten Masse im Universum bilden kann oder ansonsten eine neue Theorie der Gravitation erforderlich ist. Da sich die Allgemeine Relativitätstheorie als Gravitationstheorie bewährt hat, liegt es nahe anzunehmen, dass es eine weitere unbekannt Form von Materie gibt. Bis heute gibt es verschiedene Theorien über die Natur dieser Materieform, die als Dunkle Materie bezeichnet wird. Der Nachweis oder die genauere Analyse der dafür zuständigen Teilchen ist bisher jedoch ausgeblieben. Es gibt zahlreiche Kandidaten, die in verschiedenen Experimenten nachgewiesen werden könnten. Einige davon werden unter dem Begriff *WISP* (für „*weakly interacting slim particles*“) zusammengefasst. Dabei handelt es sich um Teilchen, die nur schwach mit jenen aus dem Standardmodell der Teilchenphysik interagieren und zudem sehr leicht sind. Zwei prominente *WISP*-Kandidaten sind *Hidden Photons* (HP) und *axionähnliche Teilchen* (ALP für „*axion-like particles*“). Sie sind als Dunkle Materie nicht-relativistisch und werden damit zur Kalten Dunklen Materie gezählt. Sie haben die Gemeinsamkeit, dass ihre dominanten Wechselwirkungen mit Teilchen aus dem Standardmodell mit Photonen stattfinden. Diese Eigenschaft wird genutzt um HPs und ALPs in Experimenten nachzuweisen. Dafür bereits entwickelte Experimente sind jedoch bislang mit Nachteilen behaftet, die in einem neuen Konzept umgangen werden. Dabei konvertieren HPs und ALPs auf leitenden Oberflächen zu Photonen. Diese Oberflächen emittieren daraufhin elektromagnetische Strahlung. Durch sphärisch gekrümmte Spiegel kann diese Strahlung dann in einen Detektor fokussiert werden.

Im nächsten Unterabschnitt wird zur Einführung dargestellt, warum *WISPs*, insbesondere ALPs, Anwärter für Dunkle Materie sind. Darauf folgend wird die Theorie des neuen

Konzeptes dargelegt, wobei zur Einfachheit zuerst die HPs betrachtet werden und folgend die ALPs. Zum Schluss wird kurz das in dieser Arbeit verwendete Programm **FEMM** Version 4.2 (siehe [3]) vorgestellt.

### 1.1 WISPs als Dunkle Materie

Dunkle Materie-Teilchen interagieren sehr schwach mit Teilchen aus dem Standardmodell und müssen zudem kalt genug sein, um eine effiziente Strukturbildung zu ermöglichen. Zudem müssen sie auf kosmologischen Zeitskalen stabil sein. Die naheliegendste Verwirklichung dieser Eigenschaften geschieht durch WIMPs (englisch für „weakly interacting massive particles“), Teilchen, die nur schwach wechselwirken und eine hohe Masse bis zu einigen TeV besitzen. Dies ist naheliegend, da unter der Annahme, dass die Teilchen im frühen Universum thermisch produziert wurden, ihre hohen Massen dafür gesorgt haben, dass sie mittlerweile nicht-relativistisch, also kalt, sind. Auch sorgt die hohe Masse dafür, dass die Wechselwirkungen sehr schwach sind und nur eine sehr geringe Reichweite haben. Suchen am Large Hadron Collider (LHC) am Cern in Genf haben jedoch bisher noch keine Anzeichen dafür ergeben, dass tatsächlich WIMPs existieren. Von daher gibt es bereits weitere Kandidaten für Dunkle Materie. Eine ausreichende Stabilität der Dunklen Materie kann ebenfalls durch schwach wechselwirkende Teilchen mit geringen Massen im sub-eV-Bereich verwirklicht werden. Diese Teilchen werden WISPs genannt (englisch für „weakly interacting slim particles“ oder auch „weakly interacting sub-eV particles“). Durch die kleinen Massen wird der Phasenraum drastisch reduziert, wodurch die Lebensdauer der Teilchen erhöht wird (es ist keine R-Parität nötig)[4]. Zu ihnen zählen unter anderem Axionen, axionähnliche Teilchen (ALPs), Hidden Photons (HPs), Teilchen mit Miniladungen (milli-charged particles), Kaluza-Klein-Moden und Chameleons. Sie besitzen alle die Eigenschaft, dass sie schwach an Photonen koppeln bzw. schwach mit Photonen mischen, wodurch sie in sensitiven Experimenten detektiert werden können[5].

#### 1.1.1 Axionen und ALPs

Axionen sind Pseudo-Skalare, die das starke CP-Problem lösen. Sie resultieren aus der spontanen Brechung der sogenannten „Peccei-Quinn“-Symmetrie, wodurch das starke CP-

Problem gelöst wird. Genauer zur „Peccei-Quinn“-Symmetrie kann in [6] gefunden werden. Das Axion ist ein sogenanntes pseudo-Nambu-Goldstone-Boson und besitzt eine extrem kleine Masse mit  $m_a \approx 6 \text{ meV}(10^9 \text{ GeV}/f_a)$  mit der Zerfallskonstanten  $f_a$ . Es koppelt an Gluonen, Photonen und Fermionen aus dem Standardmodell.

Durch die spontane Brechung weiterer Symmetrien gehen weitere pseudo-Nambu-Goldstone-Bosonen, ebenfalls Pseudo-Skalare, mit axionähnlichen Eigenschaften hervor: ALPs. Sie koppeln an Photonen und besitzen im Gegensatz zu Axionen aufgrund einer Vielzahl an möglichen Theorien ein weites Spektrum für mögliche Massen (siehe Abb. 1b). ALPs (und Axionen) könnten die Dunkle Materie ausmachen und komplett oder teilweise den galaktischen Halo bilden[4]. Wurden ALPs thermisch während des Urknalls produziert, ist ihre Geschwindigkeit wegen ihrer geringen Masse relativistisch, was bedeutet, dass sie nicht zur Kalten Dunklen Materie beitragen können. Durch den sogenannten *vacuum misalignment mechanism* können ALPs jedoch auch nicht-thermisch produziert werden und sind somit wieder ein Anwärter für Kalte Dunkle Materie.

Wenn es ALPs während der Inflation gegeben hat, sollten primordiale Temperaturfluktuationen der ALPs im kosmischen Mikrowellenhintergrund existieren. Danach kann z.B. mit dem Planck-Satelliten gesucht werden. Desweiteren gibt es astrophysikalische Probleme, die durch die Existenz von ALPs gelöst werden können, wie z.B. der nicht standardmäßige Energieverlust von weißen Zwergsternen oder die anormale Transparenz des Universums für TeV-Gammastrahlen.

Für weitere Informationen zu WISPs, Axionen und ALPs sei auf [4] und [7] verwiesen.

## 1.2 Der Nachweis von Hidden Photons und axionähnlichen Teilchen

Die Informationen dieses Unterabschnitts wurden aus [8] entnommen.

ALPs und HPs sind zwei der prominentesten Kandidaten der WISPs. Beide besitzen ein sehr weites Parameterspektrum für mögliche Massen. Abbildung 1 zeigt diese Spektren für beide Kandidaten.

Nachweise dieser Teilchen könnten über sogenannte *Haloskope* stattfinden. Diese nutzen Kavitäten, in denen die Konversion von WISPs als Dunkle Materie zu Photonen verstärkt wird. Dabei werden hohe Sensitivitäten erreicht. Für einen wesentlichen Nachteil der Haloskope ist jedoch das weite Parameterspektrum der ALP-Masse und HP-Masse verant-

wortlich. Die Frequenz der Kavität muss der Energie der ALPs bzw. HPs entsprechen. Da Kalte Dunkle Materie nicht-relativistisch ist, gleicht die Energie der Masse der Teilchen. Wegen des weiten Parameterspektrums benötigt man von daher einen breitbandigen langsamen Scan über dieses Spektrum. Eine Idee für solch einen Breitband-Scan ist, die elektromagnetische Strahlung für die Detektion zu nutzen, welche von einer geladenen Oberfläche emittiert wird, die von Kalter Dunkler Materie angeregt wird.

Im Folgenden werden zuerst die HPs betrachtet und anschließend die ALPs, da die Zusammenhänge für die HPs recht einfach nachvollzogen werden können und für die ALPs lediglich Ergänzungen zu den analogen Zusammenhängen notwendig sind. Dieser Abschnitt dient dazu, die Idee und die theoretischen Grundlagen des Experiments darzulegen.

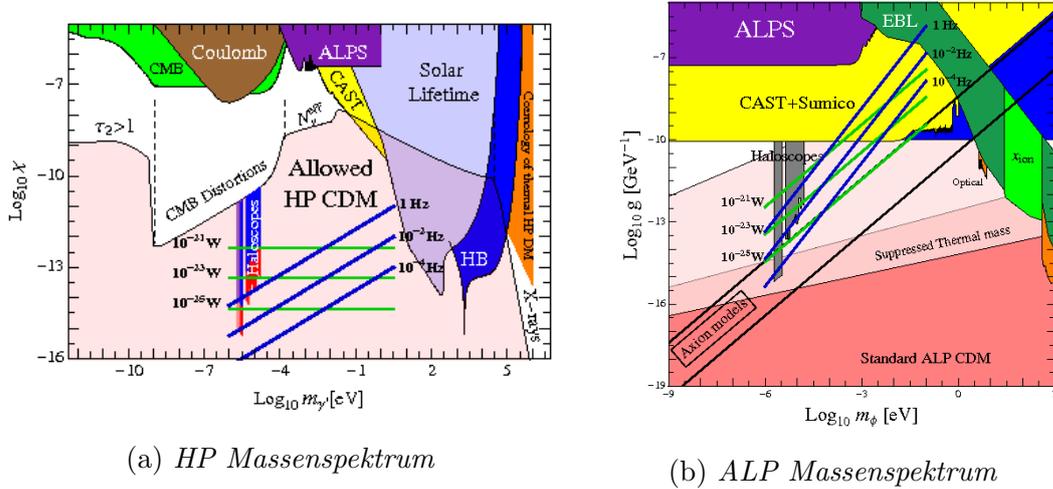


Abbildung 1: Parameterspektren für die Massen von HPs und ALPs. Die erlaubten Parameterbereiche sind rot dargestellt (für HP Dunkle Materie) bzw. in verschiedenen Rotstufen (für ALP Dunkle Materie). Die anderen Regionen wurden bereits durch verschiedene Experimente ausgeschlossen. Die grünen Linien entsprechen der Sensitivität der Suche mit einer sphärischen Antenne (für  $1 \text{ m}^2$ ) mit Detektorsensitivitäten von  $10^{-21}$ ,  $10^{-23}$  und  $10^{-25} \text{ W}$  (in der Abbildung absteigend). Die blauen Linien sind analog für 1,  $10^{-2}$  und  $10^{-4}$  Photonen pro Sekunde (ebenfalls absteigend). Beide Bilder wurden entnommen aus [8].

### 1.2.1 Hidden Photons

HPs sind Vektorbosonen und werden auch „schwere“ oder „dunkle“ Photonen genannt[5].

HPs koppeln an Photonen über eine sogenannte *kinetische Mischung*,

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - \frac{1}{4}\tilde{X}_{\mu\nu}\tilde{X}^{\mu\nu} - \frac{\chi}{2}F_{\mu\nu}\tilde{X}^{\mu\nu} + \frac{m_{\gamma'}^2}{2}\tilde{X}_\mu\tilde{X}^\mu + J^\mu A_\mu. \quad (1)$$

Hierbei ist  $m_{\gamma'}$  die HP-Masse,  $J$  die elektromagnetische Stromdichte,  $\chi$  der dimensionslose Parameter des kinetischen Misch-Terms,  $A_\mu$  das normale Photon mit der Feldstärke  $F^{\mu\nu}$  und  $X^\mu$  das HP mit der Feldstärke  $X^{\mu\nu}$ .

Der kinetische Misch-Term kann mit der Transformation  $\tilde{X}^\mu \rightarrow X^\mu - \chi A^\mu$  eliminiert werden. Dadurch ergibt sich folgende Lagrange-Funktion,

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - \frac{1}{4}X_{\mu\nu}X^{\mu\nu} + \frac{m_{\gamma'}^2}{2}(X_\mu X^\mu - 2\chi A_\mu X^\mu + \chi^2 A_\mu A^\mu) + J^\mu A_\mu. \quad (2)$$

Mithilfe des Lagrangians kann die Bewegungsgleichung für ebene Wellen aufgestellt werden,

$$\left[ (\omega^2 - k^2) - m_{\gamma'}^2 \begin{pmatrix} \chi^2 & -\chi \\ -\chi & 1 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} \vec{A} \\ \vec{X} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (3)$$

mit der Frequenz  $\omega$  ( $\omega = 2\pi f$ ) und der Wellenzahl  $k$ . Die Lösung für Dunkle Materie hat dabei folgende Form,

$$\begin{pmatrix} \vec{A} \\ \vec{X} \end{pmatrix} = \vec{X}_{DM} \begin{pmatrix} -\chi \\ 1 \end{pmatrix} e^{-i\omega t}. \quad (4)$$

Für das Vektorfeld  $\vec{X}_{DM}$  gibt es dabei zwei Möglichkeiten: Entweder zeigt das Vektorfeld überall im Raum in dieselbe Richtung, oder HPs verhalten sich wie ein Gas aus zufällig orientierten Teilchen. Dann ist das Vektorfeld an jedem Ort unterschiedlich.

Als nächstes ist es sinnvoll, die Dichte der Kalten Dunklen Materie im galaktischen Halo zu betrachten, da die nachzuweisenden Teilchen aus diesem stammen. Die Dichte beträgt ungefähr  $0,3 \frac{\text{GeV}}{\text{cm}^3}$ . Bei der Annahme, dass ausschließlich HPs die Kalte Dunkle Materie im galaktischen Halo ausmachen, gilt die Gleichsetzung,

$$\rho_{HP} = \frac{m_{\gamma'}^2}{2} \langle |\vec{X}_{DM}| \rangle = \rho_{CDM,Halo} \approx 0,3 \frac{\text{GeV}}{\text{cm}^3}. \quad (5)$$

Dies ist die Energiedichte in HPs. Ein kleiner Teil dieser Dichte ist durch ein schwach oszillierendes normales elektrisches Feld gegeben,

$$\vec{E}_{DM} = -\partial_0 \vec{A} = \chi m_{\gamma'} \vec{X}_{DM}, \quad (6)$$

mit der Amplitude

$$\sqrt{\langle |\vec{E}_{DM}|^2 \rangle} = \chi \sqrt{2\rho_{CDM,Halo}} \approx 3,3 \cdot 10^{-9} \frac{\text{V}}{\text{m}} \left( \frac{\chi}{10^{-12}} \right) \left( \frac{\rho_{CDM,Halo}}{0,3 \frac{\text{GeV}}{\text{cm}^3}} \right). \quad (7)$$

Die Oszillationsfrequenz ist dabei  $f = \frac{m_{\gamma'}}{2\pi} = 0,24 \text{ GHz} \left( \frac{m_{\gamma'}}{\mu\text{eV}} \right)$ .

Da die Theorie des breitbandigen Scans darin besteht, eine geladene Oberfläche durch Kalte Dunkle Materie anzuregen und die von der Oberfläche emittierte Strahlung zu nutzen, werden zunächst die Effekte an einem unendlichen ebenen Spiegel bei  $x = 0$  betrachtet. Dafür werden die Felder an der rechten Seite der Ebene untersucht. HP Dunkle Materie hat die folgenden sichtbaren und unsichtbaren elektrischen Felder,

$$\begin{pmatrix} \vec{E}(\vec{x}, t) \\ \vec{E}_{hid}(\vec{x}, t) \end{pmatrix} = -m_{\gamma'} \vec{X}_{DM} \begin{pmatrix} -\chi \\ 1 \end{pmatrix} e^{-i\omega t}, \quad (8)$$

wobei  $\omega = m_{\gamma'}$ . Wenn die Ebene ein perfekter Spiegel für die jeweilige betrachtete Frequenz ist, dann ist die folgende Bedingung die Randbedingung für das normale elektrische Feld,

$$\vec{E}_{\parallel}(x = 0, y, t) = 0. \quad (9)$$

$\vec{E}_{\parallel}$  bedeutet hier, dass das Feld parallel zur Ebene ist. Es ist wichtig anzumerken, dass normale Materie wie der Spiegel nur das normale elektrische Feld beeinträchtigen kann. Um die Randbedingung auf der Ebene zu erfüllen muss es eine ausgehende ebene Welle geben, welche dieselbe Frequenz besitzt,

$$\begin{pmatrix} \vec{E} \\ \vec{E}_{hid} \end{pmatrix} = \vec{E}_{DM,\parallel} e^{-i(\omega t - \vec{x}\vec{k})} \begin{pmatrix} 1 \\ \chi \end{pmatrix}, \quad (10)$$

mit  $\vec{k} = \omega \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ .

Dies bedeutet, dass es eine ausgehende normale elektromagnetische Welle gibt, die senkrecht zu der Oberfläche emittiert wird. Ihre Polarisation befindet sich in der Ebene der Oberfläche. Die Amplitude der Welle ist wie folgt durch die Dichte der Dunklen Materie gegeben,

$$\sqrt{\langle |\vec{E}_{DM}|^2 \rangle} = \chi \sqrt{2\rho_{DM}\alpha}, \quad (11)$$

wobei der Wert  $\alpha$  aus den zuvor genannten zwei möglichen Fällen für  $\vec{X}_{DM}$  resultiert und demnach zwei mögliche Werte annehmen kann. Falls  $\vec{X}_{DM}$  überall im Raum gleich ist,

beträgt  $\alpha = |\cos(\theta)|$ , wobei  $\theta$  der Winkel zwischen der Ebene und dem HP Feld ist. In dem anderen Fall ist  $\alpha = \sqrt{\frac{2}{3}}$ .

Zusammenfassend erfüllen das Feld der Dunklen Materie und die ausgehende Welle zusammen auf der  $x = 0$  Ebene die Randbedingung aus Gl. 9,

$$\begin{pmatrix} \vec{E} \\ \vec{E}_{hid} \end{pmatrix} = \vec{E}_{DM,\parallel} \left[ \begin{pmatrix} 1 \\ \chi \end{pmatrix} e^{-i(\omega t - \vec{x}\vec{k})} + \frac{1}{\chi} \begin{pmatrix} -\chi \\ 1 \end{pmatrix} e^{-i\omega t} \right]_{x=0} = \vec{E}_{DM,\parallel} \frac{1}{\chi} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (12)$$

Wenn das Feld an einer endlichen Entfernung der Ebene ausgewertet wird, ergibt sich

$$\vec{E}(\vec{x}, t)_{\parallel} = \vec{E}_{DM,\parallel} e^{-i\omega t} (e^{-i\vec{k}\vec{x}} - 1), \quad (13)$$

was offensichtlich die Randbedingung aus Gl. 9 erfüllt.

Aus diesen Erkenntnissen lässt sich ableiten, dass die einfachste Möglichkeit für den Aufbau eines Experiments für den Breitband-Scan darin besteht, einen sphärisch gekrümmten Spiegel zu nutzen, der die Wellen in seinem Zentrum fokussiert. Dies ist nahelegend, da eine normale elektromagnetische Welle mit einer elektrischen Feldamplitude  $\vec{E}_{DM,\parallel} = \chi m_{\gamma'} \vec{X}_{DM}$  vorliegt, deren Richtung senkrecht zur Ebene ist.

Im folgenden wird die Situation betrachtet, in der die Wellenlänge der ausgehenden Welle viel kleiner ist als der Radius der Antenne  $r_{dish}$ ,

$$r_{dish} \gg \lambda = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{m_{\gamma'}}. \quad (14)$$

Da in diesem Fall Beugungseffekte vernachlässigbar sind, können gerade Strahlen als gute Approximation angenommen werden. Aus dieser Annahme folgt, dass alle Strahlen senkrecht zu der Oberfläche emittiert werden. Daraus ist ersichtlich, dass der beste Fokuspunkt im Zentrum eines sphärischen Spiegels erfolgt. Abbildung 2 zeigt den daraus folgenden schematischen Aufbau des Experiments. Von Interesse ist die Leistung im Zentrum des Spiegels. Näherungsweise beträgt sie

$$P_{center} \approx A_{dish} \left\langle \left| \vec{E}_{DM,\parallel} \right|^2 \right\rangle = \langle \alpha^2 \rangle_{dish} \chi^2 \rho_{CDM} A_{dish}, \quad (15)$$

wobei  $A_{dish}$  die Oberfläche des Spiegels ist und  $\alpha^2$  über die Oberfläche der Antenne gemittelt wird.

Diese Leistung kann nun mit der Leistung in einem Experiment mit einer Kavität verglichen werden,

$$P_{resonant\ cavity} = \kappa \chi^2 m_{\gamma'} \rho_{CDM} Q V_{cavity} \mathcal{G}_0(\alpha')^2, \quad (16)$$

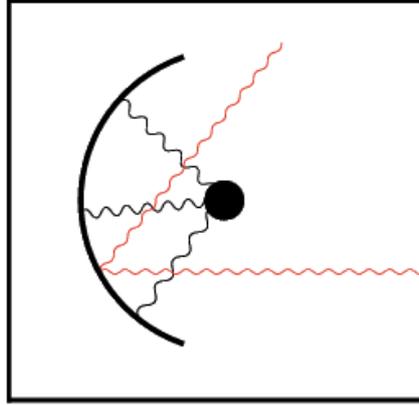


Abbildung 2: *Prinzip des Experiments: Zu sehen ist die sphärische Antenne sowie ein Detektor in ihrem Zentrum. Die schwarzen Linien stehen für monochromatische Photonen, zu denen nicht-relativistische HPs oder ALPs mit Photonen konvertiert sind. Sie werden senkrecht zu der Oberfläche der Antenne emittiert und im Zentrum, wo sich der Detektor befindet, fokussiert. Die roten Linien stehen für Photonen, welche aus anderen Quellen stammen oder aus anderen Randbedingungen. Diese werden überwiegend nicht im Zentrum fokussiert. Aus [8] entnommen.*

wobei  $\kappa$  die Kopplung der Mode der Kavität an den Detektor ist und für eine gute Kopplung nicht zu weit von 1 entfernt sein sollte,  $Q$  der Gütefaktor der Kavität,  $V_{cavity}$  das Volumen der Kavität und  $\mathcal{G}_0$  ein geometrischer Faktor ist, der Information über die Überschneidung zwischen der Mode der Kavität und dem Dunkle Materie Feld enthält. Auch hier kann  $\alpha'$  zwei verschiedene Werte annehmen. Im ersten Fall ist  $\alpha' = |\cos \theta|$  und im zweiten Fall ist  $\alpha' = \sqrt{\frac{1}{3}}$ . Durch den Vergleich mit Gl. 15 ist ersichtlich, dass  $QV_{cavity}$  nun durch  $\frac{A_{dish}}{m_\gamma} \approx A_{dish}\lambda$  ersetzt wird. Die Verstärkung durch den Gütefaktor  $Q$  scheint zunächst verloren, jedoch kann sie durch eine große Fläche der sphärischen Antenne kompensiert werden (für nicht zu große Wellenlängen). Dafür wird das typische Volumen einer Kavität betrachtet:  $\approx \lambda^3 \approx \frac{1}{m_\gamma^3}$ . Mit einem hohen  $\frac{A_{dish}}{\lambda^2}$  kann der nicht mehr vorhandene Gütefaktor somit kompensiert werden. Dieser Faktor steht für einen „effektiven“ Gütefaktor,

$$Q_{eff} \approx \frac{A_{dish}}{\lambda^2} \approx 10^4 \left( \frac{A_{dish}}{1 \text{ m}^2} \right) \left( \frac{\lambda}{\text{cm}} \right)^2. \quad (17)$$

Die Verstärkung der Ausgangsleistung erhält man durch ein zusätzliches effektives Volumen  $\approx A_{dish}\lambda$ , welches in Gl. 15 auftritt. Erklärbar ist es dadurch, dass Konversion auf einer Fläche der Größe  $A_{dish}$  stattfindet und das HP nach einer Entfernung von  $\approx \lambda$  im

Allgemeinen konvertiert.

Die Besonderheit der Konstruktion des Experiments ist, dass die Leistung konzentriert im Zentrum einer sphärischen Antenne vorliegt und nicht im typischen Fokuspunkt, der sich in der Mitte zwischen dem Zentrum und der Oberfläche der Antenne befindet. Demnach werden die Photonen von Hintergrundquellen nicht wie das HP Dunkle Materie Signal im Zentrum fokussiert, sondern im typischen Fokuspunkt. Dennoch gibt es weiterhin Störsignale, die dadurch vermieden werden können, dass die Antenne mit dem Detektor in eine abgeschirmte Box integriert wird. Abb. 2 stellt die verschiedenen Signale und ihre Fokuspunkte schematisch dar.

