Fakultät für Physik und Astronomie
Ruprecht-Karls–Universität Heidelberg

Diplomarbeit
im Studiengang Physik

vorgelegt von
Stefan Gillessen
aus Hannover

1999

Überwachung der Abbildung eines Čerenkov-Teleskops und automatische Spiegeljustierung mit einer CCD-Kamera

Die Diplomarbeit wurde von Stefan Gillessen ausgeführt am

Max-Planck-Institut für Kernphysik
Heidelberg

unter der Betreuung von
Herrn Prof. Werner Hofmann

Čerenkov-Teleskope haben einen segmentierten Hauptspiegel und einen matrixartigen Detektor aus Photomultipliern in der Fokalebene. Wegen der relativ groben Körnung der Matrix ist es schwer, die Form und Lage eines Sternabbilds in der Fokalebene mit dem eigentlichen Detektor zu bestimmen. Da Sternabbilder aber die einzige Möglichkeit darstellen, die Abbildungsfunktion und die Nachführung zu überwachen, während das Teleskop an den Himmel zeigt, bringt man einen weißen Diffusor in die Fokalebene. Dann kann man mithilfe einer CCD-Kamera die Abbildungsfunktion des Teleskops direkt aufnehmen. So kann die Nachführung kontrolliert werden, und man kann ebenfalls die Abbildungsqualität überwachen. Außerdem bietet sich ein Verfahren zur automatischen Justierung der einzelnen Spiegel an: Man bewegt sie so, daß sie den Stern jeweils an einer definierten Stelle abbilden. Die Automatisierung wird wichtig bei der nächsten Generation von Čerenkov-Teleskopen, wie zum Beispiel bei HESS mit über 300 Spiegeln je Teleskop. In dieser Arbeit wurde der Einsatz einer CCD-Kamera an einem HEGRA-Čerenkov-Teleskop erstmalig ausprobiert. Die Ergebnisse der Versuche mit einem der Systemteleskope von HEGRA werden vorgestellt.

Monitoring of the pointing and the point spread function of a Čerenkov-telescope and automatical mirror alignment using a CCD-camera: Čerenkov-telescopes usually have a segmented primary mirror and a matrix-like detector of phototubes in the focal plane. Due to the rather coarse granulation of the matrix it is difficult to get information about the position and size of a lightspot generated by a star by means of the detector. As lightspots of stars are the only practical way to monitor the point spread function and the pointing of the telescope while it is directed to the sky, one puts a white diffusor into the focal plane. Then one can directly take pictures of the lightspot using a CCD-camera attached to the telescope. In this way the pointing and the point spread function can be monitored. Furthermore the following way to adjust automatically all single mirrors of the primary reflector can be realized: One moves each mirror in such a manner, that the light of each is projected onto one defined position in the focal plane. This automation will be important for the next generation of Čerenkov-telescopes, as for example for HESS with more than 300 single mirrors per telescope. In this thesis for the first time the use of a CCD-camera at a Čerenkov-telescope is given a trial. The results of the experiments with one of the system telescopes of HEGRA are presented.

Inhalt

Einleitung

1912 ging Victor Hess der Frage nach, ob die natürliche radioaktive Umgebungsstrahlung abnimmt, wenn man sich vom Erdboden entfernt. Entgegen seiner Erwartung zeigten die Zählrohre an Bord eines Ballons umso höhere Zählraten, je höher der Ballon stieg. Hess erklärte diesen Befund durch eine neuartige Strahlung, die er Höhenstrahlung nannte. Für diese Entdeckung der kosmischen Strahlung erhielt er 1936 den Nobelpreis.

Eingehendere Untersuchungen [Gai 92] zeigten, daß die gesamte Erde Tag und Nacht einem konstanten Fluß meist geladener Teilchen ausgesetzt ist. Da diese hochrelativistisch bewegten geladenen Teilchen im interstellaren Magnetfeld abgelenkt werden, tragen sie keinerlei Richtungsinformation mehr. Nur etwa 0.1% der Teilchen sind ungeladene γ-Quanten [Sok 89], deren Bewegungsrichtungen auf die Orte ihrer Entstehung zeigen. Dort vermutet man auch die Quellen der geladenen Komponente der Höhenstrahlung [Gai 92], weshalb man hofft, durch das Studium der γ-Strahlung ein umfassendes Verständnis der kosmischen Strahlung zu erhalten.

Die Ausdehnung der Beobachtung elektromagnetischer Strahlung aus dem Weltall zu hohen Energien hin wird allerdings dadurch erschwert, daß die Erdatmosphäre für γ-Strahlung undurchlässig ist. Satellitenexperimente sind wegen des mit einem Potenzgesetz zu höheren Energien hin geringer werdenden γ-Flusses nur im Energiebereich unterhalb von 100 GeV erfolgreich. Für γ-Quanten mit größeren Energien kann man aber die Wechselwirkung der ankommenden Strahlung mit der Erdatmosphäre ausnützen: In etwa acht Kilometern Höhe entstehen ausgedehnte Luftschauer, die vom Erdboden aus nachgewiesen werden können. So gelingt die Detektion von Primärteilchen mit Energien oberhalb von 10 TeV mittels eines Arrays aus Szintillationszählern.

Wegen des höheren Flusses ist man jedoch auch an dem Energiebereich zwischen 100 GeV und 10 TeV interessiert, in dem die Primärteilchen nicht genügend Energie haben, um bis zum Erdboden reichende Luftschauer auszulösen. Der Nachweis funktioniert in diesem Bereich indirekt über das Čerenkov-Licht der Kaskade, das entsteht, wenn sich geladene Teilchen schneller als die Phasengeschwindigkeit des

Lichts durch ein Medium (hier die Luft) bewegen.

Die HEGRA-Kollaboration (High Energy Gamma Ray Astronomy) betreibt auf der kanarischen Insel La Palma ein System von fünf abbildenden Čerenkov-Teleskopen, das stereoskopische Beobachtungen der Luftschauer erlaubt. Deren bläuliches Čerenkov-Licht wird in einem wenige Nanosekunden dauernden schwachen Blitz abgestrahlt, woraus sich folgende Anforderungen an die Teleskope ergeben: Man benötigt schnelle und empfindliche Lichtdetektoren und einen möglichst großen lichtsammelnden Primärspiegel. Am kostengünstigsten setzt man den Hauptspiegel aus kleineren Spiegeln zusammen, und als Detektoren werden Photomultiplier verwendet.

Da ein Schauer von mehreren Teleskopen gleichzeitig gesehen werden kann, kann man die Herkunftsrichtung des Primärteilchens stereoskopisch rekonstruieren. Dazu muß man möglichst genau wissen, an welche Stelle am Himmel das Teleskop zeigt. Bislang wurde dies in sogenannten Pointruns ermittelt, während derer ein Stern in einem festgelegten Muster über die Photomultiplier gefahren wurde und anschließend aus den registrierten Gleichströmen der Photodetektoren die Teleskopausrichtung ermittelt wurde.

Da sowohl die geladene als auch die neutrale Komponente der kosmischen Strahlung Luftschauer erzeugt, braucht man für die Detektion der etwa 1000 mal selteneren γ-Komponente bei der Analyse geeignete Methoden, den Untergrund zu unterdrücken. Neben der Selektion der Ereignisse nach der Herkunftsrichtung kann man auch Form und Intensitätsverteilung der Luftschauerbilder zur γ/Hadron-Separation verwenden. Unter anderem aus diesem Grund ist man daran interessiert, die Abbildungsfunktion der Teleskope möglichst genau zu kennen. Als ideale Lichtquellen bieten sich für derartige Untersuchungen Sterne an. Auch hierfür wurden bisher Pointruns verwendet.

Thema dieser Diplomarbeit war es, einen komfortableren Weg auszuprobieren. Wenn man in die Fokalebene des Teleskops einen Diffusor bringt, kann man die Abbildungsfunktion auf ihm direkt als Abbild eines Sterns sehen, bzw. mit einer CCD-Kamera aufnehmen. Die so gewonnenen Bilder können elektronisch verarbeitet werden, und man erhält quantitative Auskunft über folgende für den Betrieb des Čerenkov-Teleskops interessanten Größen:

- Die Abbildungsfunktion der Optik
- Das „Pointing“ des Teleskops
- Die dynamische Verbiegung der Kameramasten und des Spiegelträgers
- Die Helligkeit des Sternabbilds

Außerdem ergibt sich eine bequeme Möglichkeit, die einzelnen Spiegel des Teleskops zu justieren: Wenn zwischen zwei Aufnahmen das Teleskop auf einen Stern nachgeführt wurde, und einer der Spiegel etwas bewegt wurde, so bleibt in dem Differenzbild lediglich das Abbild dieses einen Spiegels übrig. Auf diese Weise kann man die Position seines Lichtflecks bestimmen. Um die Spiegel automatisch justieren zu können, wurden sie mit je zwei Motoren ausgestattet. Wegen der kleinen Verstellwinkel erhält man einen linearen Zusammenhang zwischen den Koordinatendifferenzen der Soll- und Ist-Position sowie den zu fahrenden Schrittanzahlen. Es ergibt sich also folgendes Verfahren für eine

- Automatische Spiegeljustierung

des gesamten Teleskops: Mittels zweier Bilder bestimmt man die Position des ersten Spiegels, justiert ihn dann auf die gewünschte Position und überprüft das Ergebnis mittels eines weiteren Bildes. Diese Schritte wendet man für jeden Spiegel an.

Während man die HEGRA-Čerenkov-Teleskope mit je 30 Spiegeln noch relativ problemlos von Hand justieren konnte, wird die automatische Spiegeljustierung bei der nächsten Generation von Čerenkov-Teleskopen unumgänglich sein: Sowohl die HESS-(High Energy Stereoscopic System), die MAGIC- (Mayor Atmospheric Gamma-ray Imaging Čerenkovtelescope) als auch die VERITAS-Kollaboration (Very Energetic Radiation Imaging Telescope Array System) planen Čerenkov-Teleskope mit jeweils über 300 Spiegeln.

Kapitel 1

Die kosmische Höhenstrahlung

Letztendliches Ziel der γ-Astronomie ist es, die kosmische Höhenstrahlung zu verstehen. Ihre wichtigsten Eigenschaften werden deshalb hier kurz dargestellt.

1.1 Eigenschaften der kosmischen Strahlung

Die kosmische Höhenstrahlung ist ein hochenergetischer Teilchenfluß, der nahezu isotrop auf die Erdatmosphäre einfällt.

1.1.1 Spektrum der kosmischen Strahlung

Ein differentielles Spektrum der kosmischen Strahlung ist in Abb. 1.1 gezeigt. Bis in den TeV-Bereich läßt es sich mit einem Potenzgesetz der Form $E^{-2.7}$ beschreiben. Auffällig sind das „Knie“ bei etwa 1 PeV, ab dem das Spektrum eher einen spektralen Index von -3.3 hat, und der „Knöchel“ bei 10^{20} eV, wo das Spektrum wieder flacher verläuft. Wegen des Potenzgesetzes nimmt der Fluß zu höheren Energien rasch ab. Während man bei 100 GeV noch etwa $1 \frac{\mathrm{Teilchen}}{\mathrm{m^2\,s\,sr}}$ nachweisen kann, registriert man bei 10 PeV nur noch $1 \frac{\mathrm{Teilchen}}{\mathrm{m^2\,a\,sr}}$. Mit zunehmender Energie benötigt man also größere Detektorflächen und längere Integrationszeiten, um die gleiche Signifikanz eines Signals wie bei niedrigen Energien zu erreichen.

1.1.2 Zusammensetzung der kosmischen Strahlung

Verschiedene Teilchenarten tragen zur kosmischen Höhenstrahlung bei. Im einzelnen sind dies 98% Protonen und Atomkerne, 2% Elektronen und rund 0.1% γ-Quanten.

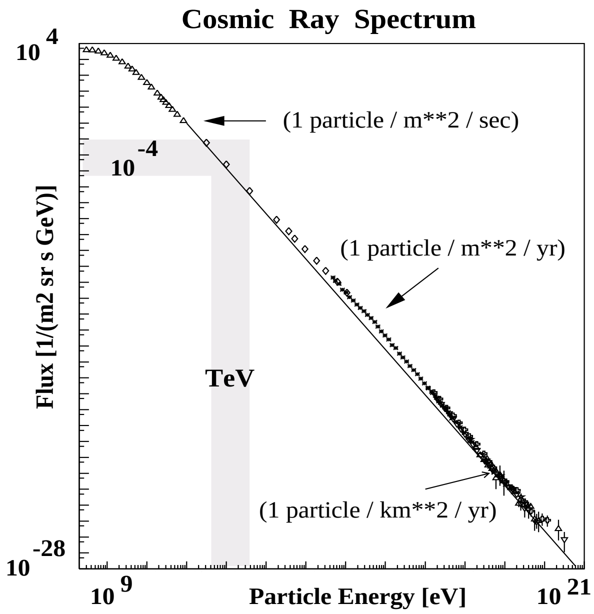


Abbildung 1.1: *Spektrum der kosmischen Höhenstrahlung (aus [Aug 96])*

Die relativen Elementhäufigkeiten in dem für die abbildende Čerenkov-Technik interessierenden Energiebereich der Teilchenenergien zwischen 100 GeV und 10 TeV sind 43% Protonen, 26% Heliumkerne und 31% schwere Kerne ([Wie 94]). Diese Häufigkeiten sind für die Messung relevant. Bezieht man die Häufigkeiten hingegen auf eine bestimmte Energie pro Nukleon, was die für die Teilchenbeschleunigung wichtige Größe ist, so ergibt sich: 87% Protonen, 12% Heliumkerne und 1% schwere Kerne. Verglichen mit den Elementhäufigkeiten im Sonnensystem sind Wasserstoff und Helium etwas seltener und die leichten Elemente Lithium, Beryllium und Bor etwas überhäufig.

1.1.3 Isotropie der kosmischen Strahlung

Die Isotropie der kosmischen Höhenstrahlung erklärt man mit der Ablenkung der meist geladenen Teilchen im interstellaren Magnetfeld. Die Teilchen bewegen sich trotz ihrer hohen Energien nicht geradlinig auf ihrem rund 10^5 Lichtjahre langen Weg durch die Milchstraße, sondern werden durch die Lorentzkraft abgelenkt. Da das interstellare Magnetfeld räumlich auf einer Skala wesentlich kleiner als der Durchmesser der Milchstraße fluktuiert, erwartet man eine komplette räumliche „Verschmierung“ des Flusses an hochenergetischen geladenen Teilchen. Die unterhalb von 100 GeV gemessenen Anisotropien kann man auf lokale Effekte durch das interplanetare, das solare und das Erdmagnetfeld zurückführen. Aus der Ankunftsrichtung der Teilchen kann man also keine Information über den Ort ihrer Quelle erhalten. Der Messung sind nur das Spektrum und die chemische Zusammensetzung zugänglich.