Nun liegt bereits eine Idee für ein Experiment vor, das einen Breitbandscan ermöglicht. Im Gegensatz zu Experimenten mit Kavitäten kann unter Verwendung eines Detektors mit einem geringen Untergrund und hoher Sensitivität der komplette Frequenz- bzw. Massenbereich, auf den der Detektor sensitiv ist, abgesucht werden ohne das Experiment neu zu justieren. Es ergibt sich ein Massenlimit, da der vorgestellte Mechanismus nur effektiv ist, wenn die Beugung klein ist. Das Massenlimit liegt bei,

$$m_{\gamma'} \gtrsim few \cdot 1 \mu\text{eV} \left( \frac{\text{m}}{r_{dish}} \right). \quad (18)$$

Es gibt zudem weitere Bedingungen für einen Breitbandscan. Die Antenne sollte ein guter Reflektor sein, was im Radiofrequenzbereich durch Metallantennen und im Infrarot- bis nahen UV-Bereich durch Spiegel erreicht werden kann. Zudem sollte die Oberfläche der Antenne möglichst glatt sein und auf Längenskalen der interessierenden Wellenlängen gut in das Zentrum fokussiert sein. Dies wird, wie bereits gezeigt wurde, durch eine sphärische Krümmung der Antenne erreicht. Ein letzter Punkt ist die thermische Emission des Spiegels, welche einen Untergrund für die Messung darstellt. Durch Kühlung des Spiegels kann sie verringert werden. Allerdings wird sie nicht wie das Signal der HPs im Zentrum fokussiert, sodass diese Maßnahme nicht unbedingt erforderlich ist.

Schließlich kann die Sensitivität für den Parameter des kinetischen Mischterms ermittelt werden. Mithilfe von Gl. 15 kann unter Verwendung der aktuell detektierbaren Leistungen von etwa  $10^{-23}$  W die folgende Sensitivität angegeben werden,

$$\chi_{sens} = 4,5 \cdot 10^{-14} \left( \frac{P_{det}}{10^{-23} \text{ W}} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{0,3 \text{ GeV/cm}^3}{\rho_{CDM,halo}} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{1 \text{ m}^2}{A_{dish}} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{\sqrt{\frac{2}{3}}}{\alpha} \right). \quad (19)$$

Die Sensitivitäten für detektierbare Leistungen von  $P_{det} = 10^{-21}$ ,  $10^{-23}$  und  $10^{-25}$  W für

eine  $1 \text{ m}^2$  Antenne sind als grüne Linien in Abb. 1a zu sehen.

Bei höheren Frequenzen ist es sinnvoller, die detektierbare Photonenrate  $R_{\gamma,det}$  zu betrachten,

$$\chi_{sens} = 5,6 \cdot 10^{-12} \left( \frac{R_{\gamma,det}}{1 \text{ photon/s}} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{m_{\gamma'}}{\text{eV}} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{0,3 \text{ GeV/cm}^3}{\rho_{CDM,halo}} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{1 \text{ m}^2}{A_{dish}} \right) \left( \frac{\sqrt{\frac{2}{3}}}{\alpha} \right). \quad (20)$$

Die Sensitivitäten für ein Photon pro 1, 100 und  $10^4$  s sind als blaue Linien ebenfalls in Abb. 1a zu sehen.

### 1.2.2 Axionähnliche Teilchen

ALPs sind Pseudo-Skalare. Sie koppeln an zwei Photonen,

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - \frac{1}{2} m_\phi^2 \phi^2 - \frac{g_{\phi\gamma\gamma}}{4} \phi F_{\mu\nu} \tilde{F}^{\mu\nu}, \quad (21)$$

mit dem dualen Feldstärketensor  $\tilde{F}$ , dem ALP  $\phi$  und der Kopplung  $g_{\phi\gamma\gamma}$ .

Für die Konversion wird in diesem Fall ein Magnetfeld  $\vec{B}$  benötigt. Daraus ergibt sich die folgende Bewegungsgleichung,

$$\left[ (\omega^2 - k^2) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -g_{\phi\gamma\gamma} |\vec{B}| \omega \\ -g_{\phi\gamma\gamma} |\vec{B}| \omega & m_\phi^2 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} \vec{A}_\parallel \\ \phi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (22)$$

wobei  $\vec{A}_\parallel$  für die Komponenten des Photonenfeldes steht, die parallel zum Magnetfeld sind. Die senkrechten Komponenten werden von den ALPs nicht beeinträchtigt.

Nun wird wie im HP-Fall die reflektierende Ebene betrachtet. Das vorliegende Magnetfeld ist dabei parallel zur Ebene gerichtet. Die Lösung für Gl. 22 hat nun dieselbe Form wie im vorherigen HP-Fall mit dem Ersatz,

$$\chi \rightarrow \frac{g_{\phi\gamma\gamma} |\vec{B}|}{m_\phi}. \quad (23)$$

Die Leistung im Zentrum einer sphärischen Antenne beträgt in diesem Fall näherungsweise,

$$P_{center} \approx g_{\phi\gamma\gamma}^2 A_{dish} |\vec{B}|^2 \frac{\rho_{CDM}}{m_\phi^2}. \quad (24)$$

Analog zu Gl. 19 und Gl. 20 können die Sensitivitäten ermittelt werden, hier für die Kopplung,

$$g_{\phi\gamma\gamma,sens} = \frac{3,6 \cdot 10^{-8}}{\text{GeV}} \left( \frac{5 \text{ T}}{\sqrt{\langle |\vec{B}|^2 \rangle}} \right) \left( \frac{P_{det}}{10^{-23} \text{ W}} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{m_\phi}{\text{eV}} \right) \left( \frac{0,3 \text{ GeV/cm}^3}{\rho_{CDM,halo}} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{1 \text{ m}^2}{A_{dish}} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (25)$$

sowie

$$g_{\phi\gamma\gamma} = \frac{4,6 \cdot 10^{-6}}{\text{GeV}} \left( \frac{5 \text{ T}}{\sqrt{\langle |\vec{B}|^2 \rangle}} \right) \left( \frac{R_{\gamma,det}}{1 \text{ Hz}} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{m_\phi}{\text{eV}} \right)^{\frac{3}{2}} \left( \frac{0,3 \text{ GeV/cm}^3}{\rho_{CDM,halo}} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{1 \text{ m}^2}{A_{dish}} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (26)$$

wobei  $\langle |\vec{B}|^2 \rangle$  den Mittelwert des Quadrats des Magnetfeldes darstellt, das parallel zur Antenne gerichtet ist.

Die Sensitivitäten für eine  $1 \text{ m}^2$  Antenne sind in Abb. 1b zu sehen. Dabei werden dieselben detektierbaren Leistungen und Photonennraten betrachtet.

Auch in diesem Fall gibt es ein Limit der Massen, die getestet werden können,

$$m_\phi \gtrsim few \cdot 10^{-5} \text{ eV}. \quad (27)$$

### 1.3 FEMM Version 4.2

**FEMM** (englisch für „Finite Element Method Magnetics“) ist eine Umgebung von Programmen, mit denen niederfrequente elektromagnetische Probleme auf zweidimensionalen planaren und achsensymmetrischen Flächen gelöst werden können. Dies beinhaltet lineare und nichtlineare magnetostatische und elektrostatische Probleme sowie lineare und nichtlineare zeitharmonische magnetische Probleme und außerdem stationäre Wärmestromprobleme. Verwendet wird in dieser Arbeit die Version 4.2 (siehe [3]).

Das Programm besitzt eine interaktive Benutzeroberfläche, über die das Problem optisch simuliert und ausgewertet werden kann. Diese Benutzeroberfläche enthält einen Vorprozessor und einen Postprozessor. Sie enthält zudem eine CAD-ähnliche Schnittstelle für die optische Simulierung des Problems und um Materialeigenschaften und Randbedingungen festzulegen. Zudem kann die Analyse des Problems graphisch dargestellt werden (z.B. durch Feldlinien und Dichtegraphen). Es gibt aber auch die Möglichkeit, **FEMM** mit verschiedenen Programmiersprachen oder Programmen zu koppeln, wie z.B. Mathematica, Octave oder Lua. Lua ist bereits in die Benutzeroberfläche integriert und kann demnach leicht angewendet werden. In dieser Arbeit wird die Sprache Lua verwendet. Angefertigte Lua-Skripte können direkt über die Benutzeroberfläche geöffnet und ausgeführt werden. **FEMM** bietet weiterhin die Möglichkeit, über eine Lua-Konsole (diese kann über die Benutzeroberfläche geöffnet werden) direkt einzelne Befehle einzugeben und zu evaluieren.

Der Name des Programms rührt daher, dass für die Berechnungen das Problem in eine große Anzahl von Regionen aufgeteilt wird, die jeweils eine einfache Geometrie aufweisen. Das Problem wird dadurch zwar vergrößert, jedoch ist es einfach zu lösen. Es bildet sich dabei ein lineare-Algebra-Problem, welches durch Algorithmen in einer meist sehr kurzen Zeit numerisch gelöst werden kann.

**FEMM** zerlegt die Geometrie in Dreiecke. Für die Berechnungen wird über jedem Element die Lösung durch eine lineare Interpolation der Potentialwerte an den drei Ecken des Dreiecks angenähert. Das lineare-Algebra-Problem wird dabei durch eine Minimierung des Maßes des Fehlers zwischen der exakten und der ungefähren Differentialgleichung gebildet.

Wichtig zu erwähnen ist, dass **FEMM** bei der Definition des zu untersuchenden Problems die Angabe eines minimalen Winkels fordert. Die Geometrie des Problems wird dadurch so

in Dreiecke zerlegt, dass keine Winkel kleiner als der angegebene Winkel auftreten. Bei zu kleinen Winkeln funktioniert der Triangulationsalgorithmus nicht mehr präzise genug oder bricht ab. Der Winkel ist auf  $30^\circ$  voreingestellt und wird für die folgenden Berechnungen auch nicht verändert[3].

Die Lua-Codes, die in dieser Arbeit verwendet wurden, können online unter <https://wolke.physnet.uni-hamburg.de/index.php/s/S9c0XHvfsFeNu17> eingesehen werden.

## 2 Optimierung der magnetisierten Spiegel

Das für die Konversion der ALPs notwendige Magnetfeld soll durch eine Anordnung von würfelförmigen Neodym Magneten verwirklicht werden<sup>1</sup>. Von Bedeutung ist dabei die Magnetfeldkomponente, die parallel zur Oberfläche ist, da nur so Konversion stattfindet. Die bisherige Idee einer solchen Anordnung ist das sogenannte *Halbach-Array*. Vereinfacht wird es in Abb. 3 dargestellt. Durch die verschiedenen Ausrichtungen der Magnete wird

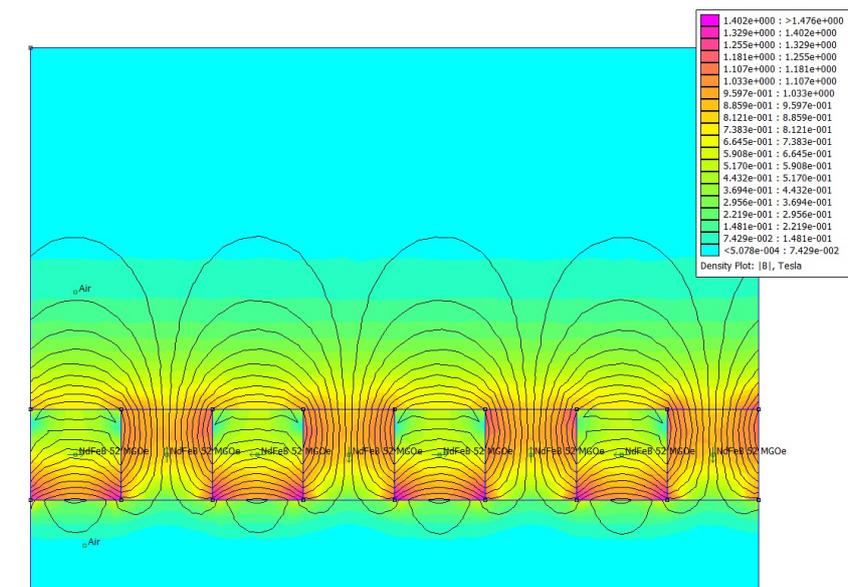


Abbildung 3: *Halbach-Array bestehend aus acht Neodym Magneten. Durch die Anordnung der Magnete mit verschiedenen Ausrichtungen wird die horizontale Magnetfeldkomponente oberhalb der Magnete verstärkt. Aus[9] entnommen.*

die Komponente parallel zur Oberfläche besonders groß. Aktuelle Messungen für  $\langle B_{\parallel}^2 \rangle$  liegen bei  $\approx 0,5 \text{ T}^2$ . Dieser Wert ist besonders wichtig, was bei Betrachtung von Gl. 24 deutlich wird: Der Faktor  $A_{dish} \left| \vec{B} \right|^2$  beinhaltet die Komponenten, die an dem Experiment so verändert werden können, dass die Leistung einen möglichst hohen Wert erreicht. Das Ziel für diesen Faktor liegt bei,

$$A_{dish} \left| \vec{B} \right|^2 \approx 100 \text{ m}^2 \text{T}^2.$$

Ab diesem Wert ist die Leistung hoch genug, um von Untergrundquellen im Detektor unterschieden werden zu können. Dieser Zielwert bedeutet, dass bei einer parallelen Magnetfeldkomponente von etwa  $0,5 \text{ T}^2$  eine Fläche von  $200 \text{ m}^2$  benötigt wird. Diese Fläche

<sup>1</sup>Genau genommen handelt es sich um NdFeB Magneten. Im Folgenden wird jedoch immer von Neodym gesprochen.

müsste komplett mit Neodym Magneten ausgestattet sein, womit hohe Kosten verbunden sind. Von daher soll die Magnetfeldanordnung optimiert werden. Im folgenden Unterabschnitt wird zunächst die Idee beschrieben, wie die Komponente  $|\vec{B}|^2$  verstärkt werden kann. Danach wird das Optimierungsverfahren dargestellt und mit Messdaten ergänzt. Im nächsten Kapitel erfolgt schließlich die Vorstellung der Ergebnisse.

### 2.1 Einführung von Polschuhen

Eine Möglichkeit, das Magnetfeld parallel zur Oberfläche zu erhöhen, ist die Einführung von Polschuhen. Diese werden zwischen jeweils zwei kubische Neodym Magnete platziert und sind so geformt, dass die Magnetfeldkomponente  $B_{\parallel}$  verstärkt wird. Abb. 4 zeigt den zweidimensionalen Aufbau für ein Paar aus Neodym Magneten. Der Aufbau befindet sich zur Vereinfachung in einer Box aus Luft, deren Ränder jedoch in der Abbildung nicht zu sehen sind. Ebenfalls dargestellt ist das verwendete Koordinatensystem<sup>2</sup>. Der Koordinatenursprung befindet sich mittig am „Boden“ in der Polschuhlücke. Zwischen den Polschuhen befindet sich eine Lücke der Breite  $d$ , in der das Magnetfeld parallel zur Oberfläche (bzw. hier die horizontale Komponente) besonders stark ist. Konversion findet somit vor allem in dieser Region statt. Für die spätere Analyse wird allerdings auch zusätzlich die Region über den Neodym Magneten betrachtet. Lediglich die Polschuhe stellen einen „toten“ Bereich für Konversion dar. Die folgende Abbildung 5 zeigt die Analyse von **FEMM** für den zuvor dargestellten Aufbau mit 12 mm großen Neodym-Blöcken mit den Abständen  $D = 15$  mm,  $d = 2$  mm und  $h = 2$  mm. Dabei ist  $D$  der Abstand zwischen den Neodym Magneten und  $h$  die Höhe der Polschuhe.

Durch diese Anordnung vergrößert sich zwar die Gesamtfläche, allerdings werden weniger Neodym Magnete benötigt, falls die Polschuhanordnung im Vergleich zum Halbach-Array höhere Werte für  $B_{\parallel}^2$  liefert. Die Polschuhe sollten aus einem weich-magnetischen Material bestehen um sich gut magnetisieren zu lassen. Im Folgenden wird pures Eisen verwendet, da es preiswert und leicht zu verarbeiten ist.

Eisen ist ferromagnetisch. Durch ein Magnetfeld wird es magnetisiert, wobei die Magnetisierung des Eisens dem Magnetfeld gleichgerichtet ist. Diese Magnetisierung wird durch eine sogenannte Hysteresekurve beschrieben. Sie wächst zunächst bei kleinen Fel-

---

<sup>2</sup>Dies entspricht nicht dem Koordinatensystem in **FEMM**.

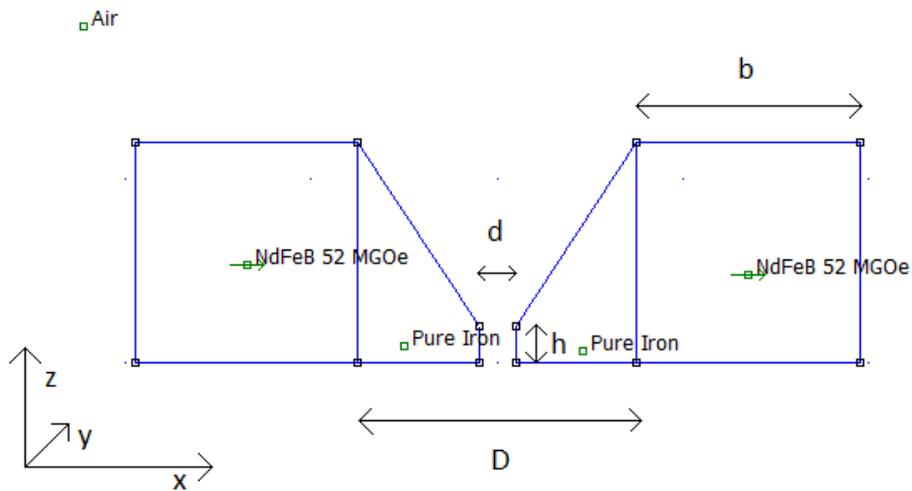


Abbildung 4: Zu sehen ist der zu untersuchende Aufbau bestehend aus zwei Neodym Magneten und dazwischen zwei Polschuhen aus Eisen. Dies ist die zweidimensionale Ansicht aus dem verwendeten Programm **FEMM**.  $D$  ist der Abstand der Neodym Magnete zueinander,  $d$  der Abstand zwischen den Polschuhen,  $h$  die Polschuhhöhe und  $b$  die Kantenlänge eines Neodym Magneten, der folgend entweder 12 mm oder 60 mm groß ist.

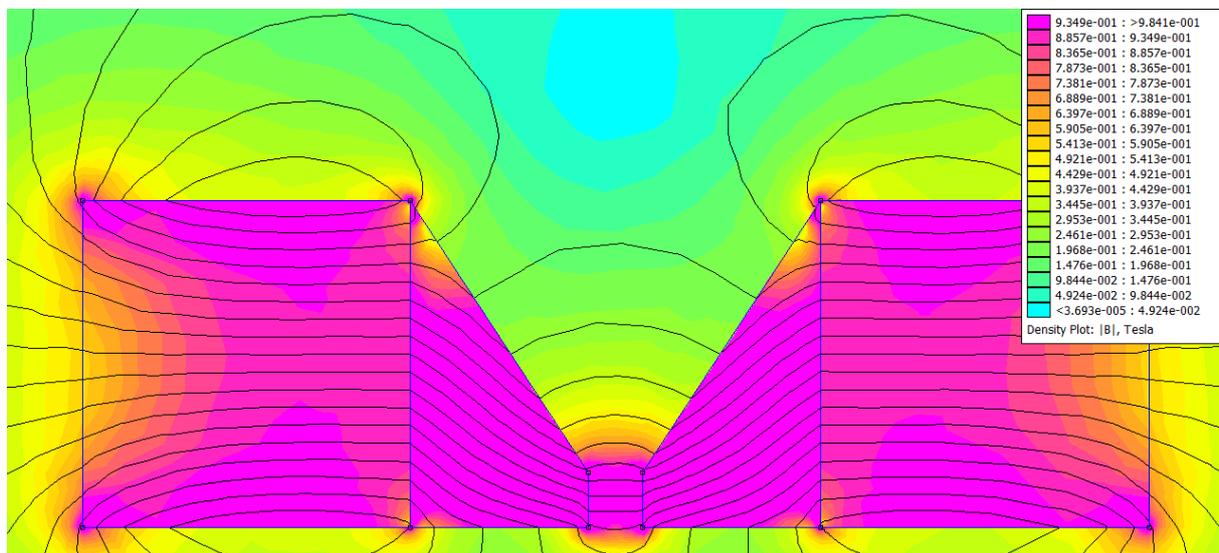


Abbildung 5: Die Analyse von **FEMM** des Aufbaus mit 12 mm-Neodym-Blöcken ( $D = 15$  mm,  $d = 2$  mm und  $h = 2$  mm). Es werden die magnetischen Feldlinien dargestellt sowie ein Dichtegraph der magnetischen Felddichte.

den stärker als die Feldstärke proportional an und nimmt im Verlauf dann weniger stark zu. Schließlich konvergiert sie gegen einen festen Wert, was als Sättigung bezeichnet wird. Die Magnetisierung kommt dadurch zustande, dass die magnetischen Momente der Atome des Eisens sich durch ein Magnetfeld parallel ausrichten. Mehr dazu findet sich in [10].

### 2.2 Das Optimierungsverfahren

Im Optimierungsverfahren soll einerseits ermittelt werden, wie sich das horizontale Magnetfeld bei variierenden Polschuhkonfigurationen und Magnetabständen verändert. Andererseits dient das Verfahren auch dazu, den Aufbau mit Polschuhen mit dem Halbach-Array zu vergleichen.

Um die bestmögliche Optimierung zu erhalten, muss herausgefunden werden, welche Abstände und Höhen die höchsten  $B_{\parallel}^2$ -Werte liefern ohne dabei durch die Polschuhe zu viel Fläche ohne Konversion zu verlieren. Mithilfe des Programms **FEMM** kann das Problem simuliert werden. Es werden zwei verschiedene Größen der Neodym-Blöcke untersucht, 12 mm und 60 mm (siehe Abb. 7). Die Analysen unterscheiden sich nur in den Abständen der Magnete zueinander und sind ansonsten identisch. Variiert werden der Abstand der Neodym-Blöcke  $D$  zueinander, der Abstand der Polschuhe  $d$  und die Höhe der Polschuhe  $h$ . Für die 12 mm dicken Blöcke werden sieben verschiedene Abstände der Blöcke zueinander gewählt: 11 mm, 13 mm, 15 mm, 17 mm, 19 mm, 21 mm und 40 mm. Die Abstände der 60 mm dicken Blöcke sind analog: 55 mm, 65 mm, 75 mm, 85 mm, 95 mm, 105 mm und 200 mm. Alle genannten Abstände durchlaufen die in Tab. 1 dargestellten acht Analysestufen.

Bei jedem Schritt werden das horizontale magnetische Feld in der Lücke zwischen den Polschuhen,  $B_{gap}$ , und das horizontale magnetische Feld über dem rechten Neodym Magneten,  $B_{mag}$ , berechnet<sup>3</sup>. Dafür werden verschiedene Punkte jeweils ausgewählt und die Werte vor der Ausgabe der Daten quadriert und dann gemittelt. Der rechte Magnetblock wird aus dem Grund gewählt, dass der Aufbau im Experiment periodisch fortgeführt wird (siehe Abb. 6) und daher festgelegt werden muss, wie ein einzelnes Element definiert wird. Abb. 6 zeigt im schwarzen Kasten, wo die Begrenzungen für ein Einzelelement liegen. Aus diesem Grund wird das horizontale magnetische Feld nur über einem der Neodym-Blöcke

---

<sup>3</sup>Da im folgenden immer die Komponenten der Felder betrachtet werden, die parallel zur Oberfläche sind, wird der Parallelitätsindex hier weggelassen.

	Analyseverfahren
1. Stufe	variieren <b>d=1 mm - d=8 mm</b> in 0,2 mm-Schritten mit <b>h=2 mm</b>
2. Stufe	wie Stufe 1, nur mit <b>h=10 mm</b>
3. Stufe	variieren <b>h=2 mm - h=10 mm</b> in 0,1 mm-Schritten mit <b>d=8 mm</b>
4. Stufe	wie Stufe 3, nur mit <b>d=6 mm</b>
5. Stufe	wie Stufe 3, nur mit <b>d=4 mm</b>
6. Stufe	wie Stufe 3, nur mit <b>d=3 mm</b>
7. Stufe	wie Stufe 3, nur mit <b>d=2 mm</b>
8. Stufe	wie Stufe 3, nur mit <b>d=1 mm</b>

Tabelle 1: Alle acht Analysestufen, die für alle Neodym-Abstände  $D$  beider Blockgrößen durchlaufen werden.

betrachtet. Für die Berechnung des Feldes innerhalb der Lücke werden bei jedem Schritt in der jeweiligen Analysestufe Punkte für die Auswertung hinzugefügt. Dies hat den Grund, dass die Fläche der Lücke verschiedene Größen annimmt und mit dem Hinzufügen von Punkten gewährleistet wird, dass möglichst viele Regionen der Lücke bei der Berechnung miteinbezogen werden<sup>4</sup>. Ebenfalls in Abb. 6 sind die Regionen mit Punkten versehen, in denen für die Berechnungen Punkte ausgewählt werden.

$B_{mag}^2$  und  $B_{gap}^2$  werden explizit wie folgt berechnet,

$$B_{gap/mag}^2 = \frac{1}{N_p} \sum_{i,j} B_x^2(x_i, z_j), \quad (28)$$

dabei ist  $N_p$  die Anzahl der Punkte, in denen die Magnetfeldkomponente in x-Richtung bestimmt wird. Diese Werte werden jeweils quadriert und anschließend, um  $B_{gap}^2$  und  $B_{mag}^2$  zu erhalten, gemittelt. Die genaue Wahl der Punkte kann online unter <https://wolke.physnet.uni-hamburg.de/index.php/s/S9c0XHvfsFeNu17> eingesehen werden.

Die Ergebnisse des Analyseverfahrens werden im nächsten Kapitel vorgestellt.

Um die Konfiguration mit den Polschuhen mit dem bisher verwendeten Halbach-Array zu vergleichen, wird das Verhältnis  $\epsilon$  aus der Fläche multipliziert mit dem quadrierten

---

<sup>4</sup>Falls die einzelnen Stufen in der Analyse jeweils umgekehrt (also von breiteren Polschuhabständen zu schmaleren oder von höheren Polschuhhöhen zu tieferen) durchgeführt werden würden, müssten selbstverständlich bei jedem Schritt Punkte abgezogen werden.

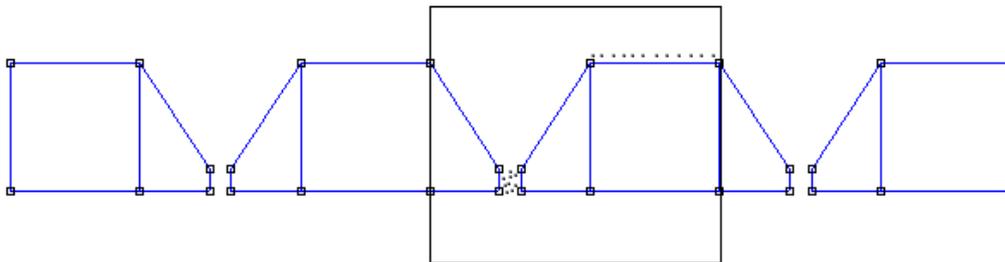


Abbildung 6: Periodische Fortführung des bisher gezeigten Aufbaus. Der schwarze Kasten beinhaltet ein Einzelement. Für die bildliche Vorstellung sind Punkte über dem Magneten und in der Polschuhlücke skizziert, wo sie in den Berechnungen ausgewählt werden.

magnetischen Feld parallel zur Oberfläche beider Anordnungen berechnet,

$$\epsilon = \frac{d \cdot \Delta z \cdot B_{gap}^2 + b \cdot \Delta z \cdot B_{mag}^2}{b \cdot \Delta z \cdot B_{hal}^2} = \frac{d \cdot B_{gap}^2 + b \cdot B_{mag}^2}{b \cdot B_{hal}^2}, \quad (29)$$

wobei  $B_{hal}^2$  das quadrierte magnetische Feld parallel zur Oberfläche des Halbach-Arrays ist. Dafür werden verschiedene Werte aus einer aktuellen Masterarbeit entnommen. Bei diesen Werten handelt es sich um Simulationenwerte, die für verschiedene Abstände zu den Magneten berechnet wurden. Die Werte beginnen bei einem Abstand von 0,2 mm und gehen in 0,2 mm-Schritten bis zu einem Abstand von 3 mm über den Magneten[11]. Für den Vergleich werden die Felder in der Polschuhanordnung ebenfalls in diesen Abständen bestimmt (vergleichbar als Punkte auf Geraden, die jeweils einen Abstand von 0,2 mm zueinander haben).

Für den Fall  $\epsilon = 1$  ergeben die Einzelemente der Polschuh- und Halbachanordnung gleich starke Werte für  $B_{\parallel}^2$ . In diesem Fall gleicht die Polschuhanordnung den Konversionsflächenverlust durch die stärkere parallele Magnetfeldkomponente gerade aus. Falls  $\epsilon < 1$  liefert ein Einzelement des Halbach-Arrays höhere Werte für  $B_{\parallel}^2$ . Ist  $\epsilon > 1$ , ist hingegen die parallele Magnetfeldkomponente des Elements der Polschuhanordnung stärker. Das Verhältnis wird auch mit den 60 mm-Blöcken berechnet. Zu beachten ist hierbei jedoch, dass nur Simulationenwerte für die 12 mm-Blöcke vorliegen und für den Vergleich mit den größeren Blöcken die Werte lediglich mit 60 anstelle von 12 multipliziert werden.

Abb. 7 verdeutlicht schließlich die Größenunterschiede beider Blockgrößen und den Anteil der Polschuhlücke an der Gesamtfläche. Der wesentliche Unterschied für die Analyse ist

nicht der Größenunterschied, sondern der Anteil der Polschuhlücke. In der Anordnung mit den 60 mm-Blöcken wird das horizontale Magnetfeld in der Lücke um einiges mehr verstärkt als in der Anordnung mit den kleineren Blöcken. Der Vergleich könnte demnach auch mit den 12 mm-Blöcken und einer noch kleineren Polschuhlücke durchgeführt werden. Diese Lücke wäre jedoch viel zu klein für die Konversion.

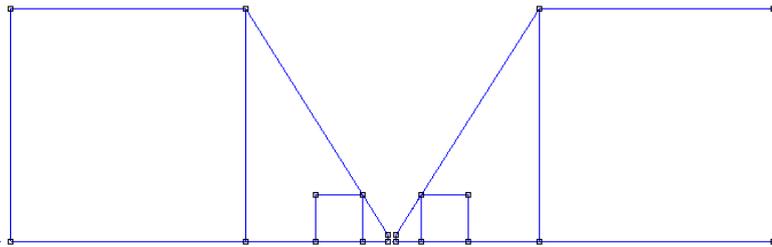


Abbildung 7: Zu sehen ist der Größenunterschied zwischen beiden zu untersuchenden Neodym-blockgrößen.

In der Anordnung mit den 60 mm großen Magneten ist das Eisen der Polschuhe sehr wahrscheinlich bereits gesättigt. Dies liegt nahe, dass bei einer Anordnung mit etwas kleineren Blöcken dieselben magnetischen Feldstärken erreicht werden könnten und dabei weniger Konversionsfläche verloren geht. In dieser Arbeit wird darauf jedoch nicht näher eingegangen.

Um die Unterschiede in der magnetischen Felddichte beider Anordnungen zu verdeutlichen, findet sich in Abb. 8 ein Ausschnitt aus der graphischen Analyse von **FEMM** für den Aufbau mit den Magneten der Kantenlänge 60 mm.

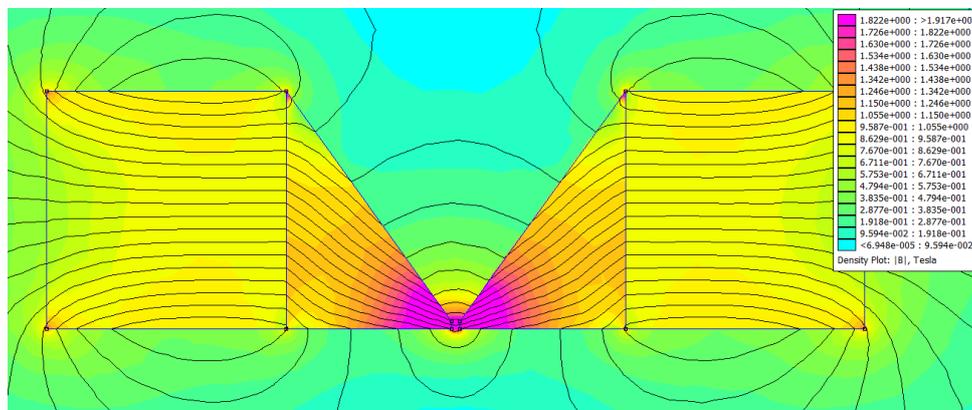


Abbildung 8: Feldlinien und Dichtegraph der magnetischen Felddichte in der Anordnung der 60 mm großen Neodym Magnete.

## 2.3 Messung einer festen Konfiguration

Neben dem theoretischen Optimierungsverfahren wird eine Messung mit den 12 mm-Blöcken durchgeführt. Dabei werden die Höhe und der Abstand der Polschuhe auf 4 mm gesetzt und der Abstand zwischen den Neodym Magneten auf 15 mm. Die Messung dient zur Überprüfung der theoretischen Ergebnisse. Diese Konfiguration wird somit nicht explizit wegen ihrer  $B_{\parallel}^2$ -Werte gewählt, sondern soll eine unkomplizierte Messung ermöglichen. Da die Hallsonde, die zum Messen benötigt wird, genug Platz zwischen den Polschuhen braucht, ist nicht jede Konfiguration für die Messung geeignet.

Um Randeffekte möglichst zu vermeiden, wird der (zweidimensionale) Aufbau aus **FEMM** um zwei weitere Elemente in der y-Achse erweitert. Anschaulich erklärt, gibt es zwei sich gegenüberliegende Reihen aus drei Neodym Magneten und dazwischen jeweils die beiden Polschuhe. Die Polschuhe aus Eisen werden auf einer Platte aus Kupfer befestigt, da Kupfer diamagnetisch ist<sup>5</sup>. Ansonsten würde aufgrund der starken magnetischen Anziehungskräfte untereinander der Aufbau so nicht halten können. Ein wesentlicher Nachteil dessen ist jedoch, dass die Hallsonde durch die Platte nicht das Magnetfeld am Boden zwischen den Polschuhen messen kann, da ihr Messpunkt nicht genau an der Spitze der Sonde liegt. Der Messpunkt liegt laut Herstellerangaben bei 1,7 mm über der Spitze mit einer Unsicherheit von  $\pm 0,1$  mm[12]. Die Messung müsste für einen optimalen Vergleich ebenfalls bei 0,2 mm über dem Magneten bzw. über dem Boden zwischen den Polschuhen starten und in 0,2 mm-Schritten bis zu einem Abstand von 3 mm gehen. Aufgrund des Messpunkts der Hallsonde wird jedoch nur ab 2 mm bis 3 mm gemessen. Bei 2 mm wird gestartet, da zusätzlich 0,1 mm aufgrund der Unsicherheit des Messpunkts der Sonde berücksichtigt werden und zudem die Hallsonde weitere 0,2 mm nach oben gefahren wird, damit die Sonde beim Abfahren über dem Boden definitiv keinen Schaden nehmen kann. Dies trifft ebenfalls auf die Magnete zu, sodass auch hier von 2 mm bis 3 mm (über den Magneten) gemessen wird.

Die Neodym Magnete müssen in beiden Reihen dieselben magnetischen Ausrichtungen haben. Aus diesem Grund stoßen sie sich innerhalb der Reihen gegenseitig ab. Damit sie jedoch dicht nebeneinander stehen können, werden sie mit einem Spezialklebstoff für

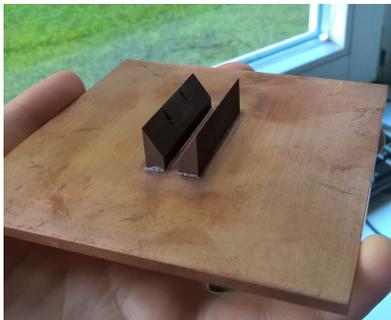
---

<sup>5</sup>Die Polschuhe sind drahterodiert.

Metalle zusammengeklebt<sup>6</sup>.

Wichtig zu erwähnen ist, dass für die Messung Neodym-Blöcke der Güte N48 vorliegen. Bei den Berechnungen wurden hingegen Magnete der Güte N52 gewählt, die etwas stärker sind. Von daher wird es eine geringe Abweichung der Werte geben.

In Abb. 9a befindet sich der fotografierte Aufbau ohne Neodym Magnete. In Abb. 9b vervollständigen die zusammengeklebten Magnete den Aufbau. Die Lücken sind aufgrund des Klebstoffs und der Abstoßungskräfte recht groß. Sie liegen zwischen 1,5 mm und 2,5 mm (mit einem Lineal gemessen).



(a) *Zwei Polschuhreihen mit jeweils drei Polschuhen befinden sich auf einer Kupferplatte um den magnetischen Anziehungen der Neodym Magnete standzuhalten.*



(b) *Sicht von oben auf den kompletten Aufbau mit Neodym Magneten. Die Magnete wurden zusammengeklebt, doch sie stoßen sich so stark ab, dass sich recht große Lücken zwischen ihnen bilden.*

Das Kleben der Magnete funktioniert nicht immer einwandfrei. So ist in Abb. 10a ein Versuch zu sehen, wo der Klebstoff den Kräften der Magnete nicht standhalten konnte. Dies könnte daran liegen, dass zu viel oder zu wenig Klebstoff verwendet wurde. Zudem braucht der Klebstoff Zeit zum Trocknen und war in diesem Fall möglicherweise noch nicht trocken genug.

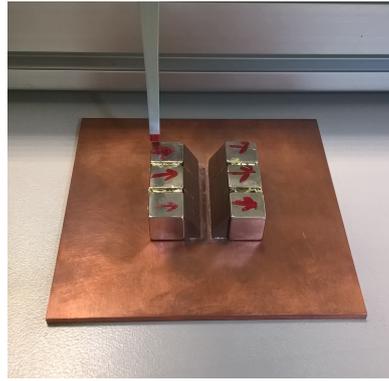
Schließlich befindet sich in Abb. 10b der Messaufbau mit der Hallsonde. Er befindet sich auf einem 3D-Tisch.

---

<sup>6</sup>UHU Metall Kontaktkleber



(a) *In diesem Fall war die Kraft des Klebstoffs nicht ausreichend um die Magnete zusammenzuhalten.*



(b) *Zu sehen ist der Messaufbau mit der Hallsonde.*

## 3 Ergebnisse

Es werden nun zunächst die Ergebnisse des Optimierungsverfahrens mit **FEMM** vorgestellt und ausgewertet. Danach erfolgt die Darstellung der Messergebnisse und der Vergleich mit den Simulationswerten. Es sei zu erwähnen, dass das Erdmagnetfeld folgend vernachlässigbar ist.

### 3.1 Ergebnisse der Simulation mit FEMM

Die Analyseergebnisse werden in der chronologischen Reihenfolge der einzelnen Stufen aus Tab. 1 vorgestellt. Dabei werden beide Blockgrößen direkt nacheinander pro Stufe behandelt. In Abb. 11 sind die berechneten gemittelten quadrierten Werte für die horizontale Magnetfeldkomponente in der Polschuhlücke,  $B_{gap}^2$ , der ersten und zweiten Analysestufe der 12 mm-Blöcke graphisch dargestellt. Auf der Abzissenachse ist der Polschuhabstand  $d$  in 1 mm-Abständen von 1 mm bis 8 mm aufgetragen. Auf der Ordinatenachse befindet sich die gemittelte quadrierte horizontale Magnetfeldkomponente in der Polschuhlücke,  $B_{gap}^2$ . Es sind die Kurvenverläufe von zwei verschiedenen festen Polschuhhöhen, 2 mm (steilere Kurven) und 10 mm, zu sehen, mit jeweils sieben verschiedenen Magnetabständen.

In den Kurvenverläufen sind zwischendurch Sprünge zu sehen, die aus dem dynamischen Hinzufügen von Punkten resultieren. Die Kurven der beiden Magnetabstände 11 mm und 13 mm enden für die Polschuhhöhe 2 mm bereits bei einem Polschuhabstand von 4 mm bzw. 6 mm. Dies liegt daran, dass **FEMM** einen minimalen Winkel von  $30^\circ$  fordert und die Winkel der Polschuhe in diesen Fällen zu klein geworden sind.

Der höchste Wert für  $B_{gap}^2$  liegt bei etwa  $2,06 \text{ T}^2$  und wird bei einem Neodym-Abstand von 13 mm bei einer Polschuhhöhe von 2 mm und einem Polschuhabstand von 1 mm erreicht. Die Kurven der Polschuhhöhe 2 mm fallen sehr stark ab im Vergleich zu denen der Höhe 10 mm. So verringert sich  $B_{gap}^2$  bei der kleineren Höhe mit ungefähr  $1 \text{ T}^2$  etwa um die Hälfte bei Vergrößerung des Polschuhabstands von 1 mm auf 2 mm. Bei der Höhe von 10 mm sinkt  $B_{gap}^2$  mit ungefähr  $0,15 \text{ T}^2$  dabei auf nur etwa drei Viertel des Wertes. Eine Zunahme des Polschuhabstands führt somit bei geringen Polschuhhöhen zu einem stärkeren Fall der horizontalen Magnetfeldkomponente als bei höheren. Bei größeren Polschuhabständen ab etwa 7 mm nähern sich die Kurvenverläufe sehr stark an. Dort spielt

die Polschuhhöhe keine große Rolle mehr.

Offensichtlich ist die horizontale Magnetfeldkomponente besonders hoch bei kleinen Polschuhhöhen und -abständen. Allgemein ist das Feld umso kleiner, je größer der Neodym-Abstand ist. Allerdings liegen die berechneten Werte recht dicht beieinander, abgesehen von dem extremen Abstand von 40 mm.

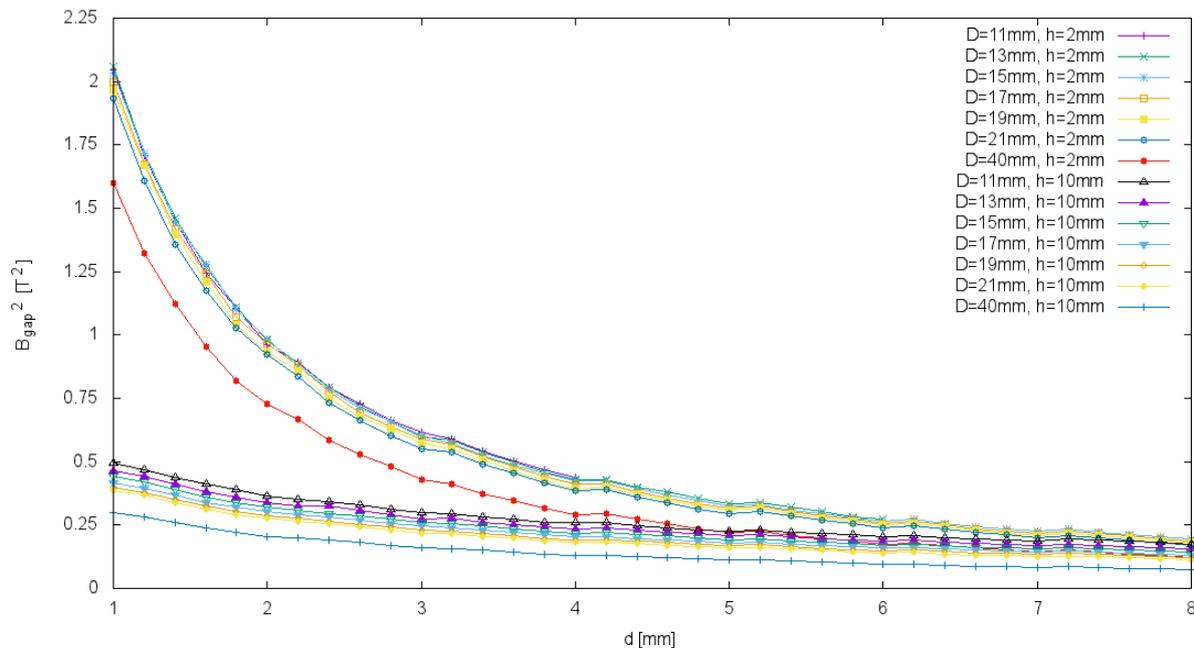


Abbildung 11: *Berechnete quadrierte horizontale Magnetfeldkomponenten zwischen den Polschuhen für die zwei festen Polschuhhöhen  $h$  von 2 mm und 10 mm mit jeweils sieben verschiedenen Magnetabständen der 12 mm-Blöcke.*

Abb. 12 zeigt nun analog die Werte für die 60 mm-Blöcke. Die Achsenzuordnung ist wie zuvor. Hier ist nicht wie zuvor direkt ersichtlich, welche Kurven welcher Polschuhhöhe angehören. Dies ist jedoch auch nicht verwunderlich, da die 60 mm-Blöcke bei diesen Polschuhhöhen und -abständen einen Extremfall abdecken. In diesem Fall bildet die Lücke zwischen den Polschuhen einen prozentual viel kleineren Teil der Gesamtfläche der Anordnung. Der Unterschied der beiden Polschuhhöhen fällt hier nicht so stark ins Gewicht wie bei dem zuvor betrachteten Fall. Die Magnetfeldkomponenten sind vergleichsweise höher, allerdings geht auch mehr Konversionsfläche verloren. Der höchste Wert liegt bei etwa  $6,5 \text{ T}^2$  und wird bei einem Neodym-Abstand von 55 mm bei einer Polschuhhöhe von 2 mm und einem Polschuhabstand von 1 mm erreicht. Wie bei dem zuvor betrachteten Fall nähern sich die Verläufe mit zunehmendem Polschuhabstand an, allerdings weniger stark.

Es ist erkennbar, dass der Neodym-Abstand von 200 mm der Polschuhhöhe von 2 mm überwiegend die geringsten Werte erzielt und nicht wie möglicherweise erwartet derselbe Abstand der anderen Höhe. Dies liegt daran, dass bei diesem großen Abstand zusammen mit der Größe der Magnete eine Polschuhhöhe von 2 mm zu gering ist, um die horizontalen Feldlinien optimal zu verstärken. Die Verstärkung ist bei diesem Abstand bei einer Höhe von 10 mm effektiver.

$B_{gap}^2$  sinkt bei der kleineren Polschuhhöhe bei Verringerung des Polschuhabstands von 1 mm auf 2 mm um etwa  $2 \text{ T}^2$ . Der Absolutbetrag ist somit größer als bei den kleineren Blöcken, allerdings sinkt  $B_{gap}^2$  relativ nur auf etwas mehr als zwei Drittel der Anfangswerte. Bei der größeren Höhe ist die Differenz in etwa  $1 \text{ T}^2$ , dies entspricht grob einem Fünftel. Bei dieser Blockgröße bzw. diesem geringen prozentualen Anteil der Polschuhlücke von der Gesamtfläche sinkt  $B_{gap}^2$  demzufolge mit zunehmendem Polschuhabstand im Relativbetrag weniger stark als im zuvor betrachteten Fall. Diese Anordnung weist somit einen effektiveren Verlauf auf.

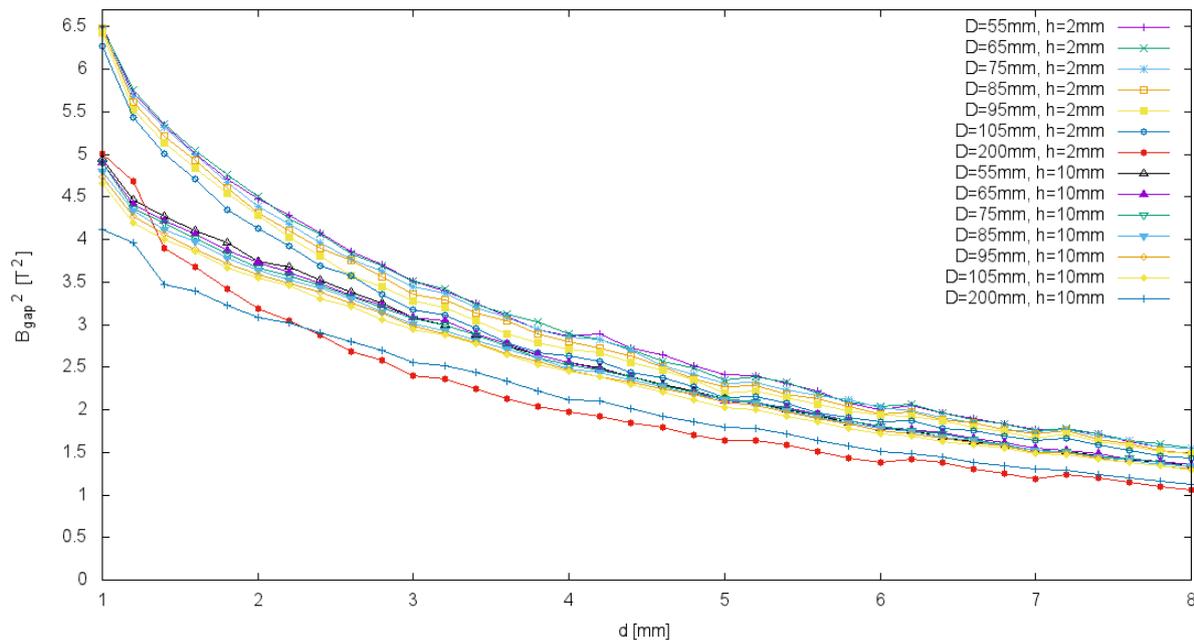


Abbildung 12: Berechnete quadrierte horizontale Magnetfeldkomponenten zwischen den Polschuhen für die zwei festen Polschuhhöhen  $h$  von 2 mm und 10 mm mit jeweils sieben verschiedenen Magnetabständen der 60 mm-Blöcke.