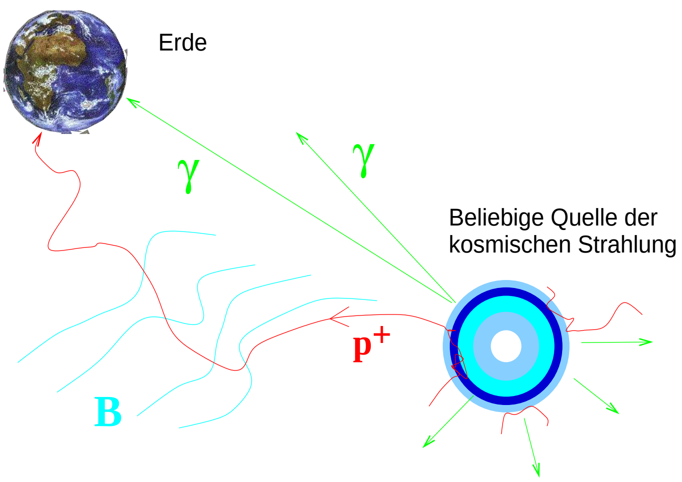


Abbildung 1.2: *Geladene Teilchen verlieren im Gegensatz zu γ-Quanten ihre Richtungsinformation im interstellaren Magnetfeld.*

Dies gilt nicht für die ungeladene Komponente: γ-Quanten und Neutrinos bewegen sich geradlinig durch den Kosmos. Ihre Flugrichtung weist also zurück auf den Ort ihrer Entstehung. Damit erhält man aus der Verteilung ihrer Ankunftsrichtungen eine Projektion der räumlichen Quellenverteilung auf die Himmelssphäre wie man es von sichtbarem Licht gewohnt ist.

1.2 Entstehung der kosmischen γ-Strahlung

Da es nur wenige physikalische Prozesse gibt, die in der Lage sind, derart hochenergetische Teilchen zu erzeugen, glaubt man, die wesentlichen Mechanismen für den TeV-Bereich zu kennen. Aus den Modellen folgt, daß die Quellen der γ-Strahlung gleichzeitig auch die Quellen der geladenen Komponente der kosmischen Strahlung sind. Die Untersuchung der γ-Strahlung ist also wesentlich für ein Verständnis der Physik der kosmischen Höhenstrahlung.

1.2.1 Physikalisch relevante Prozesse

Die γ-Strahlung ist nichtthermischen Ursprungs: Man kennt keine Objekte im Universum, die heiß genug wären, um die beobachteten Flüsse zu erzeugen. Es gibt vier Prozesse, die hochenergetische γ-Quanten erzeugen können [Sch 95]:

- **Emission von Bremsstrahlung**
  Elektronen und Positronen erfahren im Coulomb-Feld eines Atomkerns eine Beschleunigung, die zur Abstrahlung von γ-Quanten führt.

- **Synchrotonstrahlung** Relativistische Elektronen und Positronen werden in Magnetfeldern abgelenkt. Die damit zusammenhängende Beschleunigung führt zur Emission von γ-Strahlung.

- **Inverse Comptonstreuung** Hochenergetische Elektronen und Positronen können mit Photonen eines niederenergetischen Strahlungsfeldes wechselwirken. In der als Stoß angenommenen Wechselwirkung übernimmt das Photon die hohe Energie des geladenen Leptons.

- **Zerfall neutraler Pionen**
  In Prozessen der starken Wechslwirkung entstehen häufig Pionen. Die neutralen Pionen zerfallen mit einer Lebensdauer von rund $8.4 \cdot 10^{-17}\,s$ gemäß $\pi^0 \to \gamma + \gamma$.

Die drei erstgenannten Prozesse sind elektronisch induziert. Sie erhalten die in der Astrophysik häufig anzutreffende Potenzgesetz-Form des Spektrums der Elektronen und Positronen. Der π-Zerfall erhält ebenfalls die Form des Spektrums der Mutterteilchen.

1.2.2 Quellen kosmischer γ-Strahlung

Die im vorhergehenden Abschnitt beschriebenen Prozesse können nur in wenigen Typen von Quellen stattfinden. Bislang sind lediglich Supernova-Überreste und aktive galaktische Kerne im hochenergetischen γ-Licht nachgewiesen worden. Damit scheinen Schockfronten, Pulsare und schwarze Löcher eine zentrale Rolle zu spielen.

Stärkste Quelle ist im TeV-Bereich der Krebs-Nebel, der Supernova-Überrest einer Sternexplosion im Jahre 1054 im Sternbild Stier. Da sein Fluß im Rahmen der Meßgenauigkeit konstant ist, wird er oft als Standardkerze für die Hochenergie-γ-Astronomie verwendet.

Kapitel 2

Abbildende Čerenkov-Technik

2.1 Luftschauer

Da die Erdatmosphäre für γ-Strahlung undurchlässig ist, liegt es nahe, wie im Röntgenbereich Satellitenexperimente zu betreiben. Dies wird beispielsweise mit dem COMPTEL-Satelliten im Energiebereich zwischen 1 und 30 MeV oder mit EGRET im Bereich zwischen 30 MeV und 30 GeV getan. Aus dem Spektrum der kosmischen Höhenstrahlung (s. Abb. 1.1) folgt aber, daß bei höheren Energien die γ-Flüsse zu klein werden für Satellitenexperimente: Die Detektoren müßten entweder sehr groß und damit sehr teuer werden, oder man bräuchte unpraktikable Integrationszeiten.

Glücklicherweise kann man aber die hochenergetischen γ-Quanten auch am Erdboden nachweisen: Bei der Absorption in der Erdatmosphäre lösen sie sogenannte Luftschauer aus, die erdgebundene Systeme registrieren können. Man kann also die Lufthülle als Detektor verwenden. Allerdings lösen auch hadronische Teilchen Luftschauer aus.

Wenn ein hochenergetisches Teilchen auf ein Molekül der irdischen Lufthülle trifft, so entstehen durch die Wechselwirkung einige Sekundärteilchen mit ebenfalls hoher Energie. Diese Teilchen wechselwirken nun ihrerseits wieder mit Luftmolekülen, und so weiter. Es bildet sich eine Kaskade sekundärer Teilchen aus. Der Ausgangspunkt der Kaskade liegt meist in rund 20 Kilometern Höhe. Nach unten hin wird der Schauer breiter. Sein Maximum ist erreicht, wenn der Großteil der zur Verfügung stehenden Energie in Sekundärteilchen verwandelt wurde. Dies ist für 1 TeV-γ-Quanten in etwa 8 Kilometern Höhe der Fall.

2.1.1 Schauerentwicklung

Die Entwicklung der Schauer unterscheidet sich je nach dem, ob das primäre Teilchen hadronisch war oder nicht. Im ersten Fall bildet sich ein hadronischer Schauer mit elektromagnetischen Subschauern aus, im zweiten Fall nur ein elektromagnetischer Schauer.

- **Elektromagnetische Schauer**
  Die wesentlichen Prozesse bei einer elektromagnetischen Kaskade sind Paarbildung und Bremsstrahlung. Ein γ-Quant kann im Feld eines Atomkerns ein Leptonpaar bilden:
  $$\gamma + X \rightarrow e^{+} + e^{-} + X \tag{2.1}$$
  Hochenergetische Elektronen oder Positronen werden durch das elektrische Feld eines Atomkerns abgelenkt und emittieren folglich elektromagnetische Strahlung:
  $$e^{\pm} + X \rightarrow e^{\pm} + X + \gamma \tag{2.2}$$
  Diese beiden Prozesse treten abwechselnd in einer elektromagnetischen Kaskade auf. Schematisch ergibt sich das in Abb. 2.1 gezeigte Bild der Entwicklung eines elektromagnetischen Schauers.

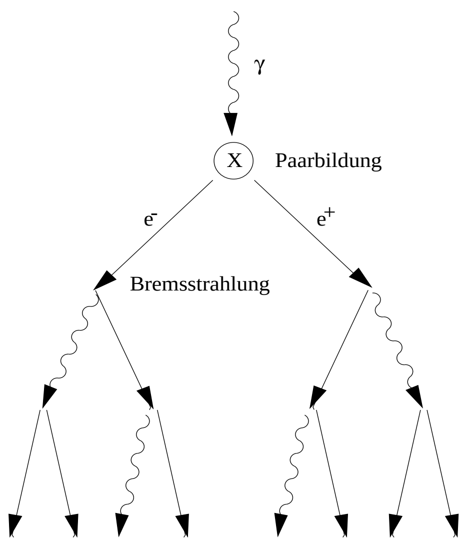


Abbildung 2.1: *Schematische Entwicklung einer elektromagntischen Kaskade*

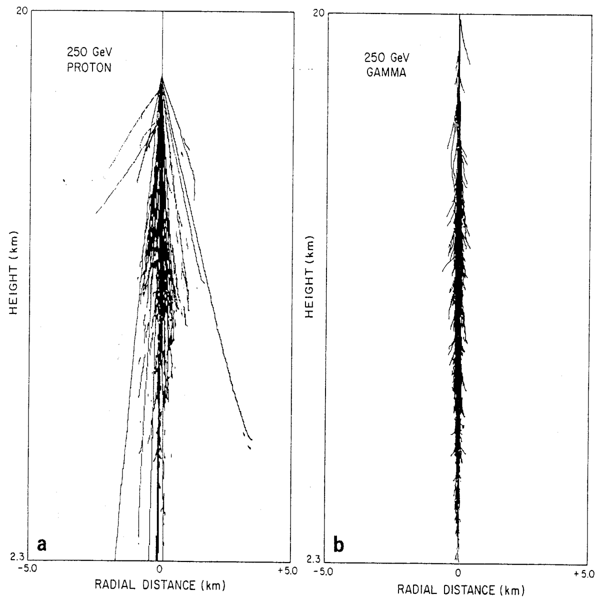


Abbildung 2.2: *Monte-Carlo-Simulation eines hadronischen Luftschauers (links) und eines elektromagnetischen Schauers (rechts), aus [Wee 92]*

Ein einfaches Modell eines solchen Schauers ([Hei 54]) geht davon aus, daß sich die Energie eines γ-Quants nach einer gewissen Wechselwirkungslänge durch Paarbildung gleichmäßig auf die beiden entstehenden Leptonen aufteilt, und daß nach derselben Wegstrecke ein Elektron oder Positron die Hälfte seiner Energie durch Bremsstrahlung verloren hat. In diesem Modell wächst die Zahl der Teilchen exponentiell mit der Schauertiefe an, bis eine untere Energieschwelle erreicht ist, unterhalb derer nicht mehr genügend Energie für die beiden beteiligten Prozesse zur Verfügung steht. In dem Modell sind die dann dominierenden Ionisationsprozesse nicht enthalten, weshalb es nicht beschreibt, wie der Schauer langsam ausstirbt. Aber es erlaubt einige Abschätzungen. Die Zahl der erzeugten Teilchen ergibt sich als das Verhältnis aus Energie des Primärteilchens und der Schwellenenergie. Die Strecke, nach der die Maximalzahl an Teilchen erzeugt ist, wächst logarithmisch mit der Energie des primären γ-Quants. Genauere Aussagen erhält man durch Monte-Carlo-Simulation der beteiligten Prozesse. Ein Beispiel für eine solche Simulation ist in Abb. 2.2 rechts gezeigt.

- **Hadronische Schauer**
  Trifft ein hochenergetisches Hadron auf einen Atomkern in der Erdatmosphäre,

so findet ein inelastischer Stoß statt, bei dem der Atomkern stark angeregt wird und einige Nukleonen verliert. Außerdem entstehen neutrale und geladene Pionen. Die neutralen Pionen zerfallen elektromagnetisch gemäß

$$\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma \tag{2.3}$$

mit einer Zeitkonstanten von $8.4 \cdot 10^{-17}$ s. Die beiden entstandenen γ-Quanten lösen ihrerseits elektromagnetische Subkaskaden aus. Etwa ein Drittel der Energie des Primärteilchens wird zur Bildung dieser Subschauer verbraucht ([Gai 92]). Die geladenen Pionen zerfallen schwach nach

$$\pi^{\pm} \rightarrow \mu^{\pm} + \overset{(-)}{\nu}_{\mu} \tag{2.4}$$

mit einer Zeitkonstanten von $2.6 \cdot 10^{-8}$ s. Die hierbei entstandenen Myonen zerfallen teilweise zu Elektronen oder Positronen (Zeitkonstante: $2.2 \cdot 10^{-6}$ s):

$$\mu^{\pm} \rightarrow e^{\pm} + \overset{(-)}{\nu}_{\mu} + \overset{(-)}{\nu}_{e} \tag{2.5}$$

Eine Zusammenschau der Prozesse ist in Abb. 2.3 gegeben. Ein hadronischer

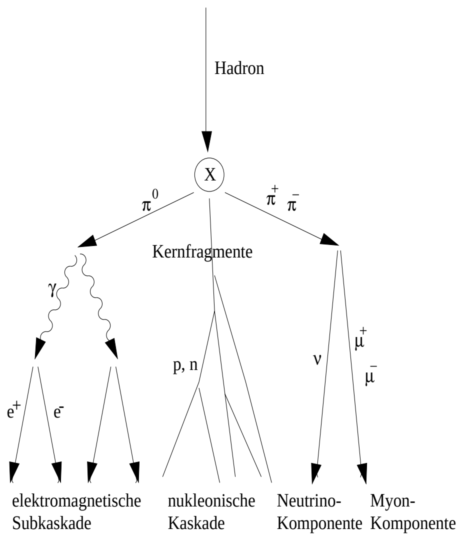


Abbildung 2.3: *Schematische Entwicklung eines hadronischen Schauers*

Schauer unterscheidet sich nicht nur in den beteiligten Teilchenarten von einem elektromagnetischen. Aufgrund der größeren Transversalimpulse bei inelastischen Hadron-Kern-Stößen wird der Schauer insgesamt breiter. Er erreicht sein Maximum in größerer atmosphärischer Tiefe, und die Fluktuationen sind größer. Diese Unterschiede sind wichtig für die γ/Hadron-Separation bei der abbildenden Čerenkov-Technik.

Für beide Schauertypen gilt, daß wenn das primäre Teilchen genügend Energie hat ($\sim$ PeV), dann erreichen die Teilchen des Luftschauers den Erdboden auf einer wenige hundert Meter großen Fläche und können dort mit Zähler-Arrays nachgewiesen werden. Aussagen über Energie und Richtung des primären Teilchens stecken in der Verteilung der Ankunftszeiten über das Array und in der Zahl und Energie der registrierten Schauerteilchen. Aber auch Primärteilchen geringerer Energie lassen sich am Boden nachweisen: Die Teilchen des Luftschauers erzeugen Čerenkov-Licht, das in einem kurzen und schwachen Blitz den Erdboden erreicht.