Als nächstes werden die Ergebnisse der Felder über dem rechten Neodym Magneten betrachtet. In Abb. 13 befindet sich die graphische Darstellung der berechneten gemittelten quadrierten Werte für die 12 mm-Blöcke. Auf der Abzissenachse ist unverändert der Ab-

stand der Polschuhe von 1 mm bis 8 mm aufgetragen. Auf der Ordinatenachse befindet sich nun die gemittelte quadrierte horizontale Magnetfeldkomponente über dem rechten Neodym Magneten,  $B_{mag}^2$ .

Alle Kurven liegen recht dicht beieinander und sind schlecht zu differenzieren. Offensichtlich beeinflusst die Polschuhhöhe das Magnetfeld über den Magneten nicht so sehr wie in der Lücke. Auch der Neodym-Abstand hat keinen großen Einfluss. Es ist erkennbar, dass bei steigenden Polschuhabständen auch die Kurve leicht ansteigt. Mit etwa  $0,12 - 0,14 \text{ T}^2$  liefert die horizontale Magnetfeldkomponente über den Magneten nur einen kleinen Beitrag. Allerdings sollte sie nicht vernachlässigt werden.

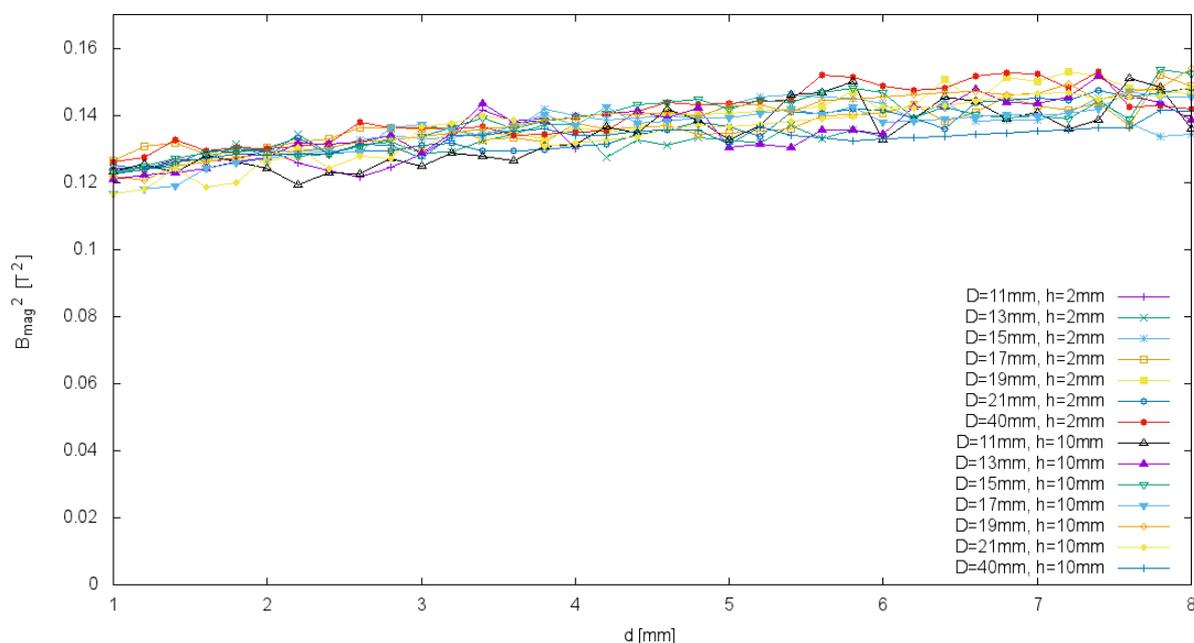


Abbildung 13: Berechnete quadrierte horizontale Magnetfeldkomponenten über dem rechten Neodym Magneten für die zwei festen Polschuhhöhen  $h$  von 2 mm und 10 mm mit jeweils sieben verschiedenen Magnetabständen der 12 mm-Blöcke.

Die Kurvenverläufe und die Werte in Abb. 14 für die 60 mm-Blöcke sind fast identisch mit denen der kleineren Blöcke. Die Kurve steigt jedoch deutlich langsamer und die Kurven sind erkennbar gerader. Die Werte liegen zudem etwas tiefer. Dies liegt teilweise daran, dass bei der Berechnung unbeabsichtigt Punkte in **FEMM** ausgewählt wurden, die 1 mm höher liegen als die geplanten Punkte. In den anderen Analysestufen wurde dies korrigiert. Allerdings ist eine Abweichung zu den Ergebnissen der 12 mm-Anordnung auch dort erkennbar (siehe z.B. Abb. 29 und Abb. 30 im Anhang).

Da die Graphen für  $B_{mag}^2$  der anderen Analysestufen sich nicht stark voneinander unter-

scheiden, werden sie in diesem Teil der Arbeit nicht extra präsentiert. Sie befinden sich im Anhang.

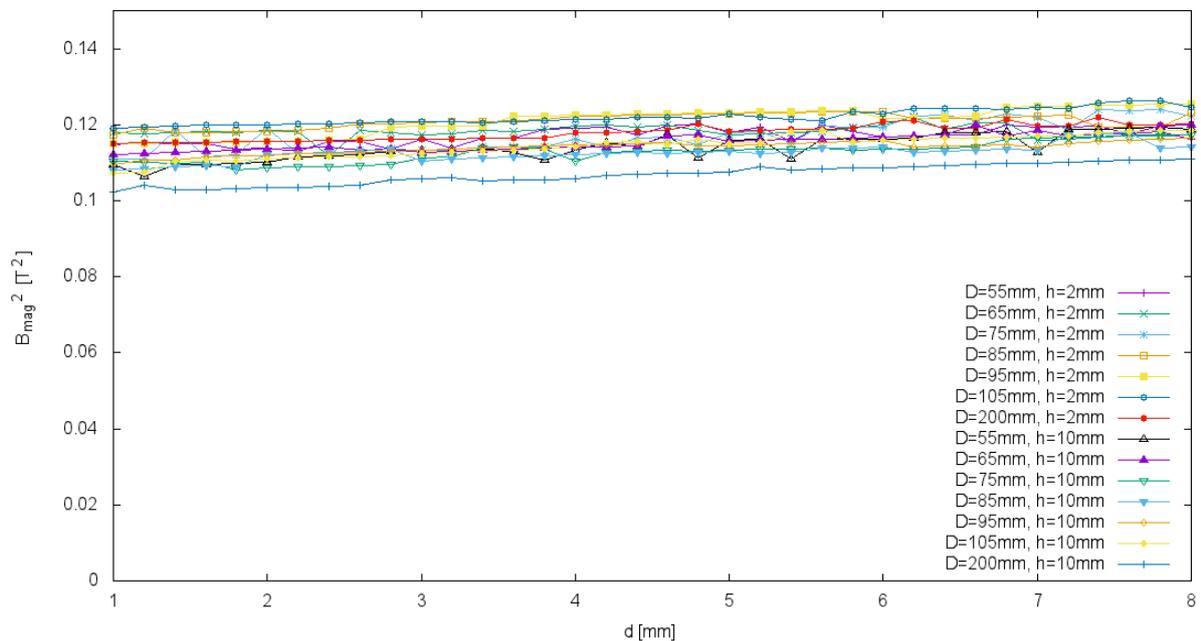


Abbildung 14: Berechnete quadrierte horizontale Magnetfeldkomponenten über dem rechten Neodym Magneten für die zwei festen Polschuhhöhen  $h$  von 2 mm und 10 mm mit jeweils sieben verschiedenen Magnetabständen der 60 mm-Blöcke.

Nun wird die dritte Analysestufe ausgewertet. In Abb. 15 ist die quadrierte horizontale Magnetfeldkomponente in der Polschuhlücke in Abhängigkeit der Polschuhhöhe  $h$  graphisch dargestellt. Die Polschuhhöhe reicht von 2 mm bis 10 mm.

Es fällt auf, dass die Kurve für die Werte des Neodym-Abstandes 11 mm fehlt und die Kurve für 13 mm erst später beginnt. Der Grund dafür liegt wieder in dem geforderten minimalen Winkel für die Berechnungen in **FEMM**.

$B_{gap}^2$  befindet sich hier etwa im Bereich von  $B_{mag}^2$  (siehe Abbildungen zuvor) und sinkt mit zunehmender Polschuhhöhe nur leicht. Der Polschuhabstand von 8 mm ist offensichtlich nur ein Extremfall, da die Werte für  $B_{gap}^2$  eindeutig zu gering sind. Der Maximalwert von ungefähr  $0,2 \text{ T}^2$  wird bei dem engsten Neodym-Abstand erreicht. Die Kurven sind abgesehen von der Kurve des größten Magnetabstands zu Beginn dichter und entfernen sich mit zunehmender Polschuhhöhe voneinander.

Abb. 16 (60 mm-Blöcke) zeigt einen etwas anderen Verlauf. Die Magnetfeldkomponente steigt zunächst mit zunehmender Höhe gering an bis zu einem Maximum ( $1,67 \text{ T}^2$  bei 85 mm) bei einer Polschuhhöhe von 4 – 5 mm. Danach fällt sie ebenfalls gering ab. Die

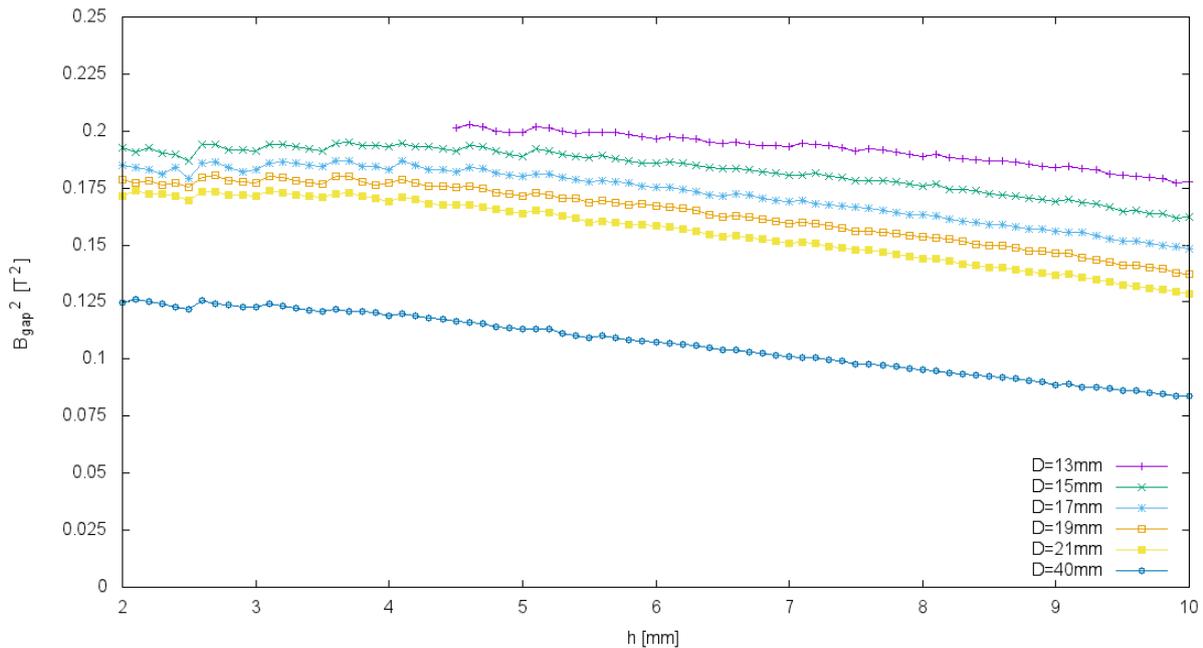


Abbildung 15: Berechnete quadrierte horizontale Magnetfeldkomponenten zwischen den Polschuhen für den festen Polschuhabstand  $d$  von 8 mm mit sieben verschiedenen Magnetabständen der 12 mm-Blöcke in Abhängigkeit der Polschuhhöhe.

Verläufe zeigen, was in der Analyse der ersten Stufe dieser Anordnung bereits erklärt wurde: Eine Polschuhhöhe von 2 mm erzielt nicht wie bei der Anordnung mit den kleineren Blöcken die höchsten Werte, da diese Höhe bei diesem Polschuhabstand relativ zu den Dimensionen der Magnete und Polschuhe zu klein ist für eine optimale Verstärkung der horizontalen Feldlinien. Aus der Abbildung folgt, dass eine Polschuhhöhe von 4 – 5 mm in diesem Fall optimal ist.

Anders als bei den kleineren Blöcken liegen die Kurven bei Kurvenbeginn weiter auseinander und nähern sich im Verlauf an.

Auf die Ergebnisse der weiteren Analysestufen wird hier nur kurz eingegangen. Die Werte der Stufen unterscheiden sich von denen der dritten Stufe kaum im Verlauf, sie liegen lediglich höher. Aus diesem Grund befinden sich die weiteren Graphen für  $B_{gap}^2$  ebenfalls im Anhang, abgesehen von der letzten Stufe, um die Differenz zu der dritten Stufe zu verdeutlichen. Hier werden die berechneten Maximalwerte für  $B_{gap}^2$  genannt.

In der vierten Stufe (ein fester Polschuhabstand  $d$  von 6 mm) wird bei den 12 mm-Blöcken ein Wert von etwa  $0,3 \text{ T}^2$  (Abb. 41) erreicht, bei den 60 mm-Blöcken sind es ungefähr  $2,3 \text{ T}^2$  (Abb. 42).

In der fünften Stufe (festes  $d$  von 4 mm) liegt der höchste Wert bei den 12 mm-Blöcken

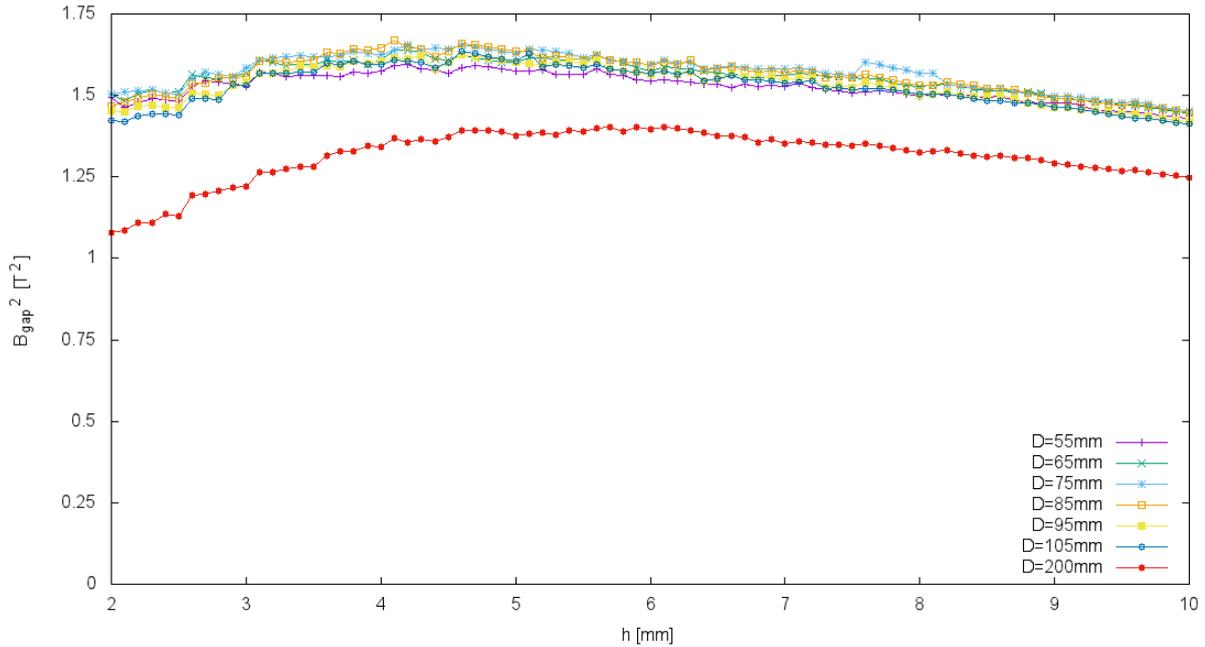


Abbildung 16: *Berechnete quadrierte horizontale Magnetfeldkomponenten zwischen den Polschuhen für den festen Polschuhabstand  $d$  von 8 mm mit sieben verschiedenen Magnetabständen der 60 mm-Blöcke in Abhängigkeit der Polschuhhöhe.*

bei etwa  $0,47 \text{ T}^2$  (Abb. 43) und bei den 60 mm-Blöcken bei etwa  $3,1 \text{ T}^2$  (Abb. 44).

In der sechsten Stufe (festes  $d$  von 3 mm) wird bei den 12 mm-Blöcken ein Wert von etwa  $0,66 \text{ T}^2$  (Abb. 45) erreicht, bei den 60 mm-Blöcken in etwa  $3,9 \text{ T}^2$  (Abb. 46).

In der siebten Stufe (festes  $d$  von 2 mm) beträgt der höchste Wert für die 12 mm-Blöcke etwa  $1,05 \text{ T}^2$  (Abb. 47). Für die 60 mm-Blöcke sind es etwa  $4,7 \text{ T}^2$  (Abb. 48).

Es sei zu erwähnen, dass die genannten maximalen Werte für die Stufen der kleineren Blöcke die jeweiligen Werte bei einer Polschuhhöhe von 2 mm sind und im Verlauf deutlich abfallen. Bei dieser Magnetgröße und den gegebenen Abständen fällt  $B_{gap}^2$  mit steigender Polschuhhöhe ausnahmslos. Die genannten Werte werden überwiegend bei einem Magnetabstand  $D$  von 11 mm erreicht. Bei der Anordnung mit den 60 mm-Blöcken werden die genannten Maximalwerte jeweils bei der optimalen Polschuhhöhe erreicht (im Bereich von etwa 4 mm bis 6 mm), danach sinken die Werte wieder. In diesem Fall ergeben sich die genannten Werte überwiegend bei einem Magnetabstand  $D$  von 85 mm.

Schließlich wird die achte Analysestufe betrachtet. Die Ergebnisse sind in Abb. 17 (12 mm-Blöcke) und in Abb. 18 (60 mm-Blöcke) zu sehen.

Die Kurven der kleineren Blöcke fallen deutlich stärker ab als in der dritten Analysestufe und erreichen zu Beginn einen maximalen Wert von etwa  $2,2 \text{ T}^2$ . Eine Zunahme

der Polschuhhöhe wirkt sich bei diesem geringen Polschuhabstand somit stärker auf das Magnetfeld aus als bei größeren Polschuhabständen. Bei dem Vergleich mit der dritten Stufe ist erkennbar, dass bei geringeren Polschuhabständen der Einfluss der unterschiedlichen Magnetabstände auf das horizontale Magnetfeld zunimmt. Dies ist bei genauer Betrachtung bereits in der ersten und zweiten Analysestufe ersichtlich. Auch bei diesem Polschuhabstand liegen die Kurven abgesehen von der Kurve des größten Magnetabstands bei Kurvenbeginn dichter als im weiteren Verlauf.

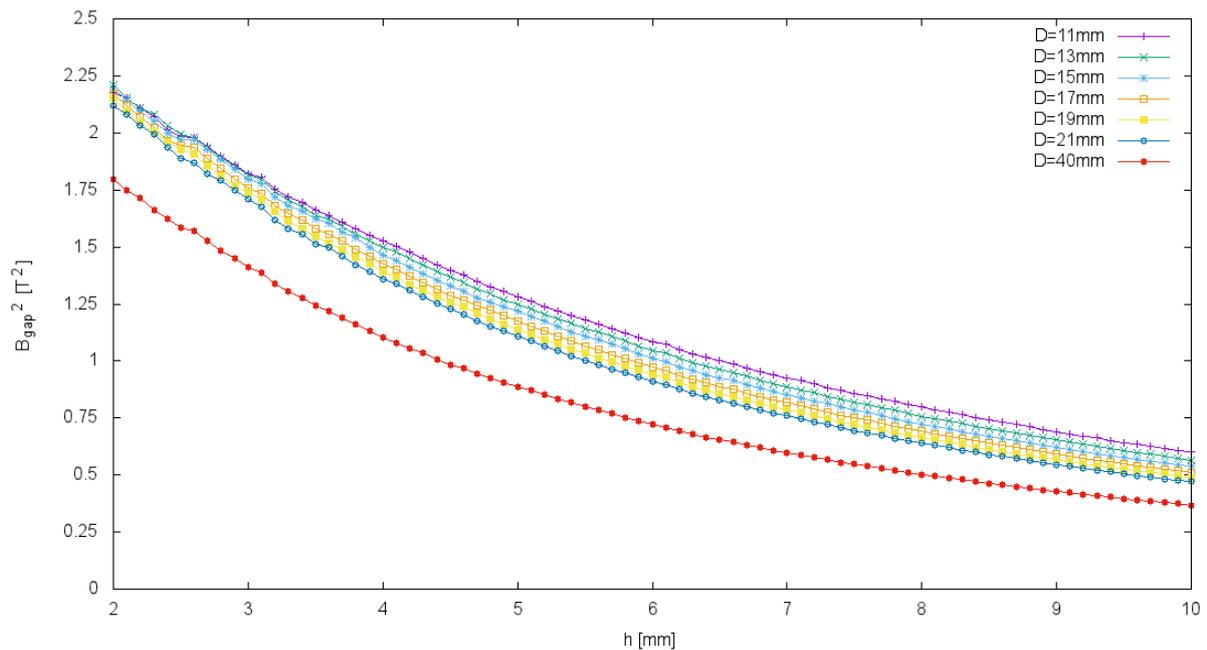


Abbildung 17: Berechnete quadrierte horizontale Magnetfeldkomponenten zwischen den Polschuhen für den festen Polschuhabstand  $d$  von 1 mm mit sieben verschiedenen Magnetabständen der 12 mm-Blöcke.

Die Kurvenverläufe der größeren Blöcke sind denen der dritten Stufe ähnlich. Sie sind jedoch gerader und erreichen ihr Maximum nicht wie zuvor bei 4 – 5 mm, sondern bereits zu Beginn (bzw. der Neodym-Abstand von 200 mm bei etwa 3 mm). Die Werte dieser Stufe sind höher als die der dritten Stufe mit einem Maximalwert von etwa 6,45 T<sup>2</sup>. Auch hier ist bei dem Vergleich mit der dritten Stufe ersichtlich, dass der Einfluss des Magnetabstands auf  $B_{gap}^2$  mit abnehmendem Polschuhabstand steigt. In dieser Anordnung sinkt dieser Einfluss zudem bei beiden Polschuhabständen mit zunehmender Polschuhhöhe.

Die Kurvenverläufe weisen erneut einen effektiveren Verlauf auf als die der kleineren Blöcke. So sinkt  $B_{gap}^2$  in Abb. 18 insgesamt um etwa 1 T<sup>2</sup>, was grob einem Sechstel entspricht (der Magnetabstand von 200 mm ist davon ausgenommen), bei den 12 mm-

Blöcken sind es ungefähr  $1,5 \text{ T}^2$ , dies entspricht etwa einem Drittel.  $B_{gap}^2$  sinkt somit in der Anordnung mit den großen Blöcken sowohl im Absolut- als auch im Relativbetrag weniger.

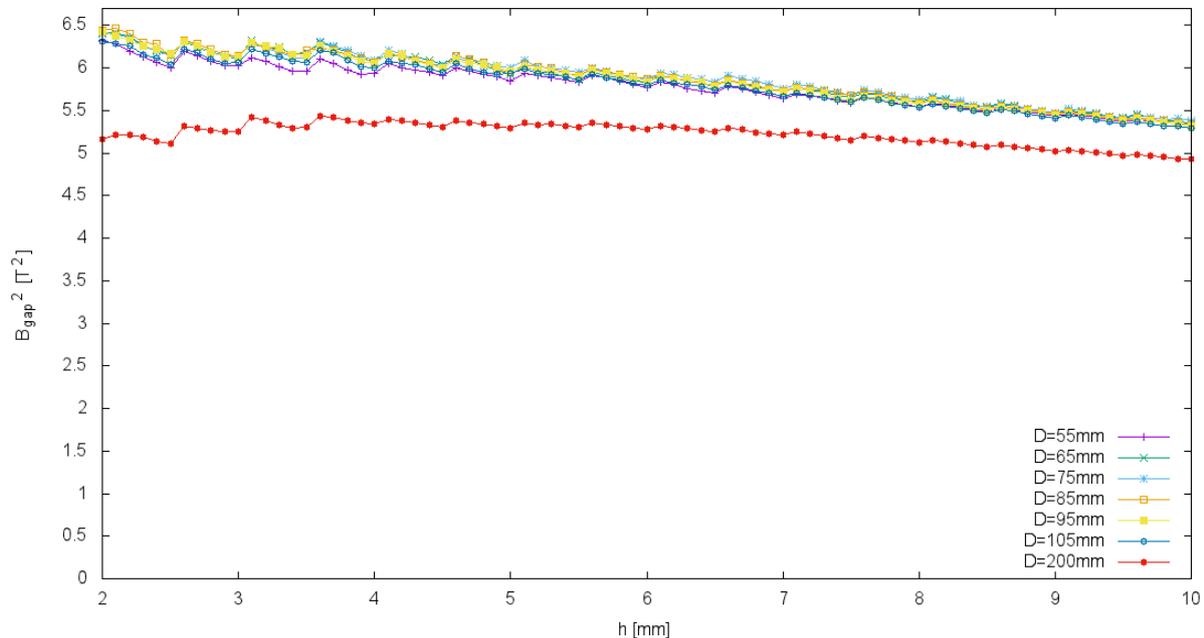


Abbildung 18: Berechnete quadrierte horizontale Magnetfeldkomponenten zwischen den Polschuhen für den festen Polschuhabstand  $d$  von 1 mm mit sieben verschiedenen Magnetabständen der 60 mm-Blöcke.

Als nächstes wird das Verhältnis  $\epsilon$  aus Gl. 29 für zwei feste Konfigurationen untersucht. Zum Einen zeigt das Verhältnis einen Vergleich zum Halbach-Array. Zum Anderen können die beiden verschiedenen Blockgrößen miteinander verglichen werden. Aus diesem Grund wird für beide Blockgrößen dieselbe Polschuhhöhe und derselbe Polschuhabstand gewählt. Die Neodym-Abstände sind analog zueinander. Für den ersten Vergleich werden die Polschuhhöhe und -breite jeweils auf 2 mm gesetzt. In beiden Anordnungen wurden bei dieser Konfiguration vergleichsweise hohe Werte für  $B_{gap}^2$  erreicht.

Abb. 19 zeigt für die 12 mm-Blöcke und den Magnetabstand von 15 mm die beiden zu untersuchenden gemittelten quadrierten horizontalen Magnetfeldkomponenten der Polshuhanordnung und das gemittelte quadrierte Feld des Halbach-Arrays auf der linken Ordinatenachse und das Verhältnis  $\epsilon$  auf der rechten. Auf der Abzissenachse ist der Abstand zum Boden bzw. zu den Magneten aufgetragen,  $\Delta z$ , und reicht bis 3 mm. Besonders deutlich wird zunächst der Unterschied zwischen den verschiedenen Magnetfeldkomponenten. So liegen die Werte für  $B_{hal}^2$  näher an den Werten für  $B_{mag}^2$ , die deutlich kleiner sind

als  $B_{gap}^2$ . Die Kurve für  $B_{gap}^2$  fällt ab einem Abstand von 2 mm. Dies ist einfach zu erklären: Die Polschuhe sind nur 2 mm hoch, sodass das darüber liegende Feld selbstverständlich abfällt. Die Kurve für  $\epsilon$  beginnt bei einem Wert von etwa 0,76 und liegt bei einem Abstand von 3 mm bei etwa 0,64. Der Maximalwert mit 0,95 wird bei einem Abstand von 1,8 mm erreicht. Dort befindet sich das Maximum, da  $B_{gap}^2$  bis zu diesem Abstand in etwa konstant ist und  $B_{hal}^2$  hingegen sinkt.  $B_{hal}^2$  wird mit einem Faktor 12 verstärkt und  $B_{gap}^2$  nur mit einem Faktor 2, sodass der Abfall von  $B_{hal}^2$  sich vergleichsweise stark auf den Kurvenverlauf auswirkt.  $\epsilon$  nimmt für alle Abstände Werte an, die kleiner als 1 sind. Somit liefert diese Anordnung keine besseren Werte als das Halbch-Array.

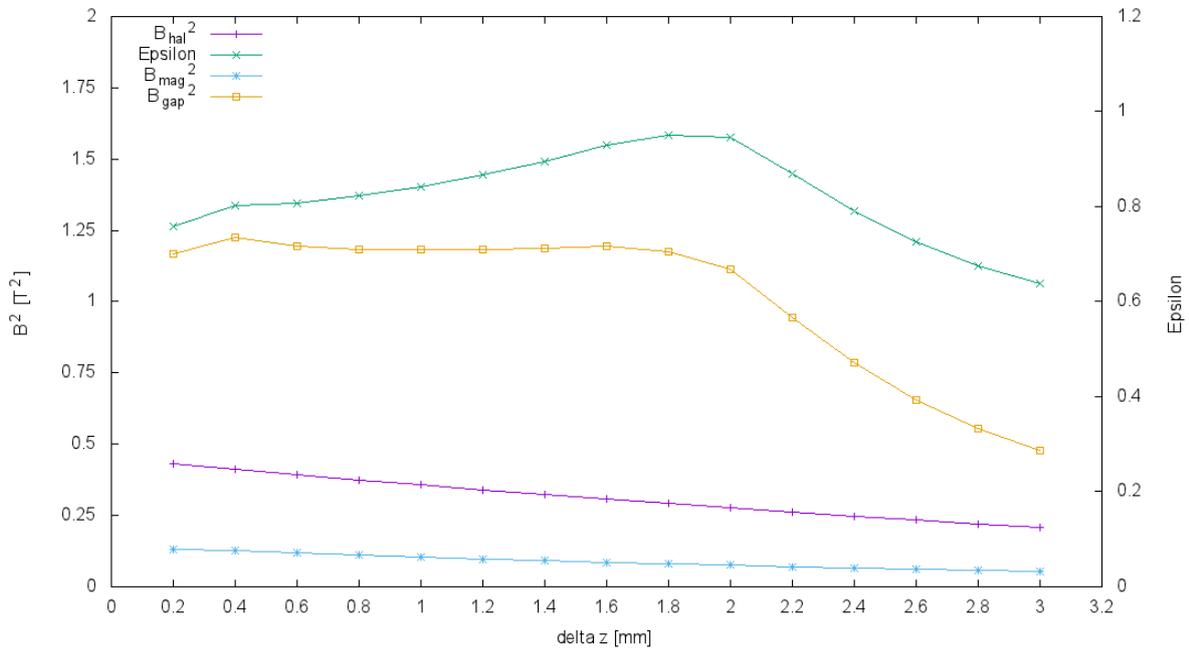


Abbildung 19: Zu sehen ist das Verhältnis  $\epsilon$ , das die Polschuhanordnung mit dem Halbch-Array vergleicht (rechte Ordinatenachse), sowie die zur Oberfläche parallelen Magnetfeldkomponenten  $B_{hal}^2$ ,  $B_{gap}^2$  und  $B_{mag}^2$  (alle linke Ordinatenachse). Für die Berechnung wurde eine Polschuhkonfiguration mit  $D = 15$  mm,  $d = 2$  mm und  $h = 2$  mm gewählt.

Abb. 20 zeigt nun den analogen Fall für die 60 mm-Blöcke und die Konfiguration  $D = 75$  mm,  $d = 2$  mm und  $h = 2$  mm. Die Achseneinteilung stimmt mit der aus Abb. 19 überein. Zu sehen ist, dass der Unterschied zwischen  $B_{hal}^2$  und  $B_{gap}^2$  in diesem Fall besonders groß ist. Auch hier fällt die Kurve für  $B_{gap}^2$  nach Erreichen der Polschuhhöhe von 2 mm.  $\epsilon$  beginnt hier bei einem Wert von etwa 0,64 und liegt bei einem Abstand von 3 mm bei etwa 1,1. Ab etwa 1,6 mm ist  $\epsilon \geq 1$ . Diese Anordnung ist damit vergleichbar

mit dem Halbach-Array und diesem eventuell vorzuziehen.

Trotz des Abfalls von  $B_{gap}^2$  ab einem Abstand von 2 mm ist der Kurvenverlauf von  $\epsilon$  in etwa konstant bzw. sogar leicht steigend. Dies lässt sich wieder auf die unterschiedlichen Verstärkungsfaktoren und zudem auf die deutlich höheren Werte von  $B_{gap}^2$  zurückführen.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die Anordnung der größeren Blöcke zwar mehr Fläche ohne Konversion enthält, die starke zur Oberfläche parallele Magnetfeldkomponente dies jedoch kompensiert und diese Anordnung daher sogar etwas bessere Werte liefert.

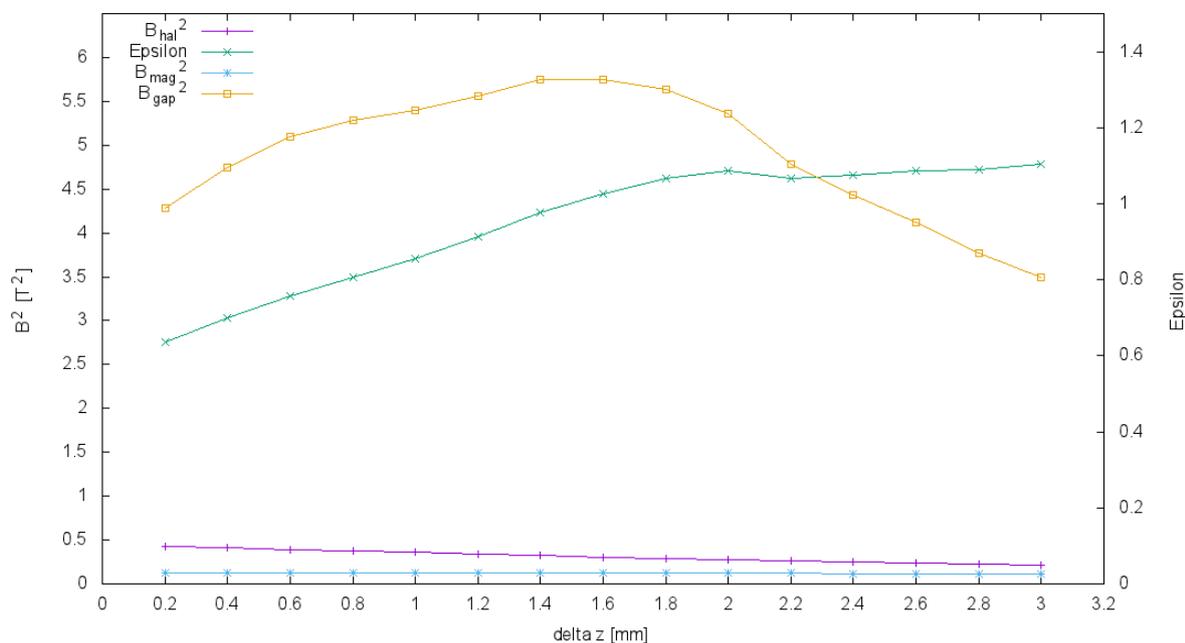


Abbildung 20: Wie in Abb. 19 ist das Verhältnis  $\epsilon$ , das die Polschuhanordnung mit dem Halbach-Array vergleicht (rechte Ordinatenachse) zu sehen, sowie die zur Oberfläche parallelen Magnetfeldkomponenten  $B_{hal}^2$ ,  $B_{gap}^2$  und  $B_{mag}^2$  (alle linke Ordinatenachse). Für die Berechnung wurde analog eine Polschuhkonfiguration mit  $D = 75$  mm,  $d = 2$  mm und  $h = 2$  mm gewählt.

Abschließend wird zusätzlich für die 60 mm-Blöcke eine feste Konfiguration mit  $D = 75$  mm,  $d = 10$  mm und  $h = 5$  mm untersucht. Die Polschuhhöhe von 5 mm wird gewählt, da im Analyseverfahren festgestellt wurde, dass abgesehen von dem Polschuhabstand von 1 mm, Höhen zwischen 4 mm und 6 mm die höchsten  $B_{gap}^2$ -Werte erzielen.

Die graphische Darstellung befindet sich in Abb. 21.  $B_{gap}^2$  ist hier deutlich geringer als in Abb. 20, fällt aber am Ende nicht ab, da die Polschuhhöhe größer als 3 mm ist. Die Kurve ist nach einem leichten Anstieg bis zu einem Abstand von 0,6 mm nahezu konstant. Auf-

### 3 Ergebnisse

grund der abfallenden Kurve für  $B_{hal}^2$  steigen die Werte für  $\epsilon$  mit zunehmendem Abstand. Der Anfangswert für  $\epsilon$  beträgt ungefähr 0,86, der Endwert 1,73. Ab einem Abstand von etwa 0,8 mm ist  $\epsilon \geq 1$ . Diese Konfiguration ist somit dem Halbach-Array vorzuziehen.

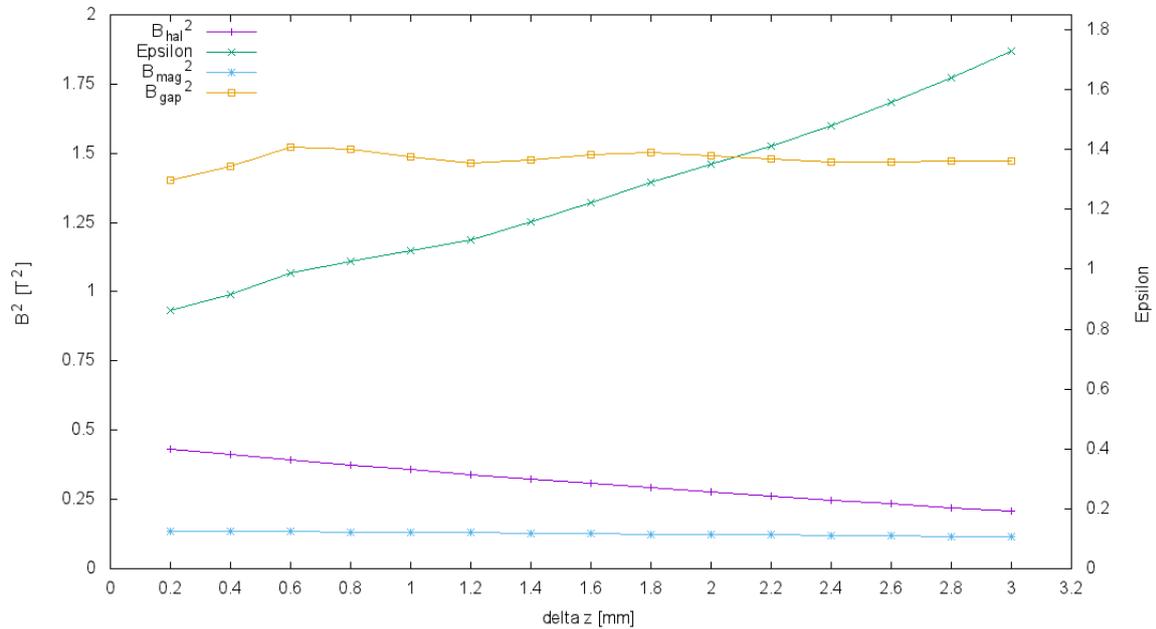


Abbildung 21: Wie zuvor ist das Verhältnis  $\epsilon$ , das die Polschuhordnung mit dem Halbach-Array vergleicht (rechte Ordinatenachse) zu sehen, sowie die zur Oberfläche parallelen Magnetfeldkomponenten  $B_{hal}^2$ ,  $B_{gap}^2$  und  $B_{mag}^2$  (alle linke Ordinatenachse). Für die Berechnung wurde eine Polschuhkonfiguration mit  $D = 75$  mm,  $d = 10$  mm und  $h = 5$  mm gewählt.

## 3.2 Ergebnisse der Messung

Die Tabellen mit den Messdaten befinden sich online unter <https://wolke.physnet.uni-hamburg.de/index.php/s/IK0gKgSIhCqAEEG>.

Zunächst werden die Daten graphisch ausgewertet, um die Feldstärken des horizontalen Magnetfeldes darzustellen. In Abb. 22 ist das horizontale Magnetfeld in einem Abstand von 2 mm über den Magneten zu sehen. Dabei wurde das Feld über allen drei Neodym Magneten in einer Reihe gemessen. Die Hallsonde hat in einer Ecke mit dem Messen entlang der Reihe begonnen und ist zwölf mal in 1 mm-Schritten weitergefahren, um jeweils erneut entlang der Reihe zu messen. Aufgrund der Lücken zwischen den Magneten durch den Klebstoff, wurde die abzufahrende Strecke von 36 mm auf 38 mm verlängert (es wurde die Magnetreihe mit den kleineren Lücken gewählt). Um das komplette horizontale Feld darzustellen, wurde nicht nur das Feld in x-Richtung, sondern zusätzlich das Feld in y-Richtung gemessen. Dieses liefert jedoch nur einen sehr geringen Beitrag. Jeder einzelne farbige Kasten in der Abbildung setzt sich aus einem Messwert des Feldes in x-Richtung und einem Messwert des Feldes in y-Richtung zusammen. Berechnet werden diese Werte über  $B_{xy} = \sqrt{B_x^2 + B_y^2}$ .

Abb. 23 enthält die gleichen Informationen bei einem Abstand von 3 mm für den direkten Vergleich. Wie erwartet ist das Feld schwächer bei steigendem Abstand. Die oberen blauen Balken repräsentieren Messwerte, welche bereits zu weit außerhalb der Magnete aufgenommen wurden und sich über den Polschuhen befinden. Dort sinkt das Feld sehr stark.

In Abb. 24 sind die mit **FEMM** berechneten Werte für  $B_{mag}$  und die gemessenen Werte zusammen graphisch dargestellt. Auf der Abzissenachse ist der Abstand zu den Magneten,  $\Delta z$ , von 2 mm bis 3 mm aufgetragen. Für die Werte aus der Messung wird in jedem Abstand der Mittelwert aus den in Abb. 22 gekennzeichneten Messwerten gebildet<sup>7</sup>. Diese liegen in der Mitte des mittleren Magneten und stellen den besten Vergleich zu der Simulation in **FEMM** dar. Beim Mitteln werden die Messwerte, die den blauen Balken bilden, nicht berücksichtigt, da sie bereits das Feld über den Polschuhen darstellen und somit nicht zum Vergleich mit den akkurat in **FEMM** gesetzten Punkten herangezogen werden sollten. Zusätzlich zu den Simulationswerten der Magnete der Güte N52 sind zum

---

<sup>7</sup>Für einen optimalen Vergleich zu den Simulationen wird das Feld in y-Richtung, das in **FEMM** nicht existiert, weggelassen.

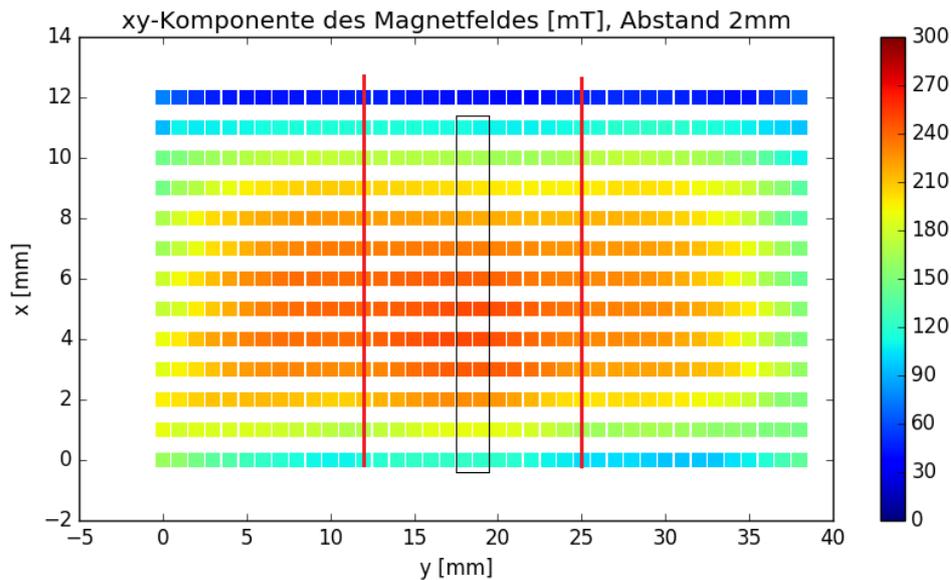


Abbildung 22: Die Feldstärken des horizontalen Magnetfeldes 2 mm über drei Neodym Magneten einer Reihe. Die eingezeichneten roten Linien trennen grob die Magnete voneinander.

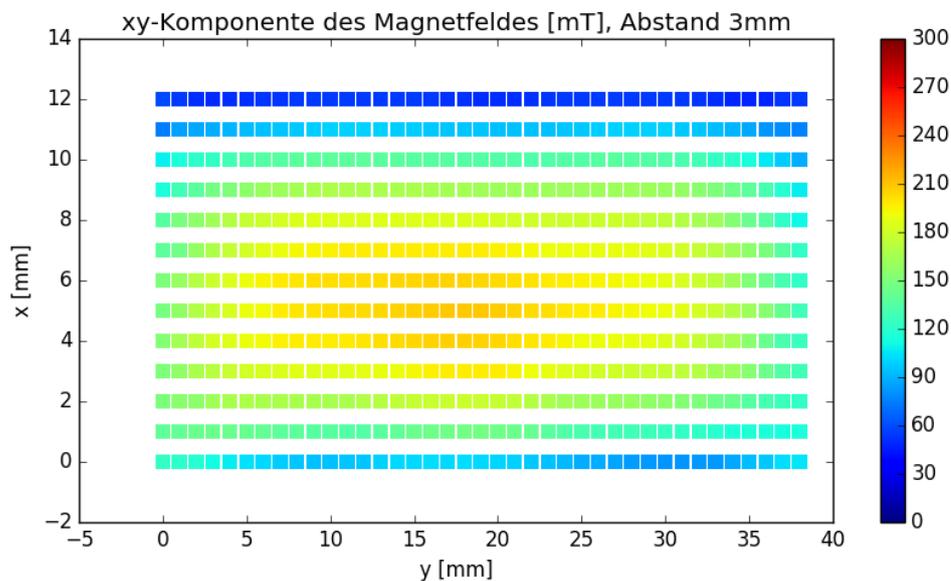


Abbildung 23: Die Feldstärken des horizontalen Magnetfeldes 3 mm über drei Neodym Magneten einer Reihe.

Vergleich Simulationswerte mit Magneten der Güte N40 dargestellt. Bei der Betrachtung der Kurven fällt auf, dass die gemessenen Werte deutlich geringer sind als die theoretischen (ungefähr 0,08 T Differenz zu N52). Sie liegen sogar unter den Werten der Magnete der Güte N40. Die Verläufe der Kurven sind jedoch ähnlich. Für die Abweichungen zwischen Messung und Theorie gibt es hier mehrere mögliche Gründe: Zum Einen sorgen die

Lücken, gefüllt mit dem Klebstoff, für einen Abfall der Feldstärke. Zum Anderen sind die Messwerte etwas geringer wegen der unterschiedlichen Güten, was jedoch die vorliegende Differenz nicht erklären kann.