2.1.2 Čerenkov-Effekt

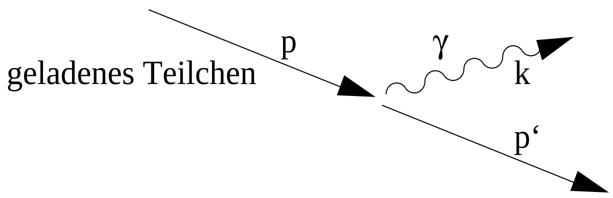


Abbildung 2.4: *Čerenkov-Effekt: Ein geladenes Teilchen kann ein Photon emittieren, wenn es sich schneller als Licht im Medium bewegt.*

Durchquert ein geladenes Teilchen ein Dielektrikum, so werden die Atomhüllen des Dielektrikums mit Brechungsindex n zu Dipolschwingungen angeregt. Diese können konstruktiv interferieren und dadurch eine elektromagnetische Welle abstrahlen. Dazu muß im quantenfeldtheoretischen Bild (s. Abb. 2.4) das Teilchen mit dem Viererimpuls $p = (E, \vec{p})$ ein reelles Photon abstrahlen können. Dies ist nur möglich, wenn es sich in einem Medium mit Brechungsindex $n > 1$ bewegt:

Das abgestrahlte Photon habe den Viererimpuls $k = (\omega, \vec{k})$, $(\hbar = 1)$. Das Teilchen hat nach der Wechselwirkung den Viererimpuls $p' = (E', \vec{p'})$. Aus

$$p'^2 = (p - k)^2 \tag{2.6}$$

folgt wegen $p'^2 = p^2 = m_e^2$ (reelle Teilchen müssen auf der Massenschale liegen) für die Frequenz des abgestrahlten Photons:

$$\omega = |\vec{v}| \cdot \left|\vec{k}\right| \cdot \cos\theta, \tag{2.7}$$

Hierin ist $\vec{v}$ die Geschwindigkeit des Teilchens und θ der Winkel, unter dem das Photon abgestrahlt wird. Im Dielektrikum gilt für die Phasengeschwindigkeit des Lichts $\frac{c}{n} =: c_{ph} = \frac{\omega}{|\vec{k}|}$. Ein reelles Photon kann nur abgestrahlt werden, wenn $\cos\theta < 1$ ist. Aus Gleichung 2.7 folgt also

$$|\vec{v}| > c_{ph}. \tag{2.8}$$

Der Čerenkov-Effekt kann nur auftreten, wenn sich ein Teilchen schneller als die lokale Lichtgeschwindigkeit durch ein Medium bewegt. Er ist das elektromagnetische Analogon zum Überschallknall. Die entstandenen Photonen werden in einen Mach'schen Kegel ausgestrahlt, dessen Öffnungswinkel

$$\cos\theta = \frac{1}{n \cdot \beta} \tag{2.9}$$

($\beta = \frac{|\vec{v}|}{c}$) beträgt. Für Teilchen mit $\beta \approx 1$ ergeben sich in Luft Winkel von typischerweise $\theta \approx 1°$. In größerer Höhe ist n_{Luft} kleiner als auf Meeresniveau, der Winkel wächst dementsprechend mit der Schauertiefe an. Außerdem werden die Schauerteilchen vielfachgestreut. Dadurch wird ein Kreis mit einem Durchmesser von rund $8\,\text{km} \cdot \tan 1° \approx 140\,\text{m}$ ausgeleuchtet. Die radiale Intensitätsverteilung (s. Abb. 2.5 links) erhält man aus Luftschauersimulationen.

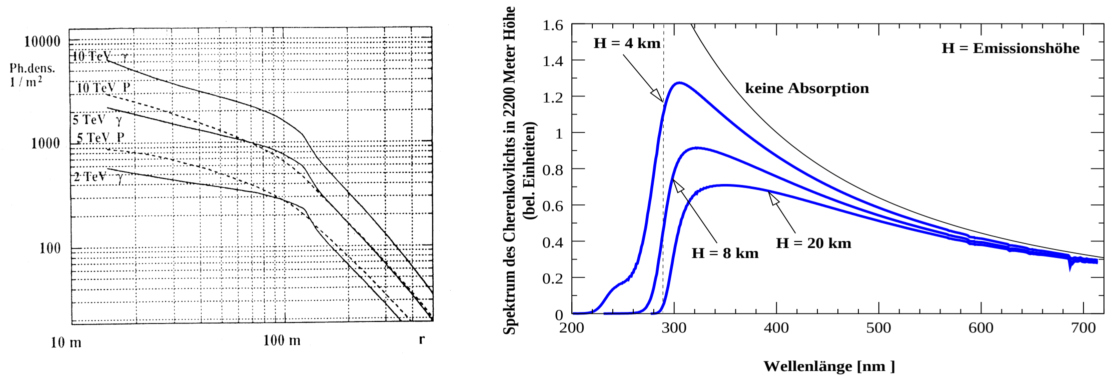


Abbildung 2.5: *Links: Photonendichte im Lichtpool eines Luftschauers aus Monte-Carlo-Simulationen ([Mül 92]). Rechts: Berechnetes Spektrum von Čerenkov-Licht eines Luftschauers für eine Beobachtungshöhe von 2200 Metern (nach [Ber 98]).*

Gleichung 2.8 ist bei gegebener Energie am ehesten für leichte Teilchen erfüllt. Deshalb tragen vor allem Elektronen zum Čerenkov-Licht eines Luftschauers bei.

Eine eingehendere Untersuchung zeigt, daß das abgestrahlte Licht ein Spektrum der Form $I(\lambda) \sim \frac{1}{\lambda^2}$ hat ([Jac 82]). Da im Röntgenbereich der Brechungsindex von Luft kleiner als 1 wird, ist die Emission von Čerenkov-Licht im nahen Ultraviolett maximal. Auf dem Weg bis zum Erdboden wird das Čerenkov-Licht in der Luft absorbiert und gestreut. Bedeutend sind die Rayleigh-Streuung (Streuquerschnitt $\sim \lambda^{-4}$), Mie-Streuung (Streuquerschnitt $\sim \lambda^{-1.5}$) und Absorption durch Ozon-Moleküle. In Abb. 2.5 rechts ist das resultierende Spektrum des Čerenkov-Lichts für eine Beobachtungshöhe von 2200 Metern gezeigt (entsprechend dem Standort der HEGRA-Čerenkov-Teleskope).

2.2 Čerenkov-Teleskope

Mit Čerenkov-Teleskopen möchte man das Čerenkov-Licht von Luftschauern nachweisen und aufzeichnen.

2.2.1 Anforderungen an Čerenkov-Teleskope

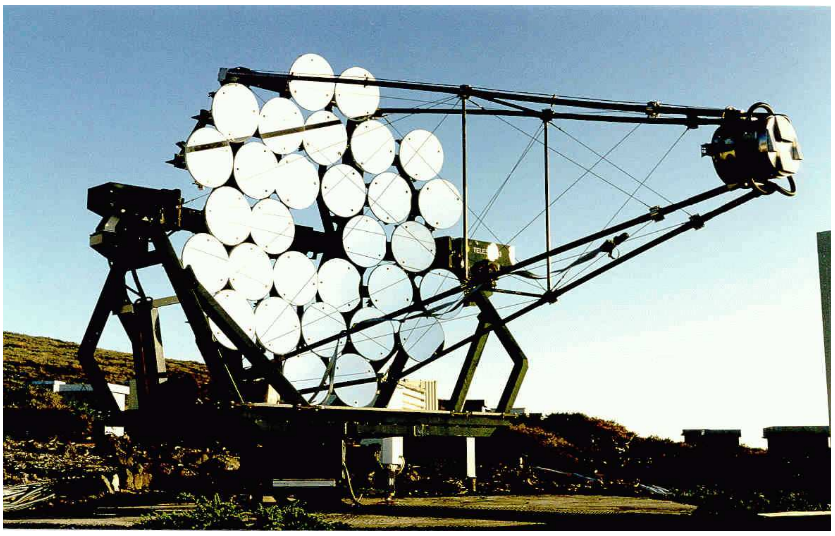


Abbildung 2.6: *Eines der HEGRA-Systemteleskope. Man erkennt den segmentierten Hauptspiegel und die Photomultiplierkamera, die mit vier Masten am Spiegelträger aufgehängt ist.*

Das Design eines Čerenkov-Teleskop muß sich nach den Eigenschaften der Luftschauer richten. Sie sind relativ lichtschwach und können nicht mit bloßem Auge gesehen werden. Dies liegt zum einen an der relativ geringen Zahl an Photonen, zum anderen an der Kürze der Emissionszeit. Ein Schauer entwickelt sich annähernd mit Lichtgeschwindigkeit, so daß das von ihm ausgesandte Čerenkov-Licht ungefähr gleichschnell wie die Schauerfront ist. Deshalb erreicht das Čerenkov-Licht den Erdboden in einem kurzen Blitz von nur wenigen Nanosekunden Dauer.

Daraus ergibt sich, daß man sehr sensitive und schnelle Lichtdetektoren benötigt. Würde man die Detektoren zu lange belichten, so ginge das Signal des Čerenkov-Blitzes im Himmelshintergrund unter, der etwa $2600\frac{\mathrm{Photonen}}{\mathrm{m^2\,ns\,sr}}$ beträgt. Für diese Aufgabe sind Photomultiplier geeignete Detektoren. Ihre spektrale Empfindlichkeit sollte an das Spektrum des Čerenkov-Lichts (s. Abb. 2.5 rechts) angepaßt sein.

Um Luftschauer abzubilden, baut man Teleskope, in deren Fokalebenen die Schauerabbilder mit einer Matrix aus Photomultipliern registriert werden. Man wählt die dichtest mögliche Anordnung in einem hexagonalen Gitter.

Das Teleskop muß möglichst viel Licht sammeln. Man ist also an einer großen Spiegelfläche interessiert. Da die Luftschauer diffus leuchten, ist es allerdings nicht nötig, ein besonders scharf abbildendes System zu verwenden. Um bei gegebenem Finanzvolumen die maximal mögliche Spiegelfläche zu erhalten, bietet sich deshalb ein segmentierter Reflektor an (s. Abb. 2.6).

2.2.2 Funktionsweise eines Čerenkov-Teleskops

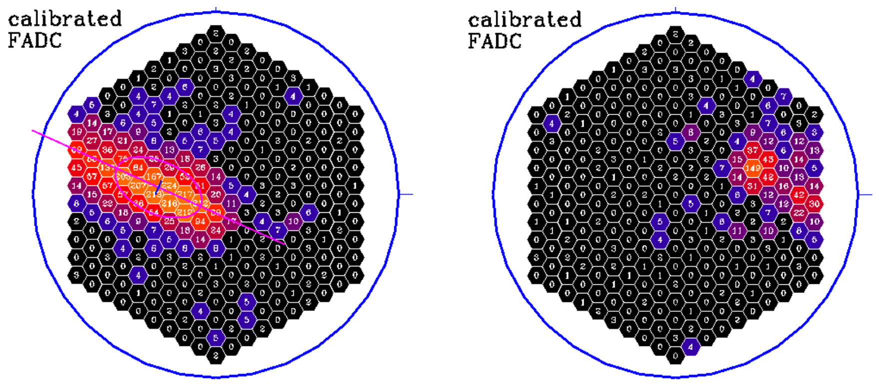


Abbildung 2.7: *Zwei Schauerbilder der Čerenkov-Teleskope des HEGRA-Systems. Links ist ein mögliches γ-Event gezeigt, rechts hingegen ein wahrscheinlich hadronisches.*

Der Reflektor erzeugt eine zweidimensionale Projektion des dreidimensionalen Schauers auf die Photomultiplier-Matrix. Sobald ein Luftschauer auftritt, müssen die Signale der einzelnen Photomultiplier ausgelesen und gespeichert werden (s. Kap. 3.4). Diese Daten werden erst nach der Datennahme analysiert.

Mit einem einzigen Teleskop kennt man für einen Schauer zunächst nur eine Schar von möglichen Herkunftsrichtungen am Himmel, entsprechend der Längsachse der Lichtverteilung in der Kamera. Mit einer sehr gut auflösenden Kamera gelingt die Bestimmung der Richtung durch die Kenntnis der Lichtverteilung. Bei den meisten Einzelteleskopen kann man aber erst durch die Überlagerung zahlreicher Luftschauer Vorzugsrichtungen erkennen. Deutlich mehr und genauere Information erhält man mit einem System aus mehreren Teleskopen.

2.2.3 Stereoskopie

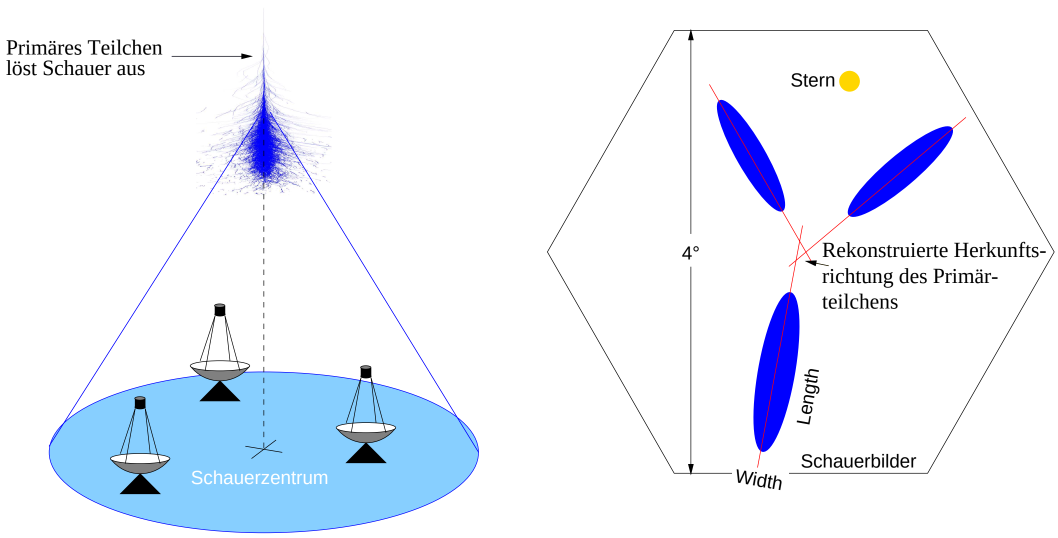


Abbildung 2.8: *Links: Der Čerenkov-Lichtpool eine Schauers erreicht in diesem Beispiel drei Teleskope. Rechts: Durch Überlagerung der Kamerabilder kann man die Herkunftsrichtung des Schauers bestimmen (nach [Püh 99]).*

Mit einem Teleskopsystem kann man für jedes einzelne Ereignis stereoskopisch die Herkunftsrichtung des primären Teilchens bestimmen. Jedes Kamerabild definiert rein geometrisch durch seine Längsachse eine Linie am Himmel, auf der der Herkunftsort des Primärteilchens liegt. Da dies für jedes Kamerabild gilt, liegt die Herkunftsrichtung im Schnittpunkt der Linien aller Kamerabilder. Dadurch daß man redundante Information erhält, kann man die Schauerparameter wesentlich genauer bestimmen als mit einem Einzelteleskop. Bei HEGRA sind vier der fünf Teleskope an den Ecken eines Quadrats aufgestellt, das fünfte steht im Zentrum. Die Kantenlänge beträgt rund 100 m. Dadurch erreicht man bei möglichst vielen Schauern, daß sie nicht nur von zwei, sondern von drei oder mehr Teleskopen gesehen werden. Systeme von Teleskopen sehen außerdem mehr Luftschauer, da sie ein größeres Gebiet an Schauerauftreffpunkten abdecken als Einzelteleskope.

2.3 Analyse

In einem ersten Schritt der Analyse werden aus den Kamerabildern die Herkunftsrichtungen, die Energien und die Teilchenarten der Primärteilchen bestimmt. Mit diesen Daten kann man dann beispielsweise nach neuen Quellen suchen, den Fluß bekannter Quellen messen, oder das Spektrum starker Quellen bestimmen.