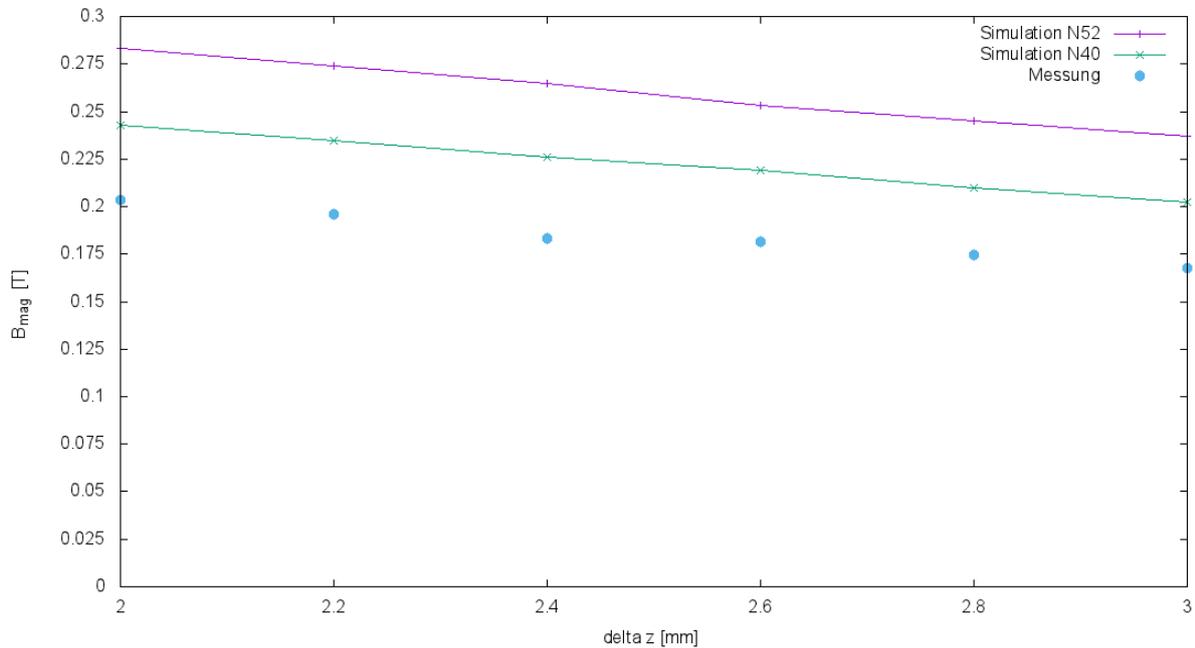


Abbildung 24: Die Messwerte für  $B_{mag}$  und die theoretischen Werte im direkten Vergleich.

Aufgrund des geringen Polschuhabstands mit 4 mm konnte die Hallsonde pro Abstand nur einmal die gesamte Länge der Polschuhlücke entlang fahren und messen. In diesem Fall wurde jeweils eine Strecke von 36 mm abgefahren. In Abb. 25 findet sich der Vergleich der Theorie- und Messwerte für  $B_{gap}$ . Bei den verwendeten Messwerten handelt es sich wieder um Mittelwerte der Komponente in x-Richtung. In diesem Fall wird bei der Mittelung jeder Messwert in der Polschuhlücke pro Abstand berücksichtigt, abgesehen von den Rändern (bei  $y = 0$  und  $y = 36$ ), wo das Magnetfeld abfällt. Zusätzlich zu den Simulationen der N52 Neodym-Blöcke werden ebenfalls Simulationen mit Magneten der Güte N40 dargestellt.

Auch hier liegen die Messwerte unter den Simulationen beider Magnetgüten. Die Differenz beträgt in etwa 0,15 T zu den stärkeren Magneten. Als mögliche Erklärung dienen hier ebenfalls die durch den Klebstoff gebildeten Lücken. Die unterschiedlichen Güten sorgen für einen geringen Unterschied, der jedoch auch hier nicht für die große Differenz ausschlaggebend ist. Ein nicht zu vernachlässigender Unterschied zur Simulation ist, dass in der Messung nur mittig in der Polschuhlücke (bei  $x = 0$ ) gemessen werden konnte. Dadurch wird das Feld an den Polschuhändern, welches etwas stärker ist als mittig, nicht

berücksichtigt.

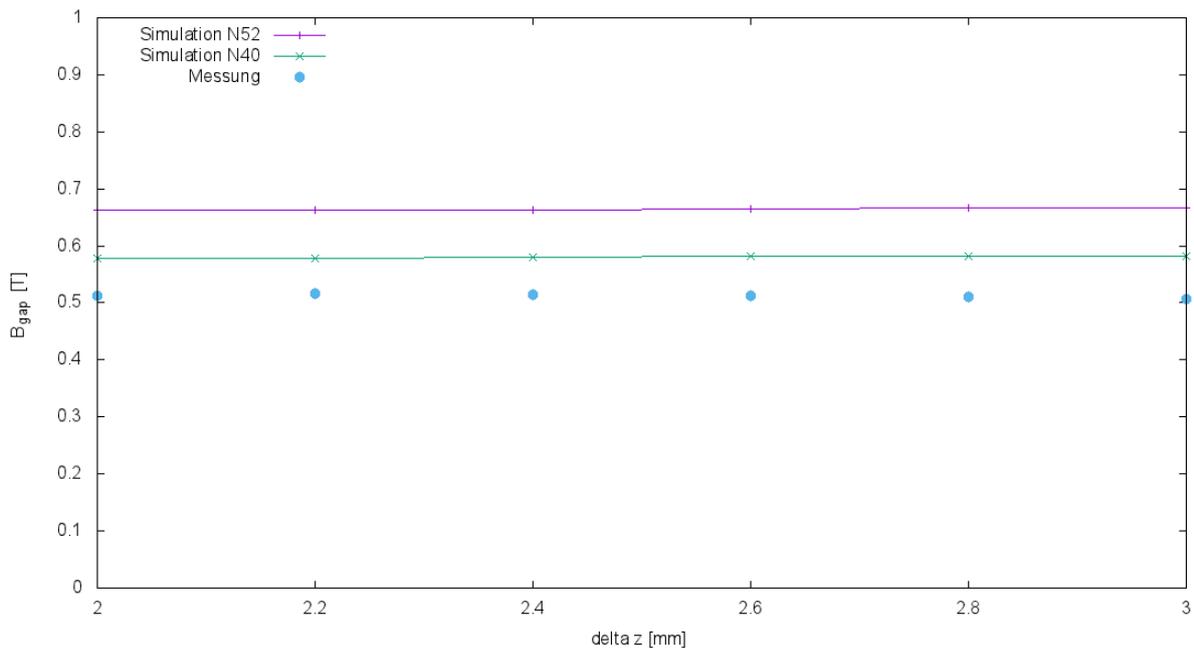


Abbildung 25: Die Messwerte für  $B_{gap}$  und die theoretischen Werte im direkten Vergleich.

Neben den Lücken durch den Klebstoff und den unterschiedlichen Magnetgüten könnte zudem das Eisen der Polschuhe für die Abweichungen zwischen Messwerten und Simulationen verantwortlich sein. Möglicherweise sind die magnetischen Permeabilitäten des Eisens in **FEMM** und des Eisens im Messaufbau unterschiedlich. Um zu überprüfen, ob das Eisen der Polschuhe für Abweichungen zwischen den berechneten und den Messwerten sorgt, wird eine zweite Messung durchgeführt und mit Simulationen verglichen. Zunächst wird  $B_{gap}$  in 2 mm-Abständen über dem Boden bis zu einem Abstand von 14 mm gemessen. Die Messung wird einmal mittig in der y-Achse und einmal auf Höhe von Kleblücken durchgeführt. Für einen besseren Vergleich werden die Simulationen nur in der Mitte der x-Achse in der Polschuhlücke berechnet, da die Messwerte ebenfalls nur an dieser Stelle aufgezeichnet werden.

Zudem wird das horizontale Magnetfeld seitlich vor den Magneten einer Reihe in denselben Abständen gemessen. Dabei misst die Hallsonde zuerst 0,5 mm vor den Magneten und anschließend 6 mm weiter entfernt. Auch diese Messung wird einmal mittig in der y-Achse und einmal auf Höhe von Kleblücken durchgeführt.

In diesem Fall wird darauf verzichtet, die horizontalen Komponenten zusätzlich in y-Richtung zu messen, da das Feld in y-Richtung nur einen sehr geringen Beitrag liefert. Wie zuvor wird eine Simulation mit Magneten der Güte N52 durchgeführt und eine wei-

tere mit Magneten der Güte N40.

Somit wird sowohl das Feld auf der Seite der Magnete betrachtet, wo sich das Eisen befindet, als auch das Feld, wo kein Eisen vorliegt. Falls nur auf der Seite mit dem Eisen eine Abweichung zwischen den berechneten und den Messwerten vorliegt, unterstützt dies die Hypothese, dass durch die unterschiedlichen magnetischen Permeabilitäten des Eisens in **FEMM** und dem Messaufbau die Abweichungen zwischen Simulation und Messung zustande kommen.

Abb. 26 stellt die Ergebnisse in der Polschuhlücke dar.

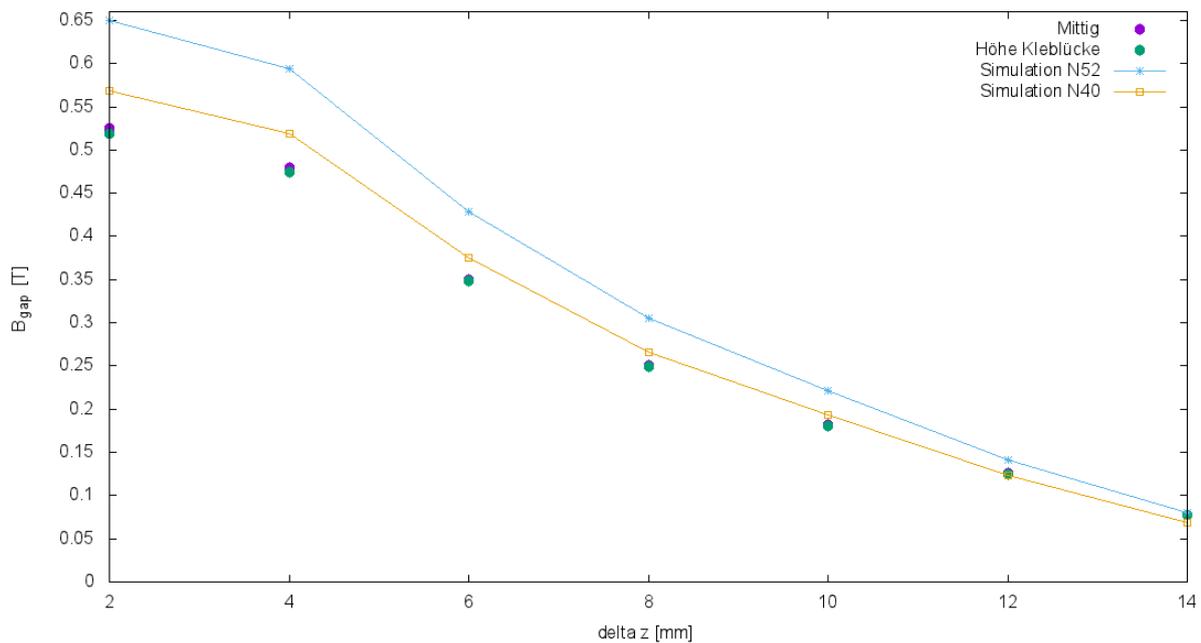


Abbildung 26: Die Messwerte der zweiten Messung für  $B_{gap}$  und die theoretischen Werte im direkten Vergleich.

Die gemessenen Werte für  $B_{gap}$  liegen wie zuvor unter den Simulationen. Die Differenz zu den Magneten der Güte N52 liegt bei ungefähr 0,13 T.  $B_{gap}$  beträgt in der Simulation mit den Magneten der Güte N52 bei einem Abstand zum Boden von 2 mm in etwa 0,65 T. In der ersten Messung, wo die Polschühränder miteinbezogen wurden, lag der Wert bei diesem Abstand bei 0,66 T. Daraus ist erkennbar, dass die Tatsache, dass bei der Messung die Polschühränder nicht berücksichtigt werden, für keine starke Abweichung zwischen den berechneten und den Messwerten sorgt.

Die Werte beider Messreihen liegen sehr dicht beieinander, wobei die der Messung auf Höhe einer Kleblücke geringfügig tiefer liegen.

In Abb. 27 sind die Simulations- und Messwerte auf der Seite ohne Polschuhe 0,5 mm vor

den Magneten dargestellt.

Die Werte der Messung in der Mitte der y-Achse liegen überwiegend zwischen den Simula-

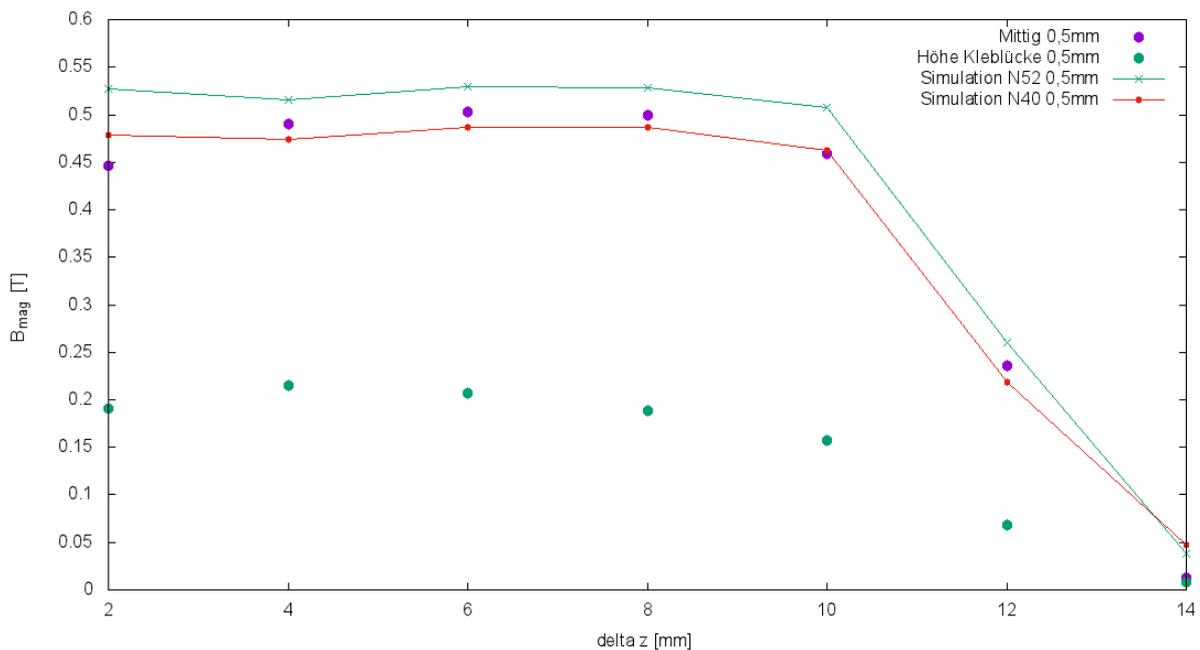


Abbildung 27: Die Messwerte der zweiten Messung für das horizontale Magnetfeld 0,5 mm vor den Magneten und die theoretischen Werte im direkten Vergleich.

tionswerten beider Magnetgüten. Hingegen ist das gemessene horizontale Magnetfeld auf Höhe einer Kleblücke mit einer Differenz von etwa 0,25 T zur mittigen Messung deutlich geringer.

Schließlich stellt Abb. 28 die Ergebnisse 6,5 mm vor den Magneten dar.

Im Gegensatz zu der Messung, die 0,5 mm vor den Magneten durchgeführt wurde, befinden sich die gemessenen Werte mittig in der y-Achse in diesem Abstand zu den Magneten nicht zwischen den Simulationswerten beider Magnetgüten. Jedoch liegen die gemessenen Werte nur ungefähr 0,03 T unter den berechneten Werten der Magnete mit der Güte N52. Ein weiterer Unterschied ist die Differenz zwischen beiden Messreihen in diesem Abstand. Wie zuvor ist die gemessene horizontale Magnetfeldkomponente auf Höhe einer Kleblücke schwächer als mittig in der y-Achse. Die Werte auf Höhe der Kleblücke liegen jedoch nur etwa 0,015 T tiefer.

Die Ergebnisse dieser zweiten Messung zeigen zum Einen, dass die Lücken durch den Klebstoff zwischen den Magneten das Magnetfeld vor der Kleblücke stark verringern. Möglicherweise liegen beide Messreihen in Abb. 28 aus dem Grund unter den Simula-

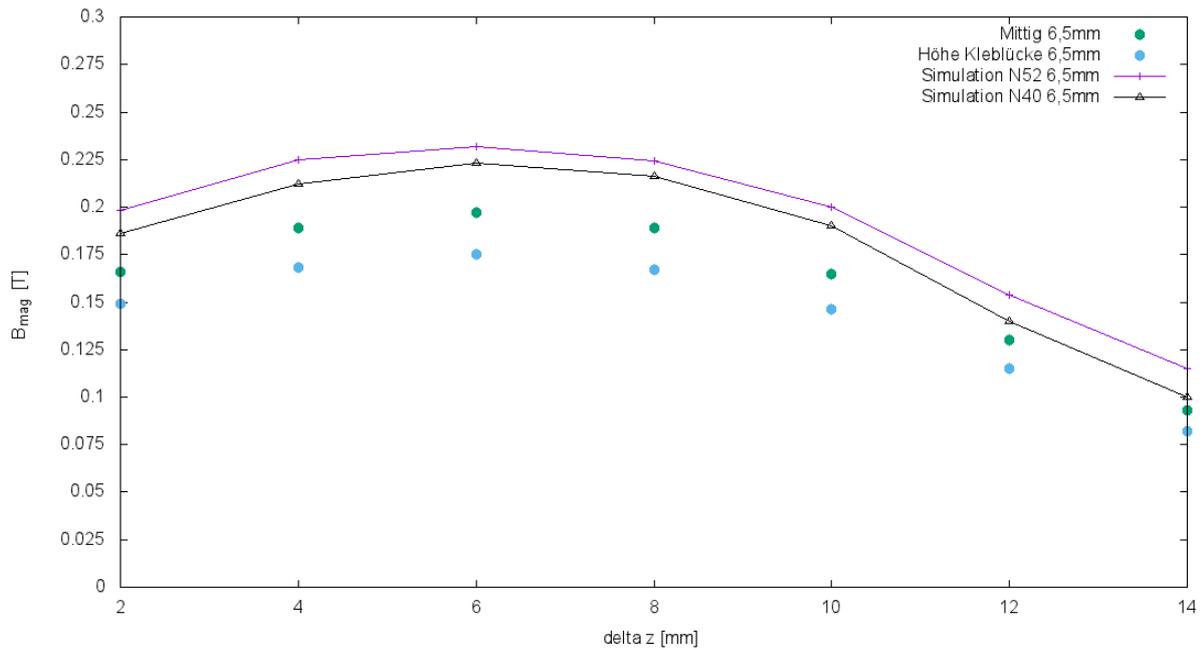


Abbildung 28: Die Messwerte der zweiten Messung für das horizontale Magnetfeld 6,5 mm vor den Magneten und die theoretischen Werte im direkten Vergleich.

tionswerten der Magnete der Güte N52, dass die magnetischen Feldlinien in dem Abstand von 6,5 mm so durch das schwächere Magnetfeld auf Höhe der Kleblücken beeinflusst werden, dass das Magnetfeld mittig in der y-Achse ebenfalls schwächer ist.

Zum Anderen unterstützen die Ergebnisse überwiegend die Hypothese, dass aufgrund der verschiedenen magnetischen Permeabilitäten des Eisens die Abweichungen zwischen Mess- und Simulationswerten in der ersten Messung zustande kommen.

## 4 Zusammenfassung und Ausblick

In dieser Arbeit wurde für das geplante Experiment BRASS für den Nachweis von axion-ähnlichen Teilchen ein Analyseverfahren durchgeführt, um die magnetisierten Spiegel zu optimieren. Es wurde ein neuer Aufbau mit Polschuhen eingeführt, der nach der Analyse mit dem Halbach-Array verglichen wurde, welches bisheriger Kandidat für die magnetisierten Spiegel war. Für die Analyse wurde das Programm **FEMM** Version 4.2 verwendet. Zudem wurde eine Messung mit einer festen Konfiguration durchgeführt, um die Simulationsergebnisse zu überprüfen.

Für die Analyse wurden kubische Neodym Magnete der Kantenlänge 12 mm und welche der Kantenlänge 60 mm mit jeweils sieben verschiedenen Abständen zueinander untersucht. Zudem waren die Polschuhhöhe und -breite variabel.

Bei dem Optimierungsverfahren wurde festgestellt, dass sich die Polschuhhöhe und -breite stärker auf das horizontale Magnetfeld in der Polschuhlücke auswirken als der Abstand der Neodym Magnete zueinander. Der Einfluss des Abstands zwischen den Neodym Magneten auf das horizontale Magnetfeld ist recht gering, er wächst jedoch bei beiden Anordnungen mit sinkendem Polschuhabstand. Aus dem geringen Einfluss des Magnetabstands folgt, dass mit größeren Neodym-Abständen mehr Konversionsfläche verloren geht, die horizontale Magnetfeldkomponente jedoch nicht wesentlich geringer ist. Da die Polschuhe aus Eisen kostengünstiger sind als die Neodym Magnete, könnten größere Magnetabstände attraktiver sein als kleinere.

Die Anordnung mit den 60 mm großen Magneten weist effektivere Verläufe auf als die Anordnung mit den 12 mm-Blöcken. Zudem liegen die Werte deutlich höher: Bei einer festen Polschuhhöhe von 2 mm, einem Polschuhabstand von 1 mm und einem Abstand zwischen den Magneten von 11 mm bzw. 55 mm wird in der Anordnung mit den kleineren Blöcken ein Wert von etwa  $2,05 \text{ T}^2$  erreicht. Bei den größeren Blöcken sind es ungefähr  $6,5 \text{ T}^2$ . Dies entspricht in etwa dem Dreifachen der 12 mm-Blöcke. Hingegen enthält der Aufbau mit den 60 mm-Blöcken weniger Konversionsfläche.

Über den Neodym Magneten ist ebenfalls Konversionsfläche vorhanden. Die horizontalen Magnetfeldkomponenten sind nicht zu vernachlässigen und tragen damit zu  $B_{\parallel}^2$  bei. Dabei werden in beiden Anordnungen nahezu identische Werte erreicht. Verschiedene Magnetabstände sowie Polschuhkonfigurationen beeinflussen das horizontale Feld über

den Magneten nur unwesentlich.

Es wurden darauffolgend drei feste Konfigurationen mit dem Halbach-Array verglichen, eine mit den 12 mm-Blöcken und zwei mit den 60 mm-Blöcken. Es wurde nachgewiesen, dass die Konfiguration mit den kleineren Blöcken schlechtere Werte für die parallele Magnetfeldkomponente als das Halbach-Array liefert. Die 60 mm-Blöcke erzielen trotz größerem Konversionsflächenverlust bessere Werte als die kleinen Magnete und sind dem Halbach-Array vorzuziehen.

Die Messwerte liegen etwa 0,08-0,15 T unter den Simulationswerten. Diese Differenz liegt geringfügig an den unterschiedlichen Güten der Magnete (in der Simulation N52, in der Messung N48). Der Großteil der Abweichung kommt jedoch durch die Lücken zwischen den zusammengeklebten Magneten zustande sowie durch die unterschiedlichen magnetischen Permeabilitäten des Eisens der Polschuhe im Messaufbau und der Simulation in **FEMM**.

Für das BRASS-Experiment bietet die Polschuanordnung mit 12 mm großen Neodym Magneten keine bessere Wahl als das Halbach-Array. Der Aufbau mit der Blockgröße von 60 mm hingegen erzielt bessere Ergebnisse. Für einen aussagekräftigeren Vergleich sollten die Werte zusätzlich mit Simulationswerten eines Halbach-Arrays mit diesen Blockgrößen verglichen werden.

Aufgrund der Sättigung des Eisens in dieser Anordnung ist es wahrscheinlich, dass mit kleineren Blöcken als 60 mm gleich gute Ergebnisse erzielt werden können wie mit den 60 mm großen Magneten. Dies wäre von Vorteil. Schließlich sollte nicht vernachlässigt werden, dass mit zunehmender Blockgröße die Kosten für die Neodym Magnete stark ansteigen und die Magnete zudem schlechter zu handhaben sind. Allerdings werden mit zunehmender Magnetgröße auch weniger Magnete benötigt.