2.3.1 Hillas-Paramter

Man beschreibt die Kamerabilder mittels eines Satzes geeigneter Parameter. Als Standardwahl haben sich die Hillas-Parameter ([Hil 85]) durchgesetzt. Dabei wird das Bild durch eine Ellipse beschrieben, die dem Trägheitsmoment der Lichtverteilung entspricht. Die in Abb.2.9 definierten Parameter *miss, distance, alpha* beschrei-

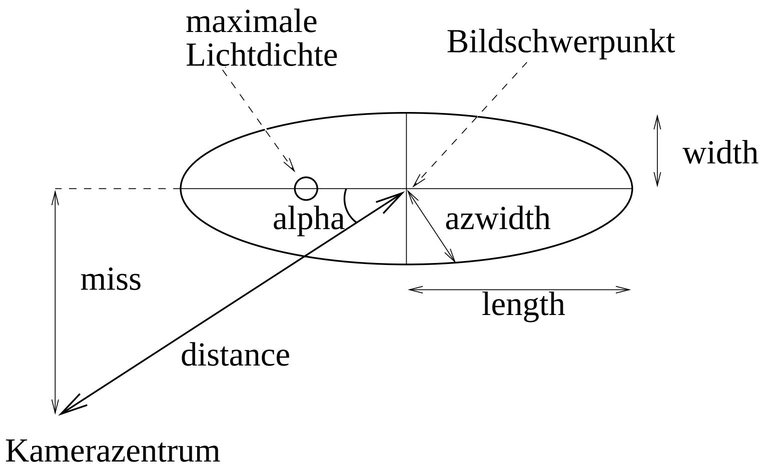


Abbildung 2.9: *Definition der Hillasparameter zur Beschreibung von Luftschauerbildern*

ben die Lage des Bildes in der Kamera. Sie sind für die geometrische Rekonstruktion des Schauers wichtig. *width* ist ein Maß für die laterale Ausdehnung eines Schauers, *length* hingegen für die longitudinale. *conc* ist als Verhältnis der Lichtmenge in den zwei hellsten Pixeln zur Gesamtlichtmenge definiert und mißt die Konzentration des

Schauers. Die letztgenannten drei Parameter beschreiben die Art des Schauers. Sie enthalten Information über die Teilchenart des Primärteilchens und dessen Energie.

2.3.2 Schauerrekonstruktion

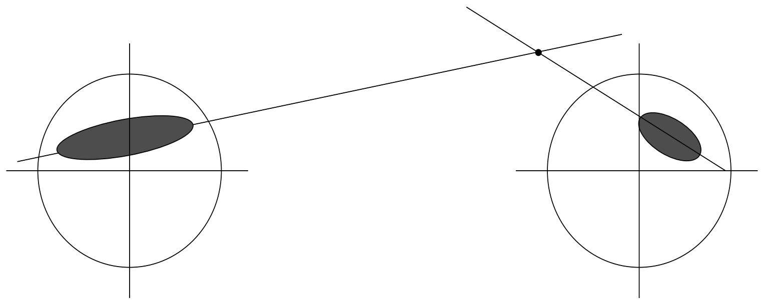


Abbildung 2.10: *Schematische Darstellung der Rekonstruktion des Schauerauftreffpunktes*

Wie in Kapitel 2.2.3 erläutert, erhält man die Schauerrichtung aus der Überlagerung der einzelnen Kamerabilder. Sowohl die Gesamthelligkeit als auch die Form eines Bildes hängen vom Abstand zwischen Teleskop und dem Punkt ab, an dem die Schauerachse den Erdboden schneidet. Deshalb ist es wichtig, diesen Schauerauftreffpunkt rekonstruieren zu können. Fallen die Fokalebenen zweier Čerenkov-Teleskope zusammen, so ergibt sich der Auftreffpunkt aus dem Schnittpunkt der Längsachsen der Schauerbilder (s. Abb. 2.10). Dazu muß man natürlich die Koordinaten der Teleskope kennen. Im allgemeinen Fall nicht zusammenfallender Fokalebenen muß neben der Schauerneigung auch der Abstand der Fokalebenen berücksichtigt werden. Eine Übersicht über die Rekonstruktion findet man in [Koh 95].

Außerdem sind Vergleiche mit Monte-Carlo-Simulationen möglich. Man kennt die in die Simulation einfließenden Parameter wie Art und Energie des Primärteilchens und kann sie durch Vergleich mit den Daten in ihnen bestimmen.

2.3.3 γ / Hadron-Separation

Erwartet man ein Signal von einer Punktquelle, so kann der Winkelabstand zwischen der nominellen Position der Quelle und der Schauerrichtung als Selektionskriterium verwendet werden. Durch die stereoskopische Rekonstruktion steht so eine gute Möglichkeit zur Ereignisselektion zur Verfügung.

Da sich hadronische und elektromagnetische Schauer unterschiedlich entwickeln, sehen ihre Abbilder in den Kameras von Čerenkov-Teleskopen unterschiedlich aus. Man kann folglich durch geeignete Auswahl der Bilder den Anteil der γ-Ereignisse in einem Datensatz erhöhen. Geeignete Schnitte kann man beispielsweise durch Monte-Carlo-simulierte Daten bestimmen. So kann man den hadronischen Untergrund etwa um einen Faktor 100 reduzieren, wobei gleichzeitig nur 50% der γ-Ereignisse verworfen werden.

Für diese Überlegungen ist es wichtig, die Abbildungseigenschaften des Teleskops zu kennen: Die Kamerabilder sind die Faltung des wahren Aussehens der Schauer mit der Abbildungsfunktion des Teleskops.

2.3.4 Energierekonstruktion

Da die irdische Lufthülle bei einem Luftschauer wie ein Kalorimeter wirkt, ist die abgestrahlte Čerenkov-Lichtmenge ein direktes Maß für die Energie des Primärteilchens. Es ergibt sich also eine eindeutige Korrelation zwischen in der Kamera deponierter Lichtmenge und Primärteilchenenergie, wenn man den Schauerabstand und den Zenitwinkel kennt ([Köh 98]). Die Absoluteichung der Energierekonstruktion ist jedoch nur bis auf 10% möglich, da geeignete Eichmessungen mit den Čerenkov-Teleskopen schwierig sind. Eine Möglichkeit besteht im Vergleich mit Monte-Carlo-Daten, eine andere untersucht die ringförmigen Abbilder des Čerenkov-Lichts von einzelnen Myonen, die in der Nähe des Detektors auftreten ([Bol 99]), oder man kann mit Laserlicht eichen, dessen Intensität über eine kalibrierte Photodiode bestimmt wird ([Fra 97]).

2.4 Ergebnisse

Exemplarisch werden hier Untersuchungsergebnisse der abbildenden Čerenkov-Technik zitiert, die die Heidelberger Arbeitsgruppe zu dem aktiven galaktischen Kern Mkn 501 veröffentlich hat.

Aus der Richtung, in der der aktive galaktische Kern Mkn 501 am Himmel steht, wurde ein deutlich erhöhter γ-Fluß registriert (Abb. 2.11). Die Intensität der Quelle ist stark variabel, allerdings bleibt das Spektrum von den Aktivitätsschwankungen unberührt. Ein zeitlich gemitteltes Spektrum ist in Abb. 2.12 gezeigt, zum Vergleich wurde das Spektrum des Krebsnebels miteingezeichnet.

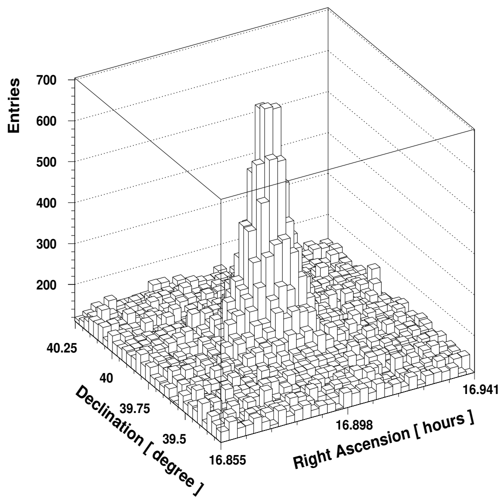


Abbildung 2.11: *An der Stelle des aktiven galaktischen Kerns Mkn 501 registriert man einen deutlichen Exzeß an γ-Ereignissen (nach [Kra 99a]).*

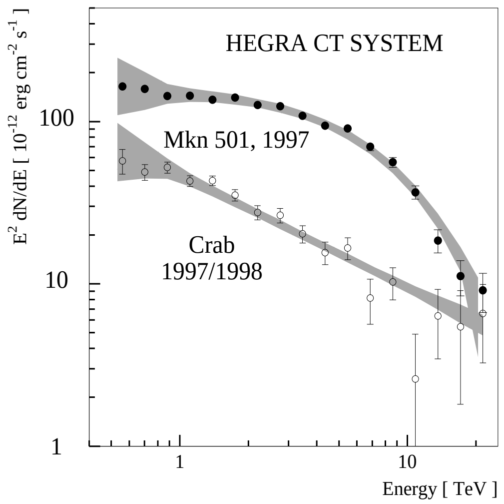


Abbildung 2.12: *Das zeitlich gemittelte Spektrum der γ-Quelle Mkn 501 im Vergleich mit dem Spektrum des Krebsnebels, der Standardkerze der γ-Astronomie (nach [Kra 99b]).*

Kapitel 3

Die Čerenkov-Teleskope des HEGRA-Systems

In diesem Kapitel werden die Čerenkov-Teleskope des HEGRA-Systems vorgestellt. Da die vorliegende Arbeit am zweiten Teleskop dieses Systems („CT-2") ausgeführt wurde, ist ein Verständnis der Funktionsweise der Systemteleskope nötig.

3.1 Mechanik

Die Mechanik eines Teleskops dient dazu, den Detektor und die abbildende Optik an jede Stelle am Himmel zeigen lassen zu können. Wegen der täglichen Erddrehung muß man eine Montierung für das Teleskop bauen, die die Nachführung auf ein Objekt am Himmel erlaubt. Außerdem möchte man eine Rückmeldung darüber haben, wo das Teleskop zu einer bestimmten Zeit hinzeigt.

3.1.1 Astronomische Koordinatensysteme

Zwei in der Astronomie gebräuchliche Koordinatensysteme sind für diese Arbeit relevant, um die Positionen von Gestirnen zu charakterisieren.

- **Altitude und Azimut**
  Um einen Punkt an der Himmelssphäre zu finden, kann man seine Höhe über dem Horizont und die Himmelsrichtung angeben, in der er sich relativ zum Beobachter befindet. Die Höhe über dem Horizont nennt man *Altitude (alt)*. Sie kann Werte zwischen 0° und 90° annehmen. Bei $alt = 90°$ liegt der Zenit

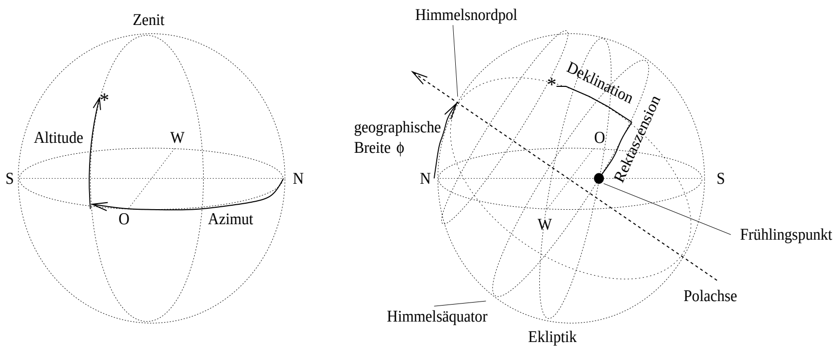


Abbildung 3.1: *Definitionen der astronomischen Koordinatensysteme: Links ist das Horizont-System dargestellt, rechts das Stundenwinkel-Deklinations-System.*

- der Punkt über dem Beobachter. Oftmals wird alternativ zur Altitude auch die Zenitdistanz angegeben, klarerweise gilt $z = 90° - alt$. Die Himmelsrichtung wird landläufig über die Bezeichnungen Nord, Süd, Ost und West sowie Kombinationen („Süd-Südwest“) angegeben. Genauer ist eine kontinuierliche Gradskala. Sie wird von Norden über Osten nach Süden und Westen gezählt. Die entsprechende Koordinate nennt man *Azimut (azm)*. Da die Koordinaten in diesem System relativ zum Horizont definiert sind, nennt man es auch Horizont-System. Es ist in Abb. 3.1 links gezeigt.

Dieses lokale System ist praktisch, um die Lage von Gestirnen relativ zum Beobachter anzugeben. Beispielsweise entspricht $alt = 0°$ dem Aufgang oder Untergang eines Gestirns für den Beobachter. Durch die tägliche Erddrehung verändern sich allerdings beide Koordinaten eines Gestirns ständig.

- **Rektaszension und Deklination**
  Da die Erddrehung gleichförmig ist, kann man leicht ein System finden, das fest mit der Fixsternkugel verbunden ist. Die Rolle des Zenits im Horizont-System übernimmt der Himmelsnordpol. Er ist der Durchstoßpunkt der verlängerten Erdachse durch die Himmelskugel. Um ihn rotiert die Fixsternkugel scheinbar, und seine Höhe über dem Horizont ist die geographische Breite ϕ des Beobachtungsortes. Auf dem Himmelsäquator definiert man einen der Schittpunkte mit der Ekliptik (scheinbare jährliche Bahn der Sonne) zum Nullpunkt der *Rektaszension* α. Sie wird parallel zum Himmelsäquator gegen den Uhrzeigersinn in der Einheit Stunden gezählt. Den dazu senkrechten Abstand eines Gestirn vom Himmelsäquator nennt man seine *Deklination* δ. Dieses System heißt Äquatorialsystem (s. Abb. 3.1 rechts).

Um aus den Koordinaten Rektaszension und Deklination die beobachtbare Position in Altitude und Azimut zu erhalten, benötig man Uhrzeit und Datum. Aus ihnen ermittelt man die sogenannte Sternzeit t. Aus ihr folgt der Stundenwinkel h zu $h = t - \alpha$. Es gilt nach [Tru 85]:

$$\begin{aligned} \sin alt &= \sin\delta\,\sin\phi + \cos\delta\,\cos h\,\cos\phi \\ \cos azm &= \frac{\sin\phi\,\sin alt - \sin\delta}{\cos\phi\,\cos alt} \end{aligned} \tag{3.1}$$

Durch die Präzession der Erde verändern sich die Koordinaten der Sterne im Äquatorialsystem langsam. Üblicherweise gibt man die Koordinaten für das Jahr 1950 oder 2000 an. Die tatsächlichen Koordinaten werden dann jeweils für den Beobachtungstag berechnet.

3.1.2 Alt-azimutale Montierung

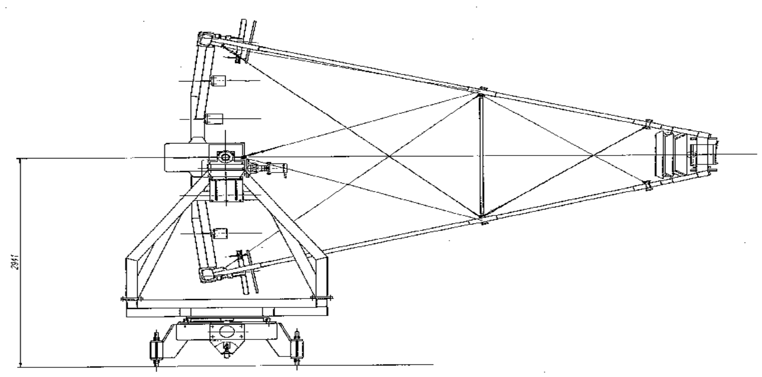


Abbildung 3.2: *Konstruktionszeichnung der bei HEGRA verwendeten alt-azimutalen Montierung.*

Die mechanisch einfachste Lösung, ein Teleskop aufzustellen, ist die alt-azimutale Montierung. Für eine gegebene Größe des Hauptspiegels benötig man bei dieser Art der Montierung weniger schwere Konstruktionen als bei äquatorialen Montierungen. Das Teleskop wird an einer waagerecht gelagerten Altitude-Achse aufgehängt. Sie ist um 180° schwenkbar, wodurch das Teleskop vom Horizont über den Zenit bis zur gegenüberliegenden Seite geschwenkt werden kann. Die Altitude-Achse wird auf einem drehbaren Tisch angebracht, der sich um die vertikale Azimut-Achse drehen kann (s. Abb. 3.2). Da der erlaubte Bereich für den Azimut 360° beträgt, kann man jede Himmelsposition auf zwei Arten anfahren: Wenn man das Teleskop im Azimut um 180° dreht und gleichzeitig die Altitude-Achse über den Zenit hinweg zum gleichen Zenitwinkel bewegt, so schaut das Teleskop in dieselbe Richtung wie zuvor. Man hat also zwei Beobachtungs-Modi, hier „normal“ und „reverse mode“ genannt.

Da der Azimut-Motor das Teleskop parallel zum Horizont und der Altitude-Motor es senkrecht dazu bewegt, kann die alt-azimutale Montierung nicht auf einfache Weise Himmelsobjekte nachführen. Man muß beide Motoren gleichzeitig bewegen (s. Kap. 3.1.4). Im Zenit müßte die Nachführgeschwindigkeit im Azimutmotor beliebig groß sein dürfen, was mechanisch unmöglich ist. Deshalb definiert man eine kleine Kalotte um den Zenit herum als verbotene Zone.

Außerdem tritt bei der Nachführung eine Bildfeldrotation auf. Für diese Arbeit ist dies wegen der kurzen Belichtungszeiten aber unbedeutend (s. Kap. 8.4.2).

3.1.3 Winkelgeber

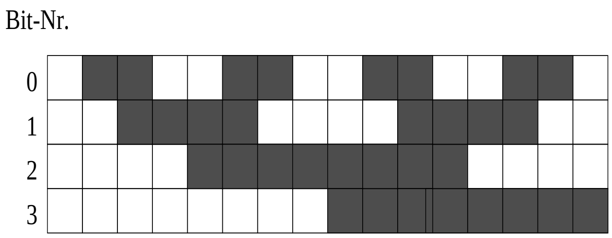


Abbildung 3.3: *Die Graycodescheibe eines 4-Bit-Winkelgebers. Im Winkelgeber ist sie als Zylindermantel um das Auslesesystem angebracht.*

Um die Himmelsposition zu kennen, auf die das Teleskop zeigt, muß man die Winkelstellung der beiden Achsen kennen. Diese erhält man aus sogenannten Winkelgebern, in denen optisch ein Gray-Code abgetastet wird. Er befindet sich auf einem Zylindermantel, der um ein Auslesesystem herum angebracht ist. In jeder Stellung sieht das Auslesesystem eine Folge von n hellen und dunklen Flecken, die eine n-Bitgroße Zahl darstellen. Man wählt eine der dualen ähnliche Zählweise, die allerdings vermeidet, daß sich von einer Zahl zur nächsten mehr als eine duale Ziffer ändert (s. Abb. 3.3). Aus den Winkelgebern des Teleskops erhält man zwei Zahlen w_1, w_2, die eineindeutig die Teleskopstellung bestimmen. Aus ihnen folgen die Altitude, der Azimut und der „mode“. Die Winkelauflösung eines n-Bit-Winkelgebers beträgt

$$\Delta\phi = \frac{360°}{2^n}. \tag{3.2}$$

Bei HEGRA werden 14-Bit-Kodierer verwendet, damit beträgt die erreichbare Winkelauflösung 0.022°.

3.1.4 Motorsteuerung des Teleskops

Das Teleskop wird von Schrittmotoren bewegt, bei denen ein Schritt einer Drehung um $(3.7 \cdot 10^{-4})°$ entspricht. Da dies wesentlich feiner als die Auflösung der Winkelgeber ist, muß die Motorsteuerung zu jedem Zeitpunkt wissen, mit welchen Soll-Geschwindigkeiten die Motoren bewegt werden müssen. Sie folgen aus Gl. 3.1. Nur so ist eine ruckfreie Nachführung möglich. Für die Nachführung wird ein Regelkreis verwendet, der die Motoren mit der Soll-Geschwindigkeit bewegt, und falls nötig durch zusätzliche Bewegung der Motoren die Winkelkodiererwerte stets auf den gewünschten Werten hält. Die Hardware der Steuerung ist in [Püh 96] beschrieben.

Per Software kann man eine gewünschte Himmelsposition in Rektaszension und Deklination angeben. Daraus werden die Winkelkodiererwerte w_1, w_2 berechnet. Mit diesen Werten kann die Steuerung abschätzen, wie lange das Teleskop aus der momentanen Stellung benötigt, um an die gewünschte Position zu gelangen. Da sich in dieser Zeit, die bis zu sieben Minuten betragen kann, das Gestirn am Himmel weiterbewegt, wird das Teleskop gleich auf die Winkelkodiererwerte gefahren, die sich unter Berücksichtigung der Fahrzeit ergeben. Hat das Teleskop die entsprechende Position erreicht, beginnt der Nachführalgorithmus auf die gewählte Position nachzuführen.

Um das Teleskop in eine bestimmte Stellung zu bringen, kann man der Steuerung auch die gewünschte Position in Altitude und Azimut übergeben. Nach Erreichen der entsprechenden Winkelgeberwerte bleibt das Teleskop dann einfach stehen.

Für die sogenannten Point-Runs (s. Kap. 4.2) gibt es noch eine spezielle Art, wie man das Teleskop bewegen kann: Eine bestimmte Position am Himmel wird in parallelen Linien über den Detektor gescannt.

3.2 Optik

Den Anforderungen (s. Kap. 2.2.1) entspricht am ehesten das Davies-Cotton-Design, bei dem der Hauptspiegel aus mehreren kleinen Kugelspiegeln besteht.

3.2.1 Kugelspiegel

Ein Kugelspiegel ist für achsnahe Strahlen winkelabbildend. Licht, das aus einer bestimmten Richtung kommt, wird auf einen bestimmten Punkt in der Fokalebene gebündelt. Die Brennweite des Spiegels ergibt sich aus dem Krümmungsradius r zu $f = \frac{r}{2}$. Für die HEGRA-Čerenkov-Teleskope ist $f_{nominell} = 4.92\,\mathrm{m}$.

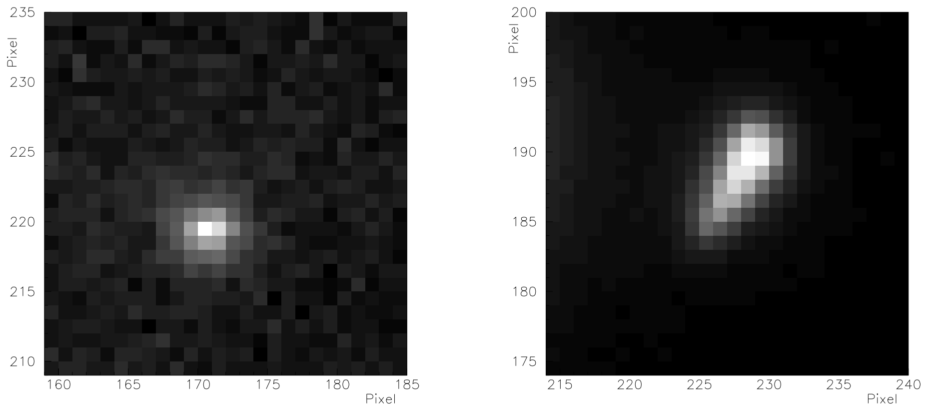


Abbildung 3.4: *Die Abbildungsfehler der Kugelspiegel führen dazu, daß weiter außen liegende Spiegel von CT-2 deutlich verzeichnetere Lichtflecken erzeugen (rechts) als Spiegel nahe des Spiegelträgerzentrums (links).*

Ein Kugelspiegel zeigt zahlreiche Abbildungsfehler. Die sphärische Abberation führt dazu, daß achsferne Strahlen den Brennpunkt nicht erreichen. Das Abbild einer punktförmigen Lichtquelle wird dadurch eine Kreisscheibe. Außerdem spielen Koma und Astigmatismus eine Rolle. Die letztgenannten führen zu einer umso größeren Aufweitung des Abbilds, je größer der Winkel zwischen Einfallsrichtung und optischer Achse ist. Das Abbild eines Punktes ist dabei nicht einmal mehr kreisförmig sondern kompliziert verzogen (s. Abb. 3.4).

3.2.2 Davies-Cotton-Design

Dieses Spiegelträgerdesign wurde erstmals von Davies und Cotton 1957 für Sonnenkollektoren vorgeschlagen. Die einzelnen Kugelspiegel werden auf einem Kugelsegment angeordnet, dessen Krümmungsradius $R = f = \frac{r}{2}$ beträgt. Dadurch werden manche Abbildungsfehler des Kugelspiegels ausgeglichen (s. [Dav 57]).

Neben den Abbildungsfehlern der einzelnen Spiegel erhält man weitere Abbildungsfehler durch die Anordnung der Spiegel. Entscheidend ist jeweils der Abstand eines Spiegels von der Mittelachse des Teleskops. Für HEGRA wurde ein dem Davies-Cotton-Design ähnlicher Aufbau gewählt und dessen Abbildung untersucht ([Akh 95]).

3.2.3 Der HEGRA-Reflektor

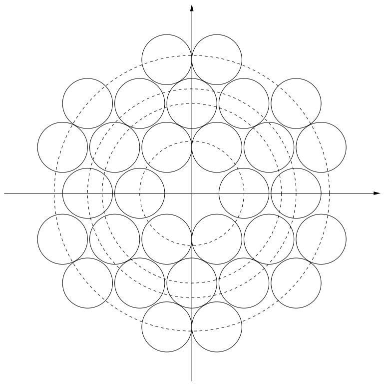


Abbildung 3.5: *Anordnung der Spiegel beim HEGRA-Reflektor*

30 einzelne sphärische Spiegel mit je 60 cm Durchmesser bilden den Reflektor bei HEGRA. Die Anordnung ist in Abb. 3.5 gegeben. Abweichungen vom Davies-Cotton-Design gibt es durch die Streuung der Fokallängen der einzelnen Spiegel. Beim Aufbau der Teleskope wurde darauf geachtet, daß die Spiegel mit längerer Brennweite weiter außen eingebaut werden. Dies verbessert das ursprüngliche Design nochmals ein wenig.

Da der Öffnungswinkel der HEGRA-Čerenkov-Teleskope mit $\alpha \approx 19°$ relativ groß ist, erreicht das Licht von den äußeren Spiegel unter etwa diesem Winkel die Fokalebene. Damit sind übliche Kleinwinkelnäherung ungeeignet. Stattdessen simuliert man die Abbildung mittels „Ray-Tracing-Programmen“. Umfangreiche Untersuchungen, wie die Abbildungsfunktion der HEGRA-Teleskope aussieht, findet man beispielsweise in [Akh 95], Messungen dazu in [Püh 96].

3.3 Detektor

Der Detektor muß in der Lage sein, die schnellen und schwachen Čerenkov-Lichtblitze zweidimensional aufgelöst abzubilden. Dazu ist am besten eine Photomultiplier-

Matrix geeignet, in der die Photoröhren spektral an das erwartete Spektrum angepaßt sind.

3.3.1 Photomultiplier

Photomultiplier sind sehr empfindliche Lichtdetektoren, die sogar einzelne Photonen nachweisen können. Sie bestehen aus einem evakuierten Glasgefäß, der ein Eintrittsfenster für das nachzuweisende Licht hat. Dort ist eine dünne Metallschicht aufgedampft. Dringt ein Photon ein, so kann es in dieser Kathode durch den Photoeffekt ein Elektron freisetzen. Durch geeignete Formgebung einer Kette von auf hohe Spannung gelegter Elektroden (die Dynoden) erreicht man Elektronenvervielfachung und so eine Ladungslawine. An der Anode erhält man einen meßbaren Spannungspuls.

Von Vorteil für die Čerenkov-Astronomie ist neben der hohen Sensitivität auch, daß es sehr schnell auslesbare Photomultiplier gibt. Bei den HEGRA-Teleskopen geschieht die Auslese mit 120 MHz. Außerdem ist das Ausgangssignal in guter Näherung ein lineares Maß für die eingefallene Lichtmenge.

3.3.2 Die Kamera

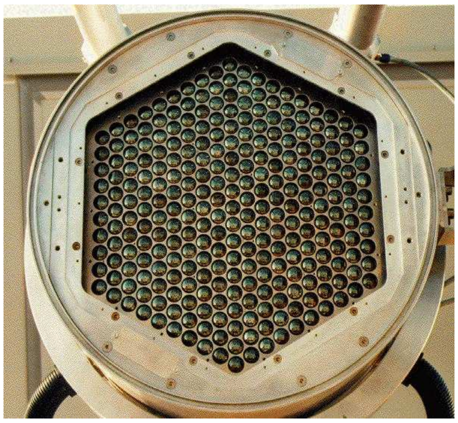


Abbildung 3.6: *Eine hexagonale Matrix aus 271 Photomultipliern bildet die Kamera der HEGRA-Čerenkov-Teleskope. Man erkennt die Eintrittsfenster der einzelnen Röhren. Der Durchmesser der Kamera beträgt 50 cm.*

Bei HEGRA werden je Kamera 271 Photomultiplier in einer hexagonalen Matrix verwendet (s. Abb. 3.6). Die kreisrunden Eintrittsfenster liegen etwas unterhalb der Fokalebene, damit auf jede Röhre noch ein Lichttrichter gesetzt werden kann. Diese sind so konstruiert, daß sie möglichst viel Licht aus der Brennebene auf das Eintrittsfenster lenken. Damit kann man auch die eigentlich nicht lichtsensitiven Räume zwischen den runden Photomultipliern nutzen. Jeder Photomultiplier hat eine eigene Spannungsversorgung, die so eingestellt ist, daß sich über die gesamte Kamera eine möglichst homogene Sensitivität ergibt. Daneben sitzt an jedem Photomultiplier noch ein Vorverstärker und ein Datenkabel.

Der Detektor wird von den vier in Abb. 2.6 sichtbaren Masten getragen. Sein Abstand vom Spiegelträger ist die Brennweite der Optik. Um die Photomultiplier zu schonen, wird nur in mondloser Zeit gemessen. Schwache Lichtschauer könnten bei dem erhöhten Hintergrund sowieso nicht gesehen werden.