## Literatur

- [1] G. Duda und K. Garrett. Dark Matter: A Primer. *arXiv:1006.2483v2[hep-ph]*, (2011).
- [2] D. Hooper und G. Bertone. A History of Dark Matter. *arXiv:1605.04909[astro-ph.CO]*, (2016).
- [3] D. Meeker. Finite Element Method Magnetics Version 4.2 User's Manual. *Finite Element Method Magnetics*, (2015). [Online at [www.femm.info/Archives/doc/manual142.pdf](http://www.femm.info/Archives/doc/manual142.pdf); accessed 06-September-2017].
- [4] P. Arias et al. WISPy Cold Dark Matter. *arXiv:1201.5902v2[hep-ph]*, (2012).
- [5] J. Hewett. Fundamental Physics at the Intensity Frontier. *arXiv:1205.2671v1 [hep-ex]*, (2012).
- [6] R. D. Peccei. The Strong CP Problem and Axions. *arXiv:hep-ph/0607268v1*, (2006).
- [7] A. Ringwald. Axions and Axion-Like Particles. *arXiv:1407.0546v1 [hep-ph]*, (2014).
- [8] D. Horns et al. Searching for WISPy Cold Dark Matter with a Dish Antenna. *arXiv:1212.2970v1[hep-ph]*, (2012).
- [9] Wikipedia The free encyclopedia. The flux diagram of a halbach array, 2017. [Online at [https://en.m.wikipedia.org/wiki/File:Halbach\\_array\\_field.jpg](https://en.m.wikipedia.org/wiki/File:Halbach_array_field.jpg); accessed 21-July-2017].
- [10] Spektrum.de. Ferromagnetismus. Website, (2000). [Online at <http://www.spektrum.de/lexikon/geowissenschaften/ferromagnetismus/4741>; accessed 09-September-2017].
- [11] C. Mangels. Optimisation of the conversion probability of axions in a transversal magnetic field. [Master's thesis], 2017.
- [12] WUNTRONIC. Datenblatt Modell KOSHAVA-USB. Website, (2016). [Online at <http://www.wuntronic.de/de/teslameter-gaussmeter-mit-usb-zur-messung-von-restmagnetismus.html>; accessed 06-September-2017].

## Anhang

Sortiert nach Analysestufe finden sich hier die graphischen Ergebnisse für  $B_{mag}^2$  ab der dritten Stufe gefolgt von den graphischen Ergebnissen für  $B_{gap}^2$  ab der vierten Stufe bis einschließlich der siebten Stufe.

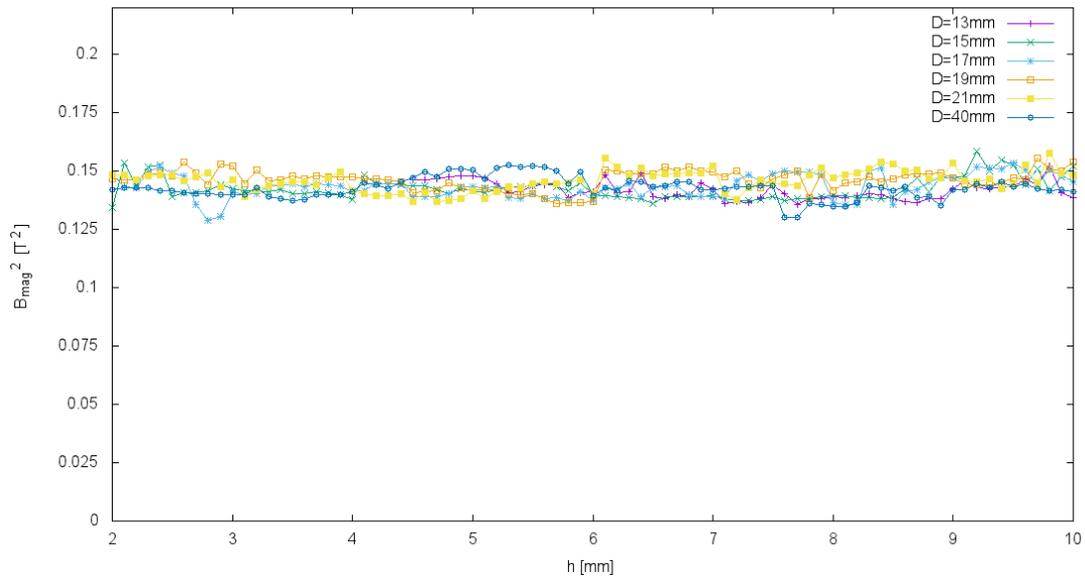


Abbildung 29: Berechnete quadrierte horizontale Magnetfeldkomponenten über dem rechten Neodym Magneten für den festen Polschuhabstand  $d$  von 8 mm mit sieben verschiedenen Magnetabständen der 12 mm-Blöcke in Abhängigkeit der Polschuhhöhe.

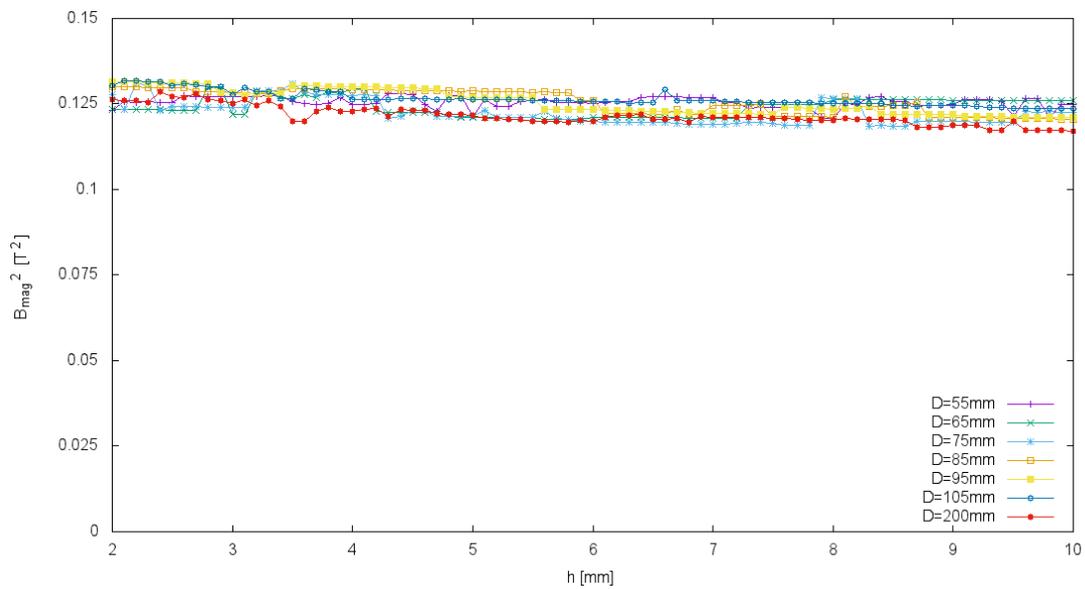


Abbildung 30: Berechnete quadrierte horizontale Magnetfeldkomponenten über dem rechten Neodym Magneten für den festen Polschuhabstand  $d$  von 8 mm mit sieben verschiedenen Magnetabständen der 60 mm-Blöcke in Abhängigkeit der Polschuhhöhe.

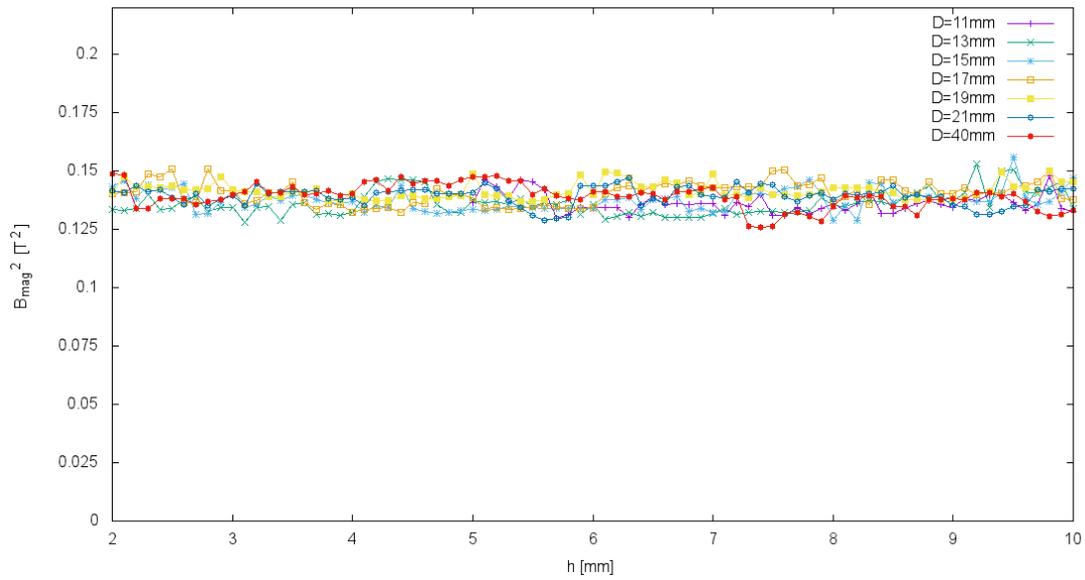


Abbildung 31: Berechnete quadrierte horizontale Magnetfeldkomponenten über dem rechten Neodym Magneten für den festen Polschuhabstand  $d$  von 6 mm mit sieben verschiedenen Magnetabständen der 12 mm-Blöcke in Abhängigkeit der Polschuhhöhe.

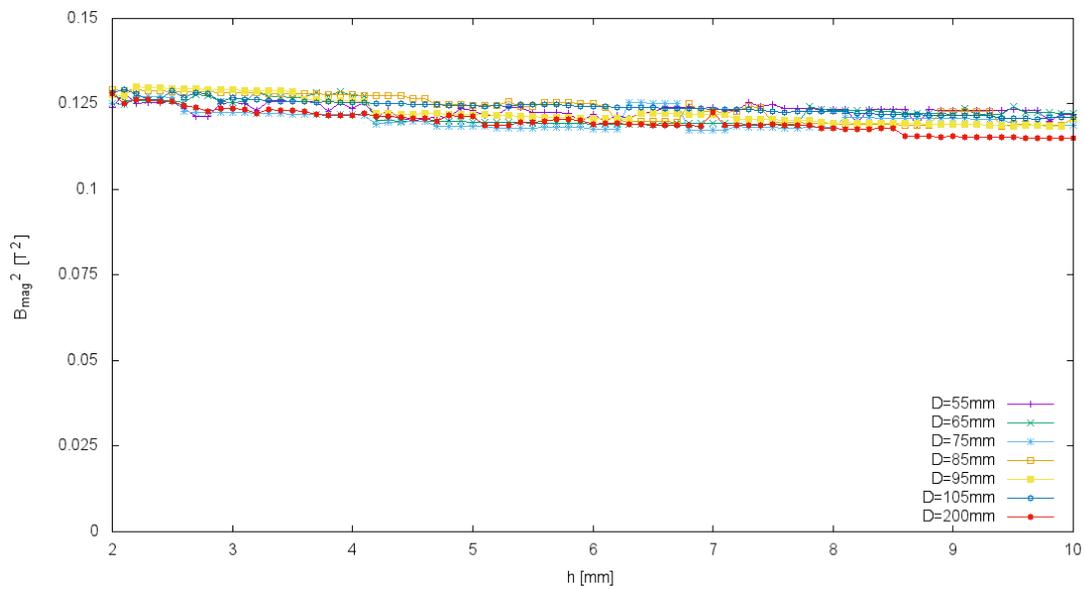


Abbildung 32: Berechnete quadrierte horizontale Magnetfeldkomponenten über dem rechten Neodym Magneten für den festen Polschuhabstand  $d$  von 6 mm mit sieben verschiedenen Magnetabständen der 60 mm-Blöcke in Abhängigkeit der Polschuhhöhe.

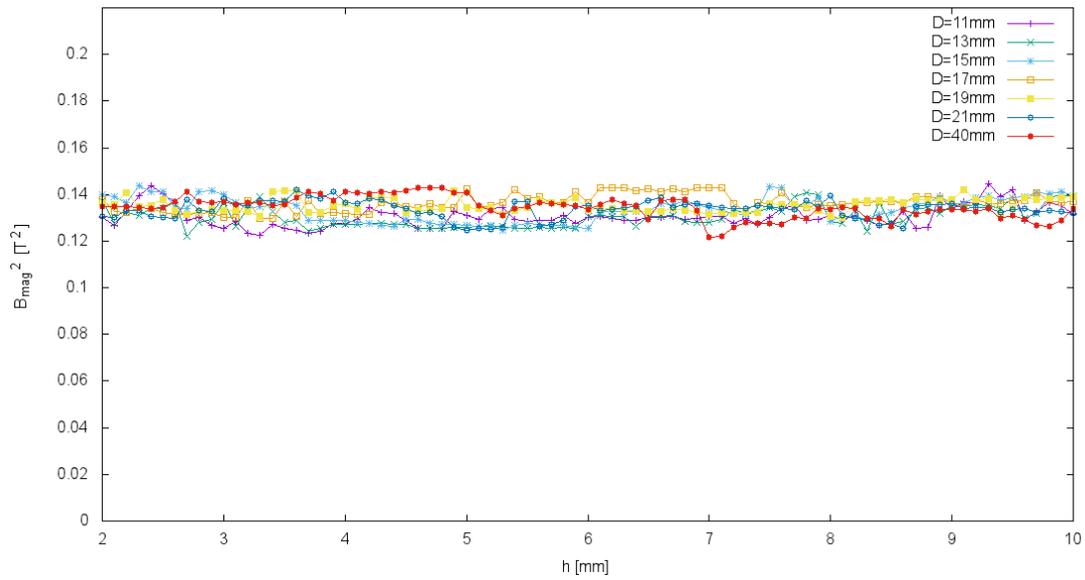


Abbildung 33: Berechnete quadrierte horizontale Magnetfeldkomponenten über dem rechten Neodym Magneten für den festen Polschuhabstand  $d$  von 4 mm mit sieben verschiedenen Magnetabständen der 12 mm-Blöcke in Abhängigkeit der Polschuhhöhe.

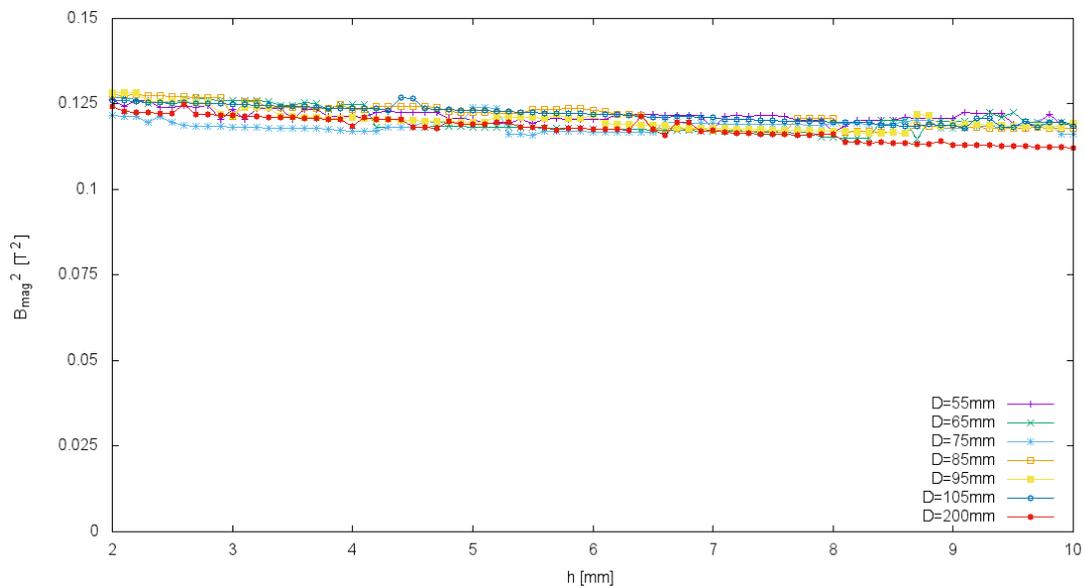


Abbildung 34: Berechnete quadrierte horizontale Magnetfeldkomponenten über dem rechten Neodym Magneten für den festen Polschuhabstand  $d$  von 4 mm mit sieben verschiedenen Magnetabständen der 60 mm-Blöcke in Abhängigkeit der Polschuhhöhe.

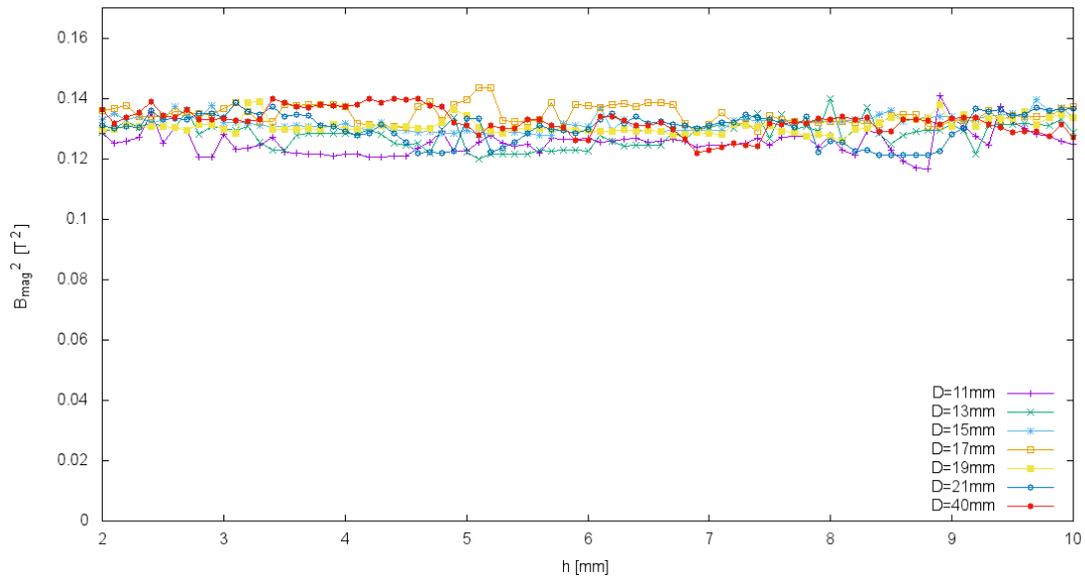


Abbildung 35: Berechnete quadrierte horizontale Magnetfeldkomponenten über dem rechten Neodym Magneten für den festen Polschuhabstand  $d$  von 3 mm mit sieben verschiedenen Magnetabständen der 12 mm-Blöcke in Abhängigkeit der Polschuhhöhe.

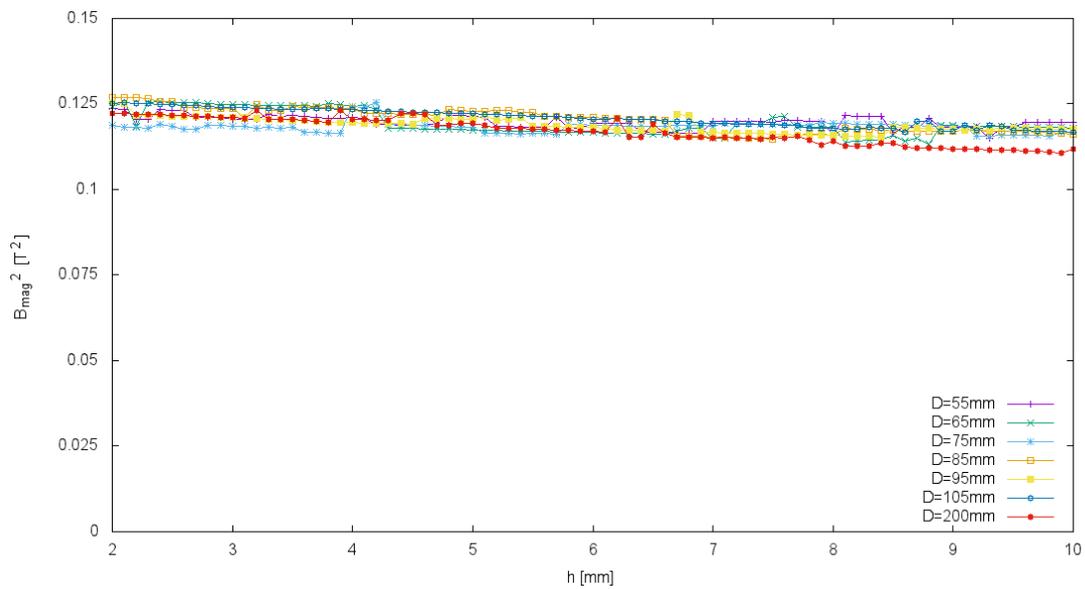


Abbildung 36: Berechnete quadrierte horizontale Magnetfeldkomponenten über dem rechten Neodym Magneten für den festen Polschuhabstand  $d$  von 3 mm mit sieben verschiedenen Magnetabständen der 60 mm-Blöcke in Abhängigkeit der Polschuhhöhe.

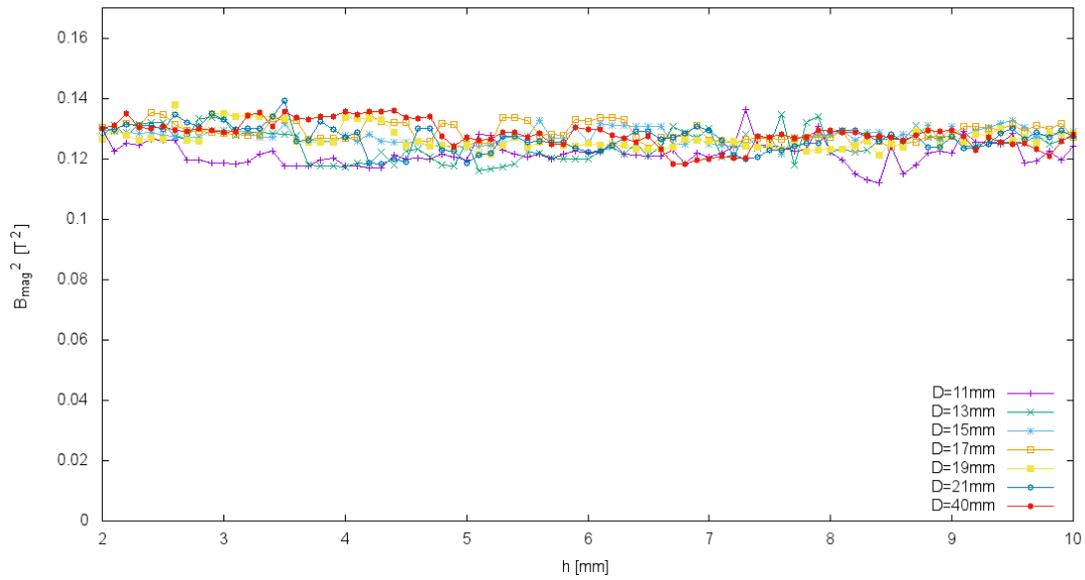


Abbildung 37: Berechnete quadrierte horizontale Magnetfeldkomponenten über dem rechten Neodym Magneten für den festen Polschuhabstand  $d$  von 2 mm mit sieben verschiedenen Magnetabständen der 12 mm-Blöcke in Abhängigkeit der Polschuhhöhe.

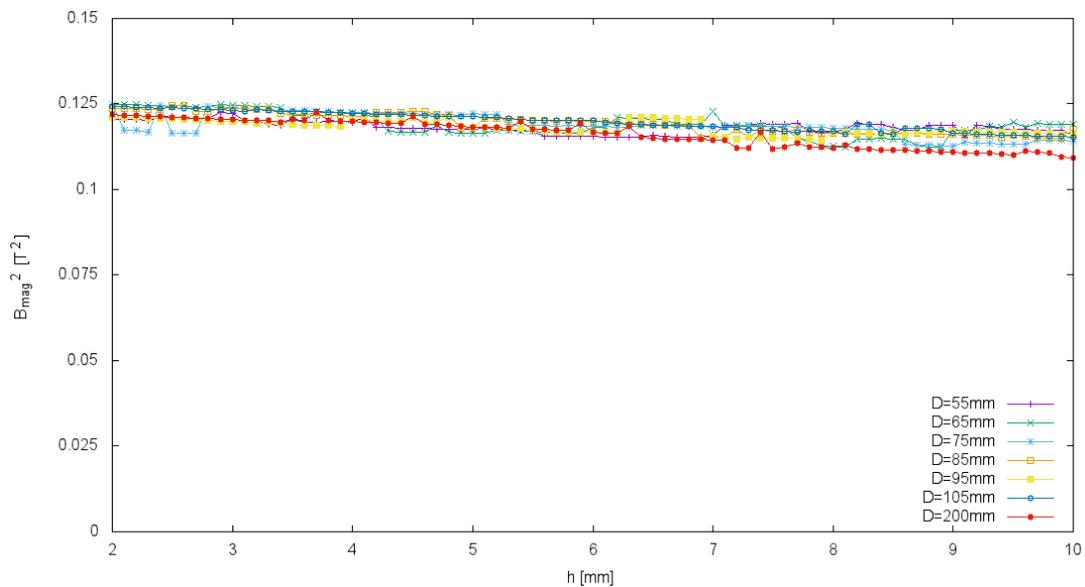


Abbildung 38: Berechnete quadrierte horizontale Magnetfeldkomponenten über dem rechten Neodym Magneten für den festen Polschuhabstand  $d$  von 2 mm mit sieben verschiedenen Magnetabständen der 60 mm-Blöcke in Abhängigkeit der Polschuhhöhe.