3.4 Elektronik

Aufgabe der Elektronik ist es, zu entscheiden, wann die Signale gespeichert werden sollen. Außerdem muß sie die empfangenen Signale computergerecht aufbereiten.

3.4.1 Lokaler Trigger

Alle acht Nanosekunden werden die Signale der Photomultiplier abgefragt und digitalisiert. Ein Schauer macht sich durch ein erhöhtes Signal in den Photomultipliern bemerkbar. Durch Nachpulse in den Photomultipliern und zu einem geringerem Maß auch durch das Nachthimmelslicht treten Fluktuationen auf, die einzelne Kanäle ansprechen lassen können, obwohl kein Luftschauer vorlag. Um nicht ständig diesen Fluktuationen aufzuerliegen, fordert man als Triggerbedingung, daß mindestens in zwei benachbarten Pixeln das Signal eine Schwelle überschreitet. Dies führt zu einer Triggerrate von rund 200 Hz.

Fällt das Licht eines Sterns auf den Detektor, so wird in zwei oder drei Photomultipliern die Schwelle häufig überschritten, das Teleskop würde also beständig triggern. Um dies zu verhindern, werden automatisch alle Pixel aus dem Trigger genommen, die einen erhöhten Gleichstrom anzeigen.

3.4.2 System-Trigger

Ein Teleskop, das getriggert hat, meldet dies einem zentralen Rechner. Ein Systemtrigger wird ausgelöst, wenn mindestens zwei Teleskope innerhalb eines gewissen Zeitfensters lokal getriggert haben. Dann werden die Signale aller fünf Teleskope ausgelesen und zusammen mit Information über die Kalibration des Teleskops, die Ausrichtung und die Zeit gespeichert. Die Systemtriggerrate beträgt etwa 15 Hz.

Man muß die Signallaufzeiten zwischen den einzelnen Teleskopen und der Zentrale berücksichtigen: Die fünf HEGRA-Teleskope stehen in einer Würfel-Fünf mit einer Kantenlänge von rund 100 Metern. Dadurch beträgt die Signallaufzeit bis zu $1.2\,\mu$s und ist wesentlich größer als die Signaldauer. Deshalb schreibt man die Werte in einen Ringspeicher, der immer die letzten $2.2\,\mu$s beinhaltet. Erhält ein Teleskop einen Systemtrigger, so wird die Auslese angehalten, und es wird der interessierende Bereich des Ringspeichers an die Zentrale geschickt.

3.5 Ausblick: Die HESS-Teleskope

Abbildung 3.7: *Geplantes Aussehen der HESS-Teleskope*

Zur Zeit sind die Čerenkov-Teleskope der nächsten Generation in Planung. Die Heidelberger Arbeitsgruppe ist maßgeblich an einem Experiment namens HESS (High Energy Stereoscopic System) beteiligt, das im Endzustand aus 16 Teleskopen bestehen wird, von denen jedes deutlich größer als die HEGRA-Teleskope sein wird. Jedes Teleskop wird über 300 Spiegel besitzen. Entsprechend dem rund dreimal größeren Spiegelträger wird auch die Fokallänge rund 15 Meter betragen.

Damit wird eine Detektionsschwelle für Primärteilchen von 40 GeV erreicht. Spektroskopie mit einer Auflösung von 20% wird möglich sein ab 100 GeV. Einzelne Schauerrichtungen können auf $0.1°$ genau aufgelöst werden. Die Sensitivität wird einige $10^{-12}\frac{\gamma}{\mathrm{cm}^2\,\mathrm{s}}$ für den integralen Fluß oberhalb von 100 GeV für das Gesamtsystem bei 100 Stunden Beobachtungszeit betragen.

Kapitel 4

Einsatzmöglichkeiten einer CCD-Kamera

Im folgenden geht es um spezielle Probleme, die mithilfe einer CCD-Kamera an einem Čerenkov-Teleskop besser gelöst werden können als mit den bei HEGRA zur Zeit üblichen Methoden (s. u.). Dazu gehören vor allem zwei Punkte:

- Die Optik unter realen Beobachtungsbedingungen untersuchen
- Einzelne Spiegel justieren

In der Praxis bieten sich für beide Aufgaben entweder eine entfernte Lampe auf dem Erdboden oder Sterne an. Die erste Möglichkeit wird für die Spiegeljustierung verwendet, weil hierfür Sterne zu schwach sind (s. Kap. 4.1). Da bei den Untersuchungen mit einer künstlichen Lichtquelle das Teleskop allerdings immer nahezu waagrecht steht, entspricht dies nicht einer typischen Beobachtungssituation, bei der das Teleskop an den Himmel zeigt. Deshalb sind Sterne geeignetere Lichtquellen, um die Optik zu untersuchen. Leider ist die Matrix aus Photomultipliern so grob gerastert, daß man kein Abbild der Abbildungsfunktion erhält, wenn man einfach die Gleichströme aller Photoröhren ausliest. Hier wird zur Zeit das Verfahren der Pointruns angewendet, das in [Püh 96] entwickelt wurde. Dort findet man auch eine umfangreichere Darstellung als in Kap. 4.2, wo nur das Prinzip erläutert wird.

Der Vorteil einer CCD-Kamera liegt in der schnellen und einfachen Bildgewinnung bei gleichzeitig guter örtlicher Auflösung.

4.1 Spiegeljustierung

4.1.1 Derzeitige Methode der Spiegeljustierung

Um einzelne Spiegel zu justieren, bringt man auf einem 900 m weit entfernten Berggipfel eine Lampe an. Das Teleskop wird auf diese Lampe gerichtet. Ihr Licht muß in einer Ebene 3 mm hinter der Fokalebene durch den Reflektor möglichst gut gebündelt werden, dann ist das Teleskop justiert. Da die Lampe hell genug ist, kann man in dieser Ebene auf einem Blatt weißen Papiers die Abbilder einzelner Spiegel mit bloßem Auge erkennen. Man justiert die Spiegel, indem man ihre Lichtflecke möglichst gut überlagert. Dazu verkippt man die Spiegel durch Verstellen der Schrauben, an denen die Spiegel aufgehängt sind.

Entsprechend der beiden Beobachtungsmodi „normal“ und „reverse“ gibt es zwei Teleskopstellungen, in denen man justieren kann. Dies bemerkt man bei der Untersuchung der Abbildungsfunktion (s. Kap. 4.2.2).

Neuerdings wurde auch ein Verfahren mit einem Laserlot ausprobiert. Damit kann man das Teleskop im Zenit justieren, was einer mittleren Beobachtungsstellung entspricht. Zum Zeitpunkt der Messungen dieser Arbeit war CT-2 so justiert.

4.1.2 Automatische Spiegeljustierung mit einer CCD-Kamera

Mithilfe einer CCD-Kamera kann man die Justierung zum einen automatisieren und zum anderen unter beliebigen Zenitwinkeln durchführen: Durch die höhere Empfindlichkeit der CCD-Kamera gegenüber dem Auge kann man Sterne verwenden (s. Kap. 8.4.2). Man benötigt dann einen weißen Diffusor als Schirm direkt in der echten Brennebene des Teleskops, die CCD-Kamera bringt man am einfachsten auf dem Spiegelträger an. Für die Automatisierung benötigt man an jedem Spiegel zwei Motoren, um die Spiegel beliebig verkippen zu können.

Will man das Licht eines Spiegels identifizieren, bewegt man diesen Spiegel etwas und macht vorher und nachher je eine Aufnahme des Schirms. Durch Subtraktion der beiden Aufnahmen bleibt nur das Licht übrig, das dem bewegten Spiegel entspricht. Mittels geeigneter Algorithmen kann man die Position dieses Spiegels dann bestimmen. Daraus bestimmt man die Umdrehungszahlen, um die man die beiden Motoren bewegen muß, damit der Spiegel aus seiner aktuellen Position in eine Sollposition gelangt (s. Kap. 8.4.1). Ob er dort angekommen ist, kann man mit einer weiteren Aufnahme kontrollieren. Wendet man dieses Verfahren auf alle Spiegel an, so hat man das gesamte Teleskop justiert.

4.2 Pointruns

Man bewegt bei Pointruns das Teleskop so, daß das Abbild eines Sterns über einige Photomultiplier geschoben wird. Mit etwa 20 parallelen Linien kann man so ein $1^\circ \times 1^\circ$ großes Gebiet im Gesichtsfeld mit ausreichender Genauigkeit abscannen. Dies dauert etwa 15 Minuten.

Dabei werden die jeweiligen Gleichströme und die Teleskopausrichtung aufgezeichnet. Anschaulich ist klar, daß der Strom in einem Pixel maximal ist, wenn der Stern zentral auf das Pixel abgebildet wird. Allgemein ergibt sich der registrierte Gleichstrom als Faltung der Abbildungsfunktion mit der Pixeloberfläche. Durch eine geeignete Rückfaltung erhält man die gesuchte Abbildungsfunktion. Nähert man diese durch eine zweidimensionale Gaußkurve, so hat man durch die Lage des Maximums ein Maß für die Sternposition und durch die Breite der Kurve ein Maß für die Breite der Abbildungsfunktion.

4.2.1 Pointing

Die Kenntnis der wahren Teleskopausrichtung ist nötig, um die Richtung der Schauer genau rekonstruieren zu können. In erster Näherung ist die Ausrichtung durch die Winkelkodiererwerte gegeben. Allerdings treten zahlreiche Effekte auf, die eine Verschiebung der wahren Ausrichtung gegenüber der nominellen von bis zu 0.5° bewirken. Folgende Fehlerquellen werden in [Püh 96] behandelt:

- Die Nullpunkte der Winkelkodierer sind nicht genau bekannt.
- Die Winkelkodierer können Nichtlinearitäten aufweisen.
- Die Altitudeachse kann gegen die Azimutachse verkippt sein.
- Die Azimutachse kann gegen die Vertikale verkippt sein.
- Die Kamera kann versetzt auf den Masten angebracht sein.
- Die Masten können sich aufgrund des Kameragewichts durchbiegen.
- Der Spiegelträger kann sich aufgrund seines Eigengewichts durchbiegen.
- Die Refraktion läßt Gestirne zenitnäher erscheinen als sie es sind.

Diese Effekte lassen sich durch einen Satz von neun Parametern erfassen. Aus einer genügenden Zahl an Pointruns kann man die Parameter bestimmen, und so hat man eine Korrekturfunktion zur Verfügung, die einem zu jeder Himmelsposition den Unterschied zwischen nomineller und wahrer Ausrichtung gibt. Die Parameter ändern sich in den über viele Jahre durchgeführten Messungen nur sehr wenig.

4.2.2 Breite der Abbildungsfunktion

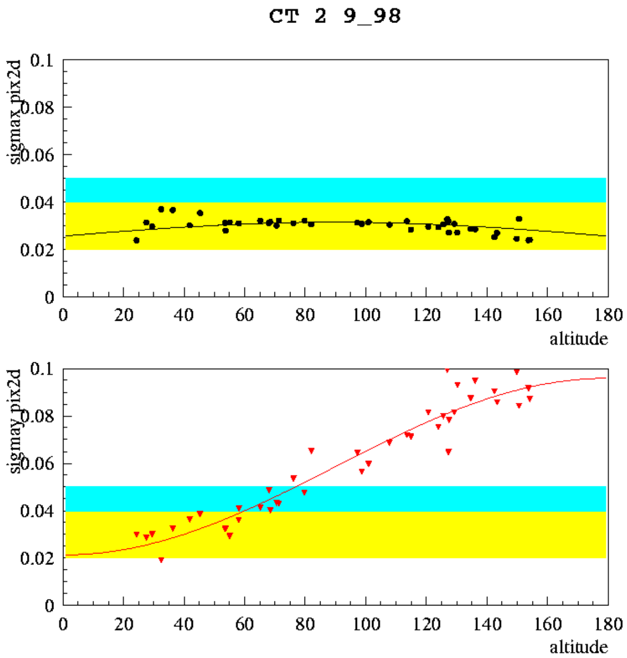


Abbildung 4.1: *Die Breite der Abbildungsfunktion von CT-2 in Abhängigkeit der Altitude ($0° < alt < 90° \hat{=}$ „normal mode“, $90° < alt < 180° \hat{=}$ „reverse mode“) mit Pointruns gemessen. Oben die Breite in horizontaler Richtung, unten in vertikaler Richtung. Man erkennt, daß das Teleskop im September 1998 im „normal mode“ justiert wurde (nach [Püh 98]).*

Die Breite der Abbildungsfunktion in vertikaler Richtung ist experimentell vor allem vom Zenitwinkel (s. Abb. 4.1) abhängig. Man erkennt, daß CT-2 zu diesem Zeitpunkt im normal mode justiert war, da dort die gemessene Breite am kleinsten ist. In vertikaler Richtung wird die Justierung durch die Verbiegung der Stangen, an denen die Spiegel hängen, umso schlechter, je weiter entfernt man von der Justierposition mißt. Dies erklärt den gezeigten Verlauf. In horizontaler Richtung weitet sich die Abbildungsfunktion zum Zenit hin etwas auf. Man erklärt dies mit der leicht instabilen Konstruktion des Spiegelträgers: Er biegt sich durch die Gewichtskraft auf. In horizontaler Richtung sieht man nur diesen Effekt, der im Zenit am größten ist.

Außerdem ist die Abbildungsfunktion durch das gewählte Design abhängig vom Winkel θ zwischen optischer Achse und Einfallsrichtung des Lichts. Die Größe des Effekts stellt die Grenze der Meßgenauigkeit von Pointruns dar. Folgende empirische Formel für die Abhängigkeit der Breite der Abbildungsfunktion vom Einfallswinkel wird verwendet:

$$\sigma_{psf} = 0.045^\circ + 0.003^\circ(\theta[^\circ])^2 \tag{4.1}$$

4.2.3 Einsatz der CCD-Kamera anstelle der Pointruns

Durch den Einsatz der CCD-Kamera wie in Kap. 4.1.2 beschrieben, kann man auf Pointruns verzichten. Die Lage des Lichtflecks eines Sterns ist direkt in den CCD-Bildern enthalten. Außerdem hat die CCD-Kamera eine genügend hohe Auflösung, um die Abbildungsfunktion untersuchen zu können.

Dies bietet mehrere Vorteile gegenüber dem herkömmlichen Verfahren:

- Da die CCD-Aufnahmen unter einer Minute belichtet werden (s. Kap 8.4.2), spart man viel Zeit.
- Die Auswertung ist einfacher. Insbesondere fällt die Rückfaltung mit der Pixeloberfläche weg, was die Genauigkeit erhöht.
- Man kann auch dann messen und Spiegel justieren, wenn der Mond am Himmel steht.

Kapitel 5

Die CCD-Kamera

Alle Aufnahmen in dieser Arbeit wurden mit einer für die Amateurastronomie entwickelten CCD-Kamera (ST-7 von SBIG[1]) gewonnen. In diesem Kapitel werden zum einen die physikalischen Grundlagen dargestellt und andererseits die verwendete Kamera beschrieben.

5.1 Funktionsweise einer CCD-Kamera

Herzstück einer CCD-Kamera ist ein Halbleiter-Chip mit einer lichtempfindlichen Oberfläche. Eine Matrix aus MOS-Kondensatoren speichert in den einzelnen Elementen jeweils zur eingefallenen Lichtmenge proportional Ladung, die ausgelesen werden kann.

5.1.1 MOS-Grenzschichten

Der Name „MOS“ ist eine Abkürzung für metal-oxide-semiconductor, was auf den prinzipiellen Aufbau dieses Halbleitertyps hinweist: Auf ein Halbleitersubstrat wird eine dünne Oxidschicht gebracht, an die sich eine Metallelektrode anschließt. Abb. 5.1 zeigt den Aufbau für das Beispiel eines p-leitenden Halbleiters.

Durch Anlegen einer positiven Spannung driften Elektronen im Leitungsband zum nichtleitenden Oxid, die Löcher im Valenzband werden hingegen elektrisch abgestoßen. In der Nähe des Oxids rekombinieren die dort überhäufigen Elektronen mit den Löchern und es entsteht wie beim p-n-Übergang eine Raumladungszone, die an Ladungsträgern verarmt ist.

[1] Santa Barbara Instrument Group, 1482 East Valley Road, No. 33, Santa Barbara, CA 93150

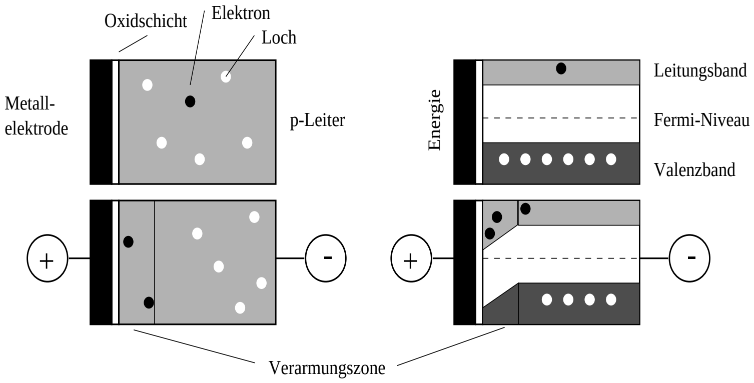


Abbildung 5.1: *MOS-Grenzschicht: Legt man eine positive Spannung an, so werden die Löcher von der isolierenden Grenzschicht abgestoßen. Dort entsteht eine Verarmungszone analog zu einem p-n-Übergang (nach [Hun 96]).*

5.1.2 Photoeffekt in einer Verarmungszone

Wird ein Photon in einem Halbleiter absorbiert, so hebt es ein Elektron aus dem Valenzband ins Leitungsband und ein Loch im Valenzband bleibt zurück. Dies kann nur passieren, wenn die Photonenergie $\hbar\omega$ größer ist als die Energielücke E_g des Halbleiters. Für typische Werte von $E_g \approx 1\,\mathrm{eV}$ ergibt sich die Grenzwellenlänge zu etwa $\lambda_g = \frac{c\,h}{E_g} \approx 1\,\mu\mathrm{m}$.

Das entstandene Ladungsträgerpaar wird durch das in der Raumladungszone herrschende elektrische Feld getrennt. Bei einer p-leitenden MOS-Grenzschicht können die Löcher abtransportiert werden, die Elektronen werden hingegen zum Oxid gezogen und sammeln sich dort an.

5.1.3 MOS-Kondensator

Abb. 5.2 zeigt den prinzipiellen Aufbau eines MOS-Kondensators. Die Oxid-Schicht ist an einer Stelle besonders dünn ausgeführt. Dort entsteht im Halbleiter eine breitere Verarmungszone. Eine Analyse des Potentialverlaufs dieser Konfiguration (s. [Mel 77]) ergibt, daß sich in diesem Bereich ebenfalls eine Potentialmulde für Minoritätsladungsträger bildet. Die Tiefe der Potentialmulde kann über die am Metall angelegte Spannung gesteuert werden. In der Verarmungszone können also Ladungsträger gespeichert werden, weshalb die Anordnung als Kondensator wirkt.

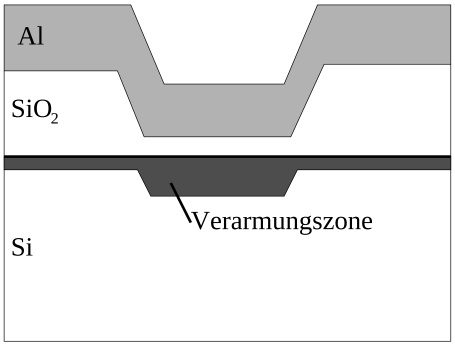


Abbildung 5.2: *Querschnitt durch einen MOS-Kondensator: Wo die Siliziumdioxid-Schicht besonders dünn ist, entsteht eine breitere Verarmungszone. Dort befindet sich auch eine Potentialsenke, so daß sich in diesem Bereich Ladungsträger ansammeln. Die Anordnung kann also Ladung speichern.*

5.1.4 CCD-Chips

Ein CCD-Chip ist eine Matrix aus MOS-Kondensatoren. Einfallendes Licht kann im Halbleiter Elektron-Loch-Paare erzeugen. Im Falle eines p-Leiters werden die Elektronen dann durch die angelegte Vorspannung in die nächstliegende Potentialmulde transportiert. Eine solche Matrix häuft also in den einzelnen Elementen Ladung an. Die jeweilige Rate, mit der sich die einzelnen Kondensatoren aufladen, ist proportional zum einfallenden Strahlungsstrom an der entsprechenden Stelle. Daraus ergibt sich ein sehr einfaches Prinzip, wie man eine CCD-Aufnahme belichtet: Man setzt den Chip einfach mit einer konstanten Vorspannung dem Licht aus.

Um die gesammelten Ladungen zu messen, gibt es viele verschiedene Ausleseverfahren. Dazu müssen die Ladungen aus den Potentialmulden („Gates") zu einem Ausleseoperationsverstärker transferiert werden, wo sie eine Spannung erzeugen, die zur ursprünglich eingefallenen Lichtmenge proportional ist. Der Spannungswert wird digitalisiert, wodurch man eine Matrix von Digitalwerten erhält, die mittels eines Computers gespeichert und bearbeitet werden kann (s. Kap. 6).

Man kann Ladung von einer Potentialmulde zur nächsten transportieren, indem man die Spannung an den einzelnen Gates variiert: Um die Ladung eines bestimmten MOS-Kondensators zum nächsten zu transferieren, erhöht man die an dem Ziel-Gate angelegte Spannung. Dadurch verformt sich das Potential derart, daß die Ladungsträger (das Potentialminimum suchend) zu dem gewünschten Gate wandern. Sobald dies geschehen ist, setzt man die Spannung wieder auf den Normalwert. Durch geschickte Wahl des zeitlichen Verlaufs der Spannung kann man erreichen, daß so gut

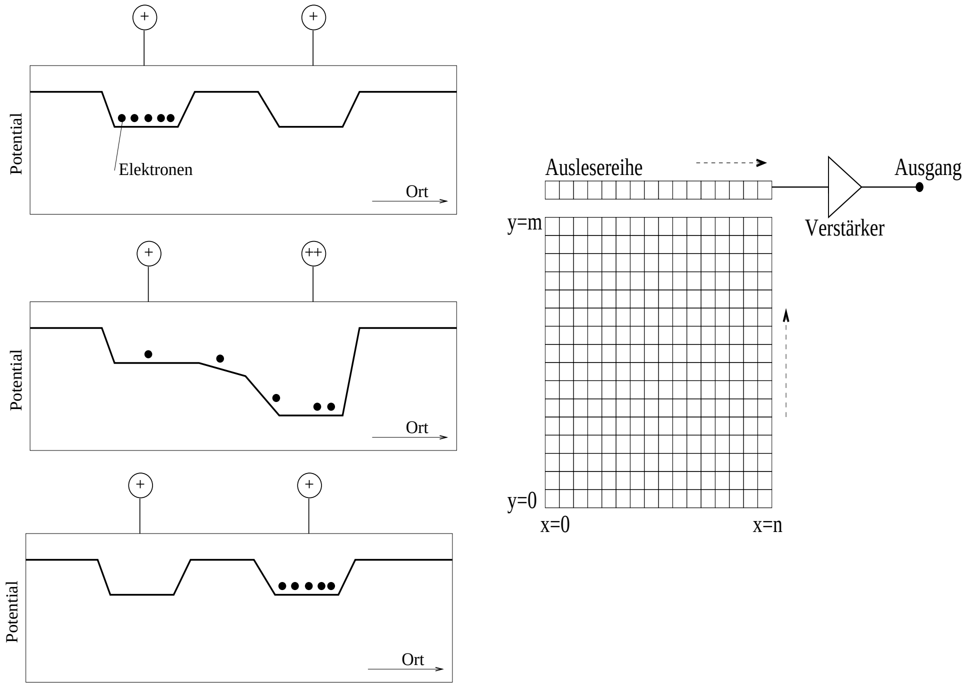


Abbildung 5.3: *Links: Ladungstransport zwischen zwei MOS-Kondensatoren: Durch zeitliche Variation der angelegten Spannung moduliert man das Potential derart, daß alle Ladung von einem Gate zum nächsten wandert. Rechts: Auslesen eines CCD-Chips. Die Ladungen werden parallel nach oben verschoben und die in der Auslesereihe werden seriell über den Verstärker ausgelesen.*

wie alle Ladungsträger mitwandern (s. Abb. 5.3). Die Verluste sind sehr gering. Zu beachten ist, daß zwischen zwei Gates, die echte Bildinformation tragen, immer noch mindestens ein weiteres (nicht unbedingt baugleiches) liegen muß, damit sich die Ladungen der einzelnen Gates nicht mischen.

Ein häufig angewandte Methode für das Auslesen ist folgende: Man schiebt parallel die Ladungen der ersten Reihe von MOS-Kondensatoren in eine Auslesereihe, alle anderen Reihen werden gleichzeitig auch um eine Einheit nachgeschoben. Die Auslesereihe wird dann seriell über einen Verstärker ausgelesen. Im nächsten Zyklus schiebt man wieder die Ladungen der ersten Reihe (die ursprünglich in der zweiten waren) in die Auslesereihe und schiebt die restlichen Reihen nach. Dieses Verfahren setzt man fort, bis nacheinander alle Reihen ausgelesen sind.

5.1.5 Eigenschaften von CCD-Chips

CCD-Chips haben sich als in vielen Bereich als Lichtdetektoren durchgesetzt, da sie viele positive Eigenschaften aufweisen, gleichzeitig relativ preisgünstig sind und sofort digitale Bilder liefern.

- **Empfindlichkeit**
  CCD-Chips haben im Vergleich zu photographischen Filmen eine rund zehnmal höhere Quanteneffizienz. Etwa jedes zweite einfallende Photon erzeugt auch einen Ladungsträger in einem Pixel. Die spektrale Empfindlichkeit ist meistens im Roten maximal (s. Abb. 5.4).

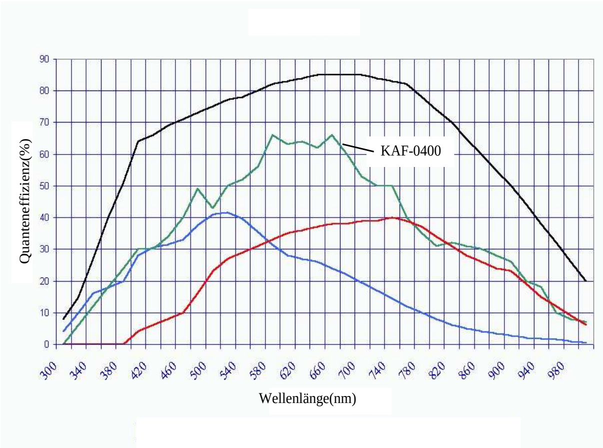


Abbildung 5.4: *Spektrale Quanteneffizienzen verschiedener CCD-Chips. Die Kurve des in dieser Arbeit verwendeten Chips ist markiert (nach Apogee).*

- **Linearität**
  CCD-Chips sind beinahe perfekt lineare Lichtdetektoren, die Linearität ist normalerweise besser als 1 % ([Mar 98]) über den gesamten jeweiligen dynamischen Bereich (s. Kap. 5.2.1). Deshalb eignen sich CCD-Chips auch hervorragend für photometrische Aufgaben. Die gute Linearität bedeutet insbesondere, daß CCD-Chips jedes noch so schwache Signal nachweisen können. Um sehr schwache Signale zu detektieren, kann man wegen der Linearität einfach mehrere Bilder addieren, falls aus praktischen Gründen nicht lange genug belichtet werden kann.

5.2 Bildkorrektur

Ein vom Chip ausgelesenes Bild sieht in aller Regel bereits so aus, wie man es vom abgebildeten Objekt erwartet. Allerdings treten noch einige störende Effekte auf, die man korrigieren muß und kann. Erst dann entsprechen die Pixelwerte der jeweils eingefallenen Lichtmenge.

5.2.1 Störende Effekte

Folgende Effekte beeinflussen nach [Mar 98] das Bild:

- **Begrenzte Kapazität eines Pixels**
  Jedes Pixel kann nur eine gewisse Maximalzahl N_e^{max} von Elektronen aufnehmen, dann ist es gesättigt. Natürlich ist der Chip nur bis knapp unter diese Grenze linear. Die Kapazität hängt unter anderem von der Größe des Pixels ab, ein typischer Wert ist $1000\,\frac{\mathrm{e}^-}{\mu\mathrm{m}^2}$. Erreicht ein Pixel die Sättigung, besteht die Gefahr, daß die danach ankommende Ladung in benachbarte Pixel überspringt. Auf der Aufnahme sieht man dann regelrecht, wie die Pixel „auslaufen". Abhilfe schafft hier, die Belichtungszeit kurz genug zu halten. Das hellste Objekt im Bildfeld limitiert sie. Manche Chips (u. a. der KAF-0400) haben sogenannte Anti-Blooming-Gitter, die überschüssige Ladung abtransportieren und dadurch das Auslaufen verhindern.

- **Defekte Pixel oder Reihen**
  Jeder Chip hat produktionsbedingt Fehler. Die häufigsten Fehler bei CCD-Chips sind „heiße" und „tote" Pixel. Man nennt ein Pixel heiß, wenn es sehr schnell (innerhalb weniger Sekunden) in die Sättigung geht. Es hat also eine sehr geringe Kapazität. Tote Pixel sind solche, deren Sensitivität null beträgt: Sie erzeugen keine Ladung. Beide Bildfehler kann man erst nachträglich bei der Bildverarbeitung mittels eines Median-Filters beheben (s. Kap. 6.2.1). Seltener findet man sogenannte Reihendefekte: Mehrere Pixel in einer Reihe zeigen eine auffällige Empfindlichkeit. Auch hier hilft das Median-Filter.

- **Transferverluste**
  Bei dem in Kap. 5.1.4 beschriebenen Ausleseverfahren gehen einige wenige Ladungsträger unterwegs verloren. Die Verluste sind allerdings sehr gering: Pro Transfer von etwa 100000 Elektronen geht typischerweise nur eines verloren, die Verlustrate beträgt $r_T \approx 10^{-5}$. Bei einem Chip mit N_{pixel} Pixeln sind im Durchschnitt $\sqrt{N_{pixel}}$ Tranfers für jedes Elektron notwenig, bis es im Verstärker

ankommt. Es entsteht ein Rauschen der Größenordnung

$$R_T = \frac{1}{\sqrt{12}} \cdot \sqrt{N_{pixel}} \cdot r_T \cdot N_e \tag{5.1}$$

Typischerweise sind die Transferverluste kleiner als zwei Promille.

- **Ausleserauschen**
  Auch alle weiteren Glieder der Auslesekette wie Filter, Verstärker oder Integratoren rauschen. Die Stärke des Rauschens ist temperaturabhängig, als Faustregel gilt: 7 K niedrigere Temperatur senkt das Rauschen um einen Faktor 2. Unter anderem aus diesem Grund werden professionelle Kameras mit flüssigem Stickstoff gekühlt. Für den Amateurbereich (und damit bei der in dieser Arbeit verwendeten Kamera) verzichtet man darauf, die Ausleseelektronik zu kühlen, und akzeptiert das Rauschen R_A zwischen 10 und 100 Elektronen je Pixel.

- **Digitalisierungsrauschen**
  Die vom Chip ausgelesenen Ladungen werden in der Kamera in ein analoges Spannungssignal umgewandelt. Für die Verarbeitung mit einem Computer muß es digitalisiert werden, was eine prinzipielle Rauschquelle darstellt: Der gesamte zur Verfügung stehende dynamische Bereich wird in einem N-Bit-Wandler in Werte zwischen 0 und $(2^N - 1)$ geteilt. Das zugehörige Rauschen ergibt sich als:

  $$R_{Dig} = \frac{1}{\sqrt{12}} \cdot \frac{N_e^{max}}{2^N} \tag{5.2}$$

  Bei einem Chip mit einer Maximal-Kapazität von 100000 Elektronen je Pixel und einem 12-Bit-Wandler ergibt sich $R_{Dig} \approx 7e^-$. Da rauscharme AD-Wandler teuer sind, geht man in der Praxis den umgekehrten Weg: Man bestimmt das Rauschen eines Chips und seiner Elektronik und wählt dann nach Gl. 5.2 einen angemessenen AD-Wandler.

- **Dunkelstrom**
  Selbst wenn der Chip nicht beleuchtet ist, entstehen spontan Elektronen in den Photosensoren. Dieser „Dunkelstrom“ genannte Effekt rührt von der endlichen Temperatur des Chips her. Das Phänomen ist gut reproduzierbar, da zu einer bestimmten Temperatur eine bestimmte Rate spontan entstehender Elektronen gehört. Außerdem ist ihre Zahl direkt proportional zur Integrationszeit. Jedes Bild enthält also neben den Elektronen aus dem Signal auch thermische Elektronen. Es bietet sich folgendes Korrekturverfahren an: Man zieht von einem Bild ein sogenanntes Dunkelbild ab. Das ist eine unbelichtete Aufnahme mit der gleichen Belichtungszeit und bei derselben Temperatur

gewonnen wie das Original. Allerdings hat man in einem so korrigierten Bild neben dem Rauschen des Signals nun zweimal das thermische Rauschen. Um dies zu verringern, kühlt man den CCD-Chip.

Wenn r_D die Rate ist, mit der thermische Elektronen bei einer gegebene Temperatur spontan entstehen, dann gilt für das zugehörige Rauschen:

$$R_D = \sqrt{r_D \cdot t} \tag{5.3}$$

Auch der Dunkelstrom kann neben der Maximalkapazität eines Pixels die Belichtungszeit limitieren, typischerweise liegt er bei peltiergekühlten CCD-Chips ($T \approx -20°\mathrm{C}$) bei einigen Elektronen pro Minute und Pixel.

- **Unterschiedliche Empfindlichkeit der einzelnen Pixel**
  Jedes Pixel hat eine etwas andere Quanteneffizienz. Selbst wenn man extreme Ausreißer als defekte Pixel erkannt hat, sind die verbleibenden Pixel keineswegs homogen. Deshalb werden CCD-Bilder der Prozedur des „Flat-Fielding“ unterzogen: Man nimmt ein Bild einer homogen beleuchteten Fläche auf. In diesem Flat-Field genannten Bild hat dann jedes Pixel eine Ladung angehäuft, die der jeweiligen Empfindlichkeit entspricht. Wenn man ein Bild durch ein Flat-Field dividiert, korrigiert man also auf die unterschiedlichen Quanteneffizienzen der einzelnen Pixel. Die Schwierigkeit hierbei ist, genügend homogene Flächen zu finden. Die Erfahrung zeigt, daß ein Ausschnitt des Dämmerungshimmels oder ein Blatt weißes Papier befriedigende Flat-Fields liefern.

5.2.2 Die Funktion zur Bildkorrektur

Zusammenfassend ergibt sich die gemessene Intensität s in einem Pixel an der Stelle $\vec{x}$ des Rohbilds aus

- dem eigentlichen Signal multipliziert mit einer Empfindlichkeit: $i(\vec{x}, t) \cdot \epsilon(\vec{x})$
- dem Dunkelstrom $d(\vec{x}, t, T)$
- sowie einem möglichen Bias $b(\vec{x})$

Also:

$$s(\vec{x}, t, T) = b(\vec{x}) + d(\vec{x}, t, T) + i(\vec{x}, t) \cdot \epsilon(\vec{x}) \tag{5.4}$$

Für das Dunkelbild gilt:

$$s_d(\vec{x}, t, T) = b(\vec{x}) + d(\vec{x}, t, T) \tag{5.5}$$

Entsprechend für das Flat-Field und sein Dunkelbild:

$$\begin{aligned} s_f(\vec{x},t',T') &= b(\vec{x}) + d'(\vec{x},t',T') + const \cdot \epsilon(\vec{x}) \\ s_{d'}(\vec{x},t',T') &= b(\vec{x}) + d'(\vec{x},t',T') \end{aligned} \tag{5.6}$$

Man kann Gleichungen 5.4 - 5.6 nach dem gesuchten $i(\vec{x},t)$ auflösen und alle unbekannten Größen eliminieren:

$$i(\vec{x},t) = \frac{s(\vec{x},t,T) - s_d(\vec{x},t,T)}{s_f(\vec{x},t',T') - s_{d'}(\vec{x},t',T')} \cdot \frac{1}{const} \tag{5.7}$$

Folglich muß man die CCD-Bilder auf diese Weise korrigieren: Zu jedem Rohbild benötigt man ein Dunkelbild der gleichen Belichtungszeit, das bei der gleichen Temperatur aufgenommen wurde. Außerdem braucht man mindestens ein Flat-Field und sein zugehöriges Dunkelbild, das bei einer anderen Temperatur und mit einer anderen Belichtungszeit gewonnen werden kann. Dann zieht man vom Rohbild und vom Flat-Field jeweils das zugehörige Dunkelbild ab und dividiert die erhaltenen Bilder durcheinander. Durch die Division durch die Konstante *const* stellt man den ursprünglichen dynamischen Bereich des Bildes wieder her.

Die Funktion **correct_picture(bild, $\mathbf{dunkel_{bild}}$, flat, $\mathbf{dunkel_{flat}}$)** wurde für diese Korrektur programmiert. Nicht immer hat man ein geeignetes Flatfield-Bild zur Verfügung. Man kann dann lediglich das Dunkelbild vom Rohbild abziehen und übergibt als Flatfield einfach ein Bild, in dem jedes Pixel den Wert 1 hat und als Bias eines, das nur 0 als Pixelwerte besitzt. Für diesen Zweck wurde die Funktion **create_dummy(bild,b,h,i)** geschrieben, die ein Bild der Breite b und Höhe h erzeugt, in dem jedes Pixel den Wert i besitzt.

5.2.3 Das Rauschen im Bild

Neben dem durch die Photonenstatistik bedingten Rauschen im Signal

$$R_I = \sqrt{r_I \cdot t} \tag{5.8}$$

kommen in jedem Bild die in Kapitel 5.2.1 genannten Rauschquellen hinzu:

$$R_{total}^2 = R_T^2 + R_A^2 + R_{Dig}^2 + R_D^2 + R_I^2 \tag{5.9}$$

Für einen gegebenen Chip bei einer festen Temperatur ergibt sich also folgende Funktionalität (s. Abb 5.5):

$$R_{total}^2 = R_{const}^2 + (r_I + r_D) \cdot t \tag{5.10}$$

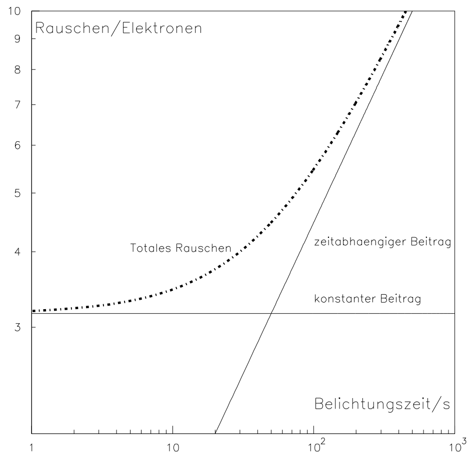


Abbildung 5.5: *Das Rauschen einer CCD-Kamera in Abhängigkeit von der Belichtungszeit. Die angegebenen Zahlenwerte haben nur Beispielcharakter.*

Aus Gleichung 5.7 folgt für das Rauschen eines korrigierten Bildes:

$$\frac{R_{korr}^2}{i^2} = \frac{2 \cdot R_{const}^2 + 2 \cdot R_D^2 + R_I^2}{(s - s_d)^2} + \frac{2 \cdot R_{const}^2 + 2 \cdot R_{D'}^2 + R_{I'}^2}{(s_f - s_{d'})^2} \tag{5.11}$$

5.3 Die verwendete ST-7 Kamera

5.3.1 Der Chip

In der ST-7 befindet sich ein KAF-0400-Chip der Firma Kodak. Er besitzt $(768 \times 512) = 393216$ quadratische Pixel mit einer Kantenlänge von $9\,\mu$m. Die Maximalkapazität N_e^{max} pro Pixel beträgt 85000 Elektronen. Das Ausleserauschen wird vom Hersteller mit 10-15 Elektronen angegeben. Damit beträgt die echte Dynamik des Chips nach Gl. 5.2 zwölf Bit. Die Entstehungsrate von thermischen Elektronen, die zum Dunkelstrom beitragen, beträgt bei 0°C weniger als 1 Elektron pro Pixel und Sekunde, sie ist bei Belichtungszeiten unter einer Minute vernachlässigbar. Es ist ein 16 Bit-ADC eingebaut, so daß seine Werte grob Photoelektronen entsprechen. Im folgenden werden deshalb die ADC-Werte einfach Photoelektronen („p.e.“) genannt.

Die Nichtlinearität liegt unter 1.5% und die Empfindlichkeiten der Pixel schwanken um weniger als ±4%. Über eine Produktionsserie gemittelt findet man pro Chip weniger als 5 defekte Pixel. Die spektrale Empfindlichkeit ist in Abb. 5.4 gegeben.

5.3.2 Aufbau der ST-7

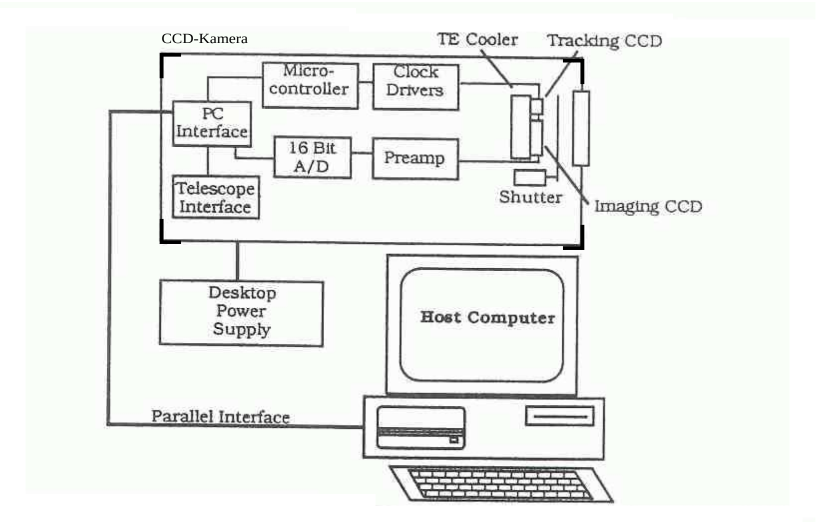


Abbildung 5.6: *Prinzipskizze des Aufbaus der ST-7 von SBIG. Nur der Imaging-CCD-Chip wurde genutzt.*

In Abb. 5.6 ist der prinzipielle Aufbau der ST-7-Kamera gezeigt. Der Chip ist auf der gekühlten Seite eines Peltierelements angebracht, das ihn bis zu 30 K unter Umgebungstemperatur kühlen kann. Ein Regelmechanismus sorgt dafür, daß eine konstante Temperatur eingehalten wird. Die Abwärme des Peltier-Elements wird mit einem Ventilator an die Umwelt abgegeben. Vor dem Chip liegt ein elektrischer Shutter. Er ist nur während der Bildgewinnung geöffnet, selbst bei dem bis zu 13 Sekunden dauernden Auslesen des Chips wird er geschlossen - damit vermeidet man, daß weiter Licht akkumuliert wird, während das Bild über den Chip geschoben wird. Dies ist insbesondere bei kurzen Belichtungszeiten und hellen Objekten wichtig. Der Shutter liegt unter einem Schutzglas, das auch für die Abdichtung des Kamera-Innenraumes sorgt. Eventuell eindringende Feuchtigkeit wird zudem von einem Beutel Silica-Gel im Innern aufgefangen.

Der Chip wird elektronisch gesteuert. Ein Interface regelt den Datenaustausch mit einem PC. Auf Benutzerebene stehen relativ komfortable Befehle zur Verfügung (s. Kap. 5.3.3). Der Benutzer muß sich nicht um die Interna der Kamera sorgen. Er ruft in einem Programm einfach Funktionen auf, die dann die richtigen Steuersignale senden.

Die Datenauslese funktioniert über einen Vorverstärker und einen 16-Bit A-D-Wandler. Die digitalisierten Werte werden über den Parallel-Port an den PC übergeben.

5.3.3 Die Software zum Betrieb der ST-7

Zum Betrieb der Kamera wurde ein PC mit dem Betriebssystem LINUX verwendet, der entsprechende Treiber für die ST-7 ist im Internet verfügbar[2]. Er stellt einem unter anderem folgende Funktionen zur Verfügung:

- **sbig_init:** Die Verbindung zur Kamera herstellen.
- **sbig_get_status:** Information über den derzeitigen Zustand der Kamera
- **sbig_control:** Lüfter ein- und ausschalten oder Shutter betätigen.
- **sbig_expose:** Den Chip eine bestimmte Zeit belichten. Die kürzest mögliche Belichtungszeit beträgt 0.1 Sekunden, die längste eine Stunde.
- **sbig_readout:** Auslesen des Bildes nach der Belichtung. Die Auslesezeit ist proportional zur Zahl der ausgelesenen Pixel. Deshalb ist es auch möglich, nur einen Teilbereich des Chips auszulesen.
- **sbig_set_cooling:** Chip auf eine bestimmte Temperatur kühlen

Für diese Arbeit wurde