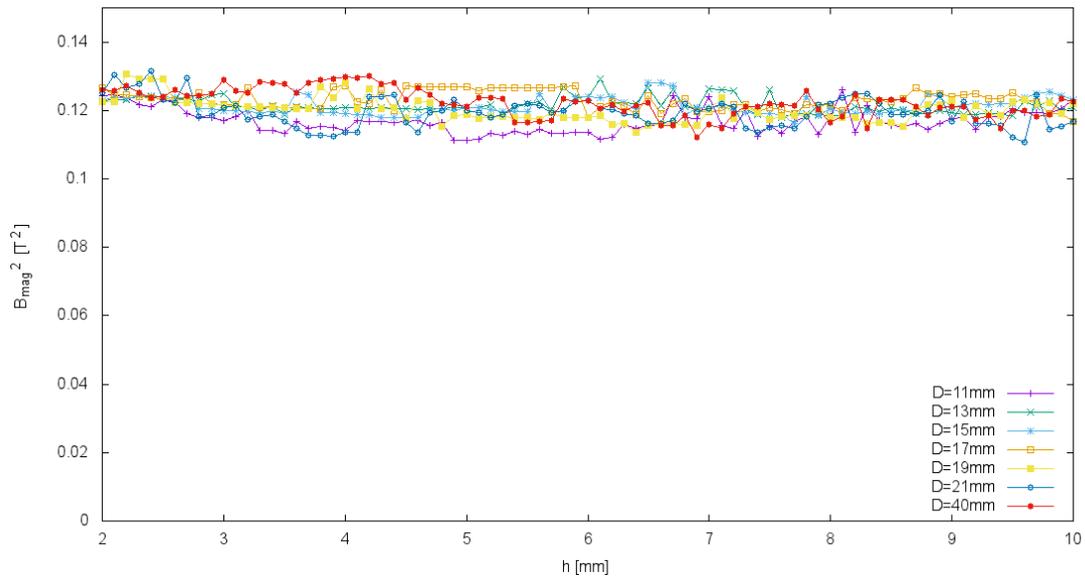


Abbildung 39: Berechnete quadrierte horizontale Magnetfeldkomponenten über dem rechten Neodym Magneten für den festen Polschuhabstand  $d$  von 1 mm mit sieben verschiedenen Magnetabständen der 12 mm-Blöcke in Abhängigkeit der Polschuhhöhe.

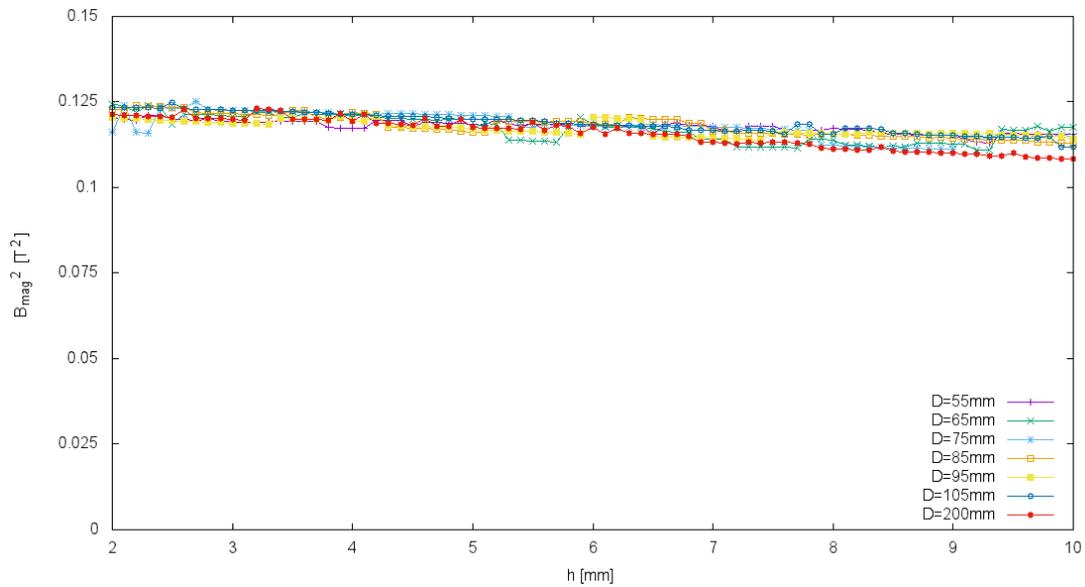


Abbildung 40: Berechnete quadrierte horizontale Magnetfeldkomponenten über dem rechten Neodym Magneten für den festen Polschuhabstand  $d$  von 1 mm mit sieben verschiedenen Magnetabständen der 60 mm-Blöcke in Abhängigkeit der Polschuhhöhe.

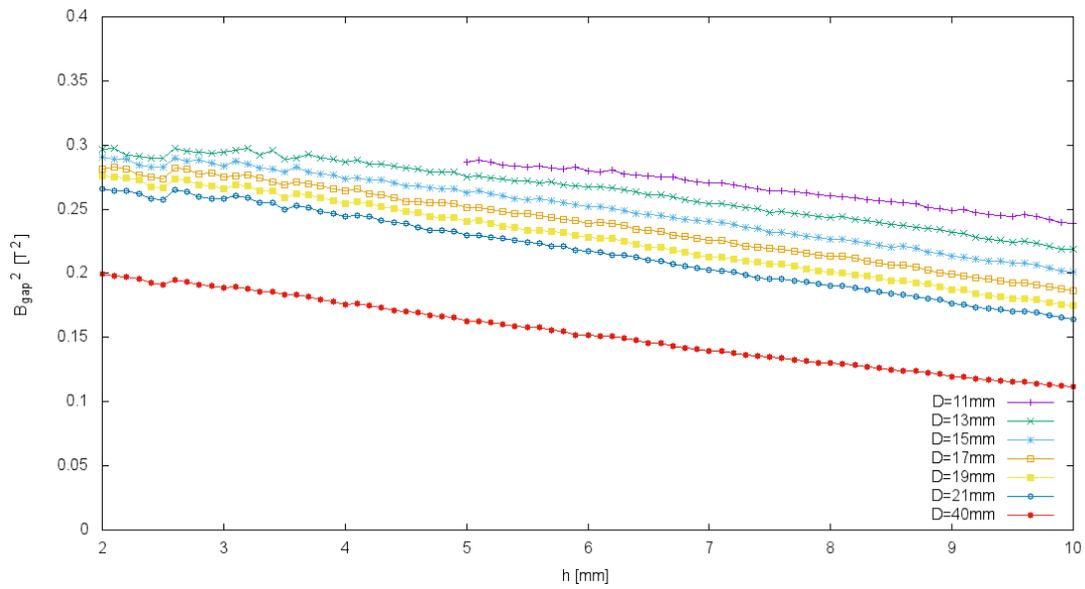


Abbildung 41: Berechnete quadrierte horizontale Magnetfeldkomponenten zwischen den Polschuhen für den festen Polschuhabstand  $d$  von 6 mm mit sieben verschiedenen Magnetabständen der 12 mm-Blöcke in Abhängigkeit der Polschuhhöhe.

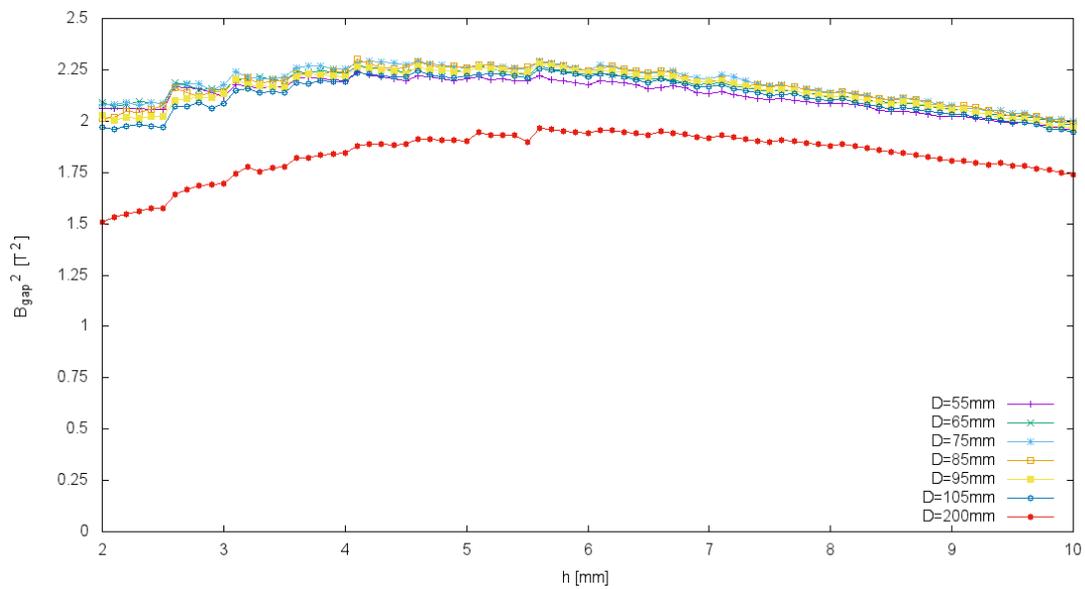


Abbildung 42: Berechnete quadrierte horizontale Magnetfeldkomponenten zwischen den Polschuhen für den festen Polschuhabstand  $d$  von 6 mm mit sieben verschiedenen Magnetabständen der 60 mm-Blöcke in Abhängigkeit der Polschuhhöhe.

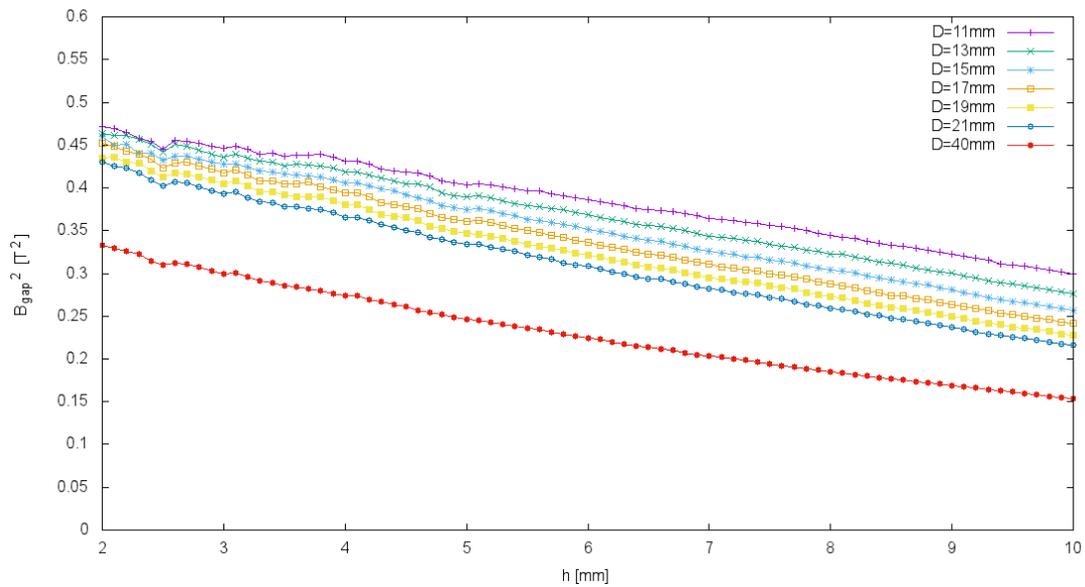


Abbildung 43: Berechnete quadrierte horizontale Magnetfeldkomponenten zwischen den Polschuhen für den festen Polschuhabstand  $d$  von 4 mm mit sieben verschiedenen Magnetabständen der 12 mm-Blöcke in Abhängigkeit der Polschuhhöhe.

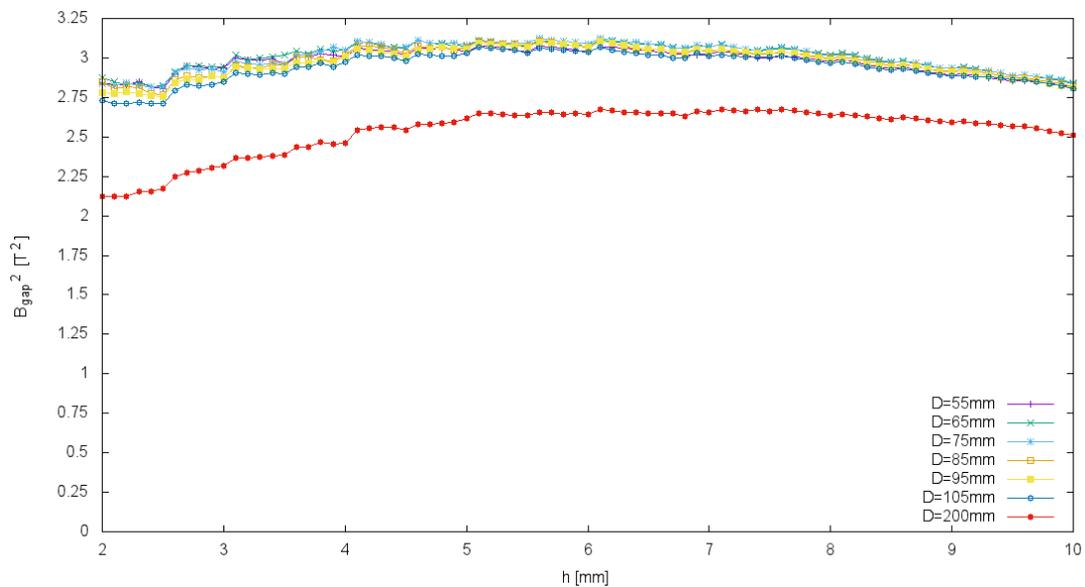


Abbildung 44: Berechnete quadrierte horizontale Magnetfeldkomponenten zwischen den Polschuhen für den festen Polschuhabstand  $d$  von 4 mm mit sieben verschiedenen Magnetabständen der 60 mm-Blöcke in Abhängigkeit der Polschuhhöhe.

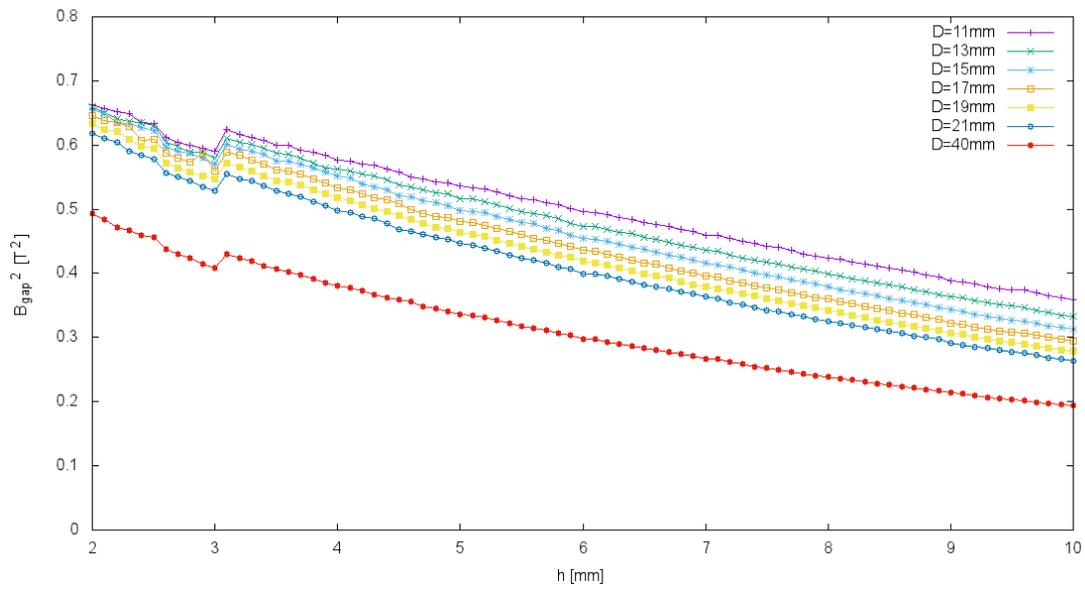


Abbildung 45: Berechnete quadrierte horizontale Magnetfeldkomponenten zwischen den Polschuhen für den festen Polschuhabstand  $d$  von 3 mm mit sieben verschiedenen Magnetabständen der 12 mm-Blöcke in Abhängigkeit der Polschuhhöhe.

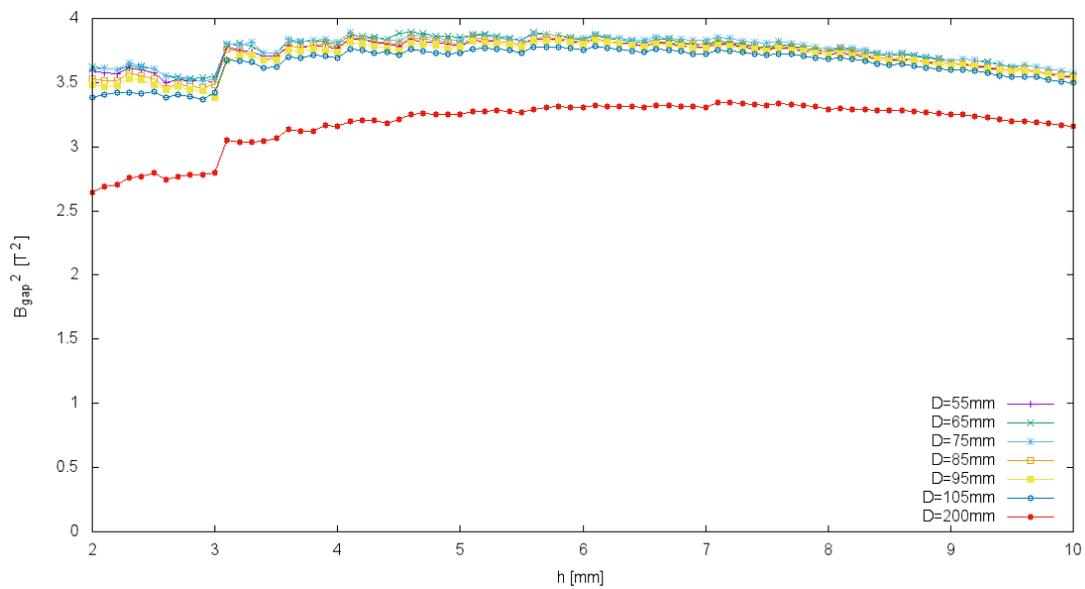


Abbildung 46: Berechnete quadrierte horizontale Magnetfeldkomponenten zwischen den Polschuhen für den festen Polschuhabstand  $d$  von 3 mm mit sieben verschiedenen Magnetabständen der 60 mm-Blöcke in Abhängigkeit der Polschuhhöhe.

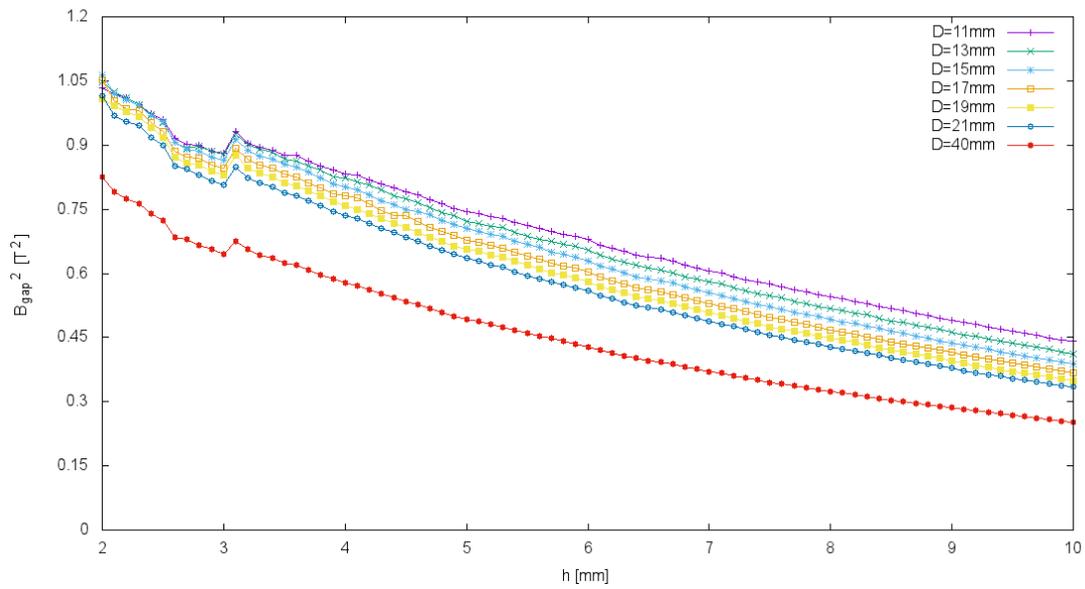


Abbildung 47: Berechnete quadrierte horizontale Magnetfeldkomponenten zwischen den Polschuhen für den festen Polschuhabstand  $d$  von 2 mm mit sieben verschiedenen Magnetabständen der 12 mm-Blöcke in Abhängigkeit der Polschuhhöhe.

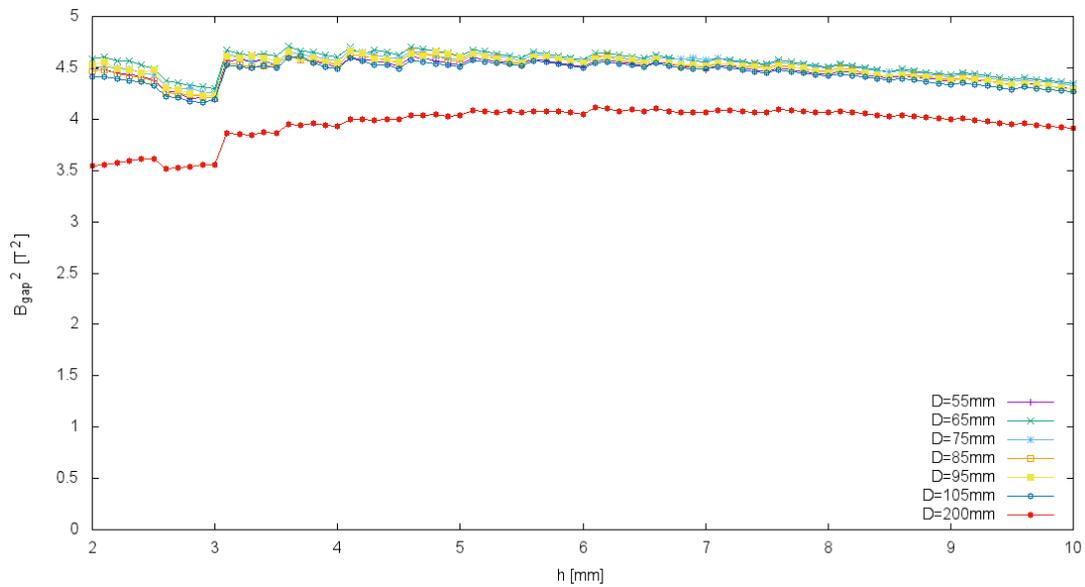


Abbildung 48: Berechnete quadrierte horizontale Magnetfeldkomponenten zwischen den Polschuhen für den festen Polschuhabstand  $d$  von 2 mm mit sieben verschiedenen Magnetabständen der 60 mm-Blöcke in Abhängigkeit der Polschuhhöhe.

## Danksagung

Ich möchte mich als erstes herzlich bei Prof. Dr. Dieter Horns für die Betreuung und das Gutachten meiner Arbeit bedanken. Herrn Dr. Andrei Lobanov danke ich vielmals für das zweite Gutachten. Auch der Arbeitsgruppe möchte ich danken, da mir einige Mitglieder bei meiner Arbeit mit wertvollen Tipps sehr geholfen haben.

Zudem danke ich meiner Familie und meinen Freunden für die mentale Unterstützung. Hervorheben möchte ich dabei meine Schwester Madita, meinen Vater Jürgen, meine Freundinnen Vivi, Julia Balski, Sonja Grosskopf und Nele Helweg, meine Freunde Thomas Wening und Bastian Lunow und meinen Lebensgefährten Marc Muckelberg.

Christoph Mangels verdanke ich besonders viel, da er mir Daten aus seiner Masterarbeit zur Verfügung gestellt und mir für meine Messungen wertvolle Hinweise gegeben hat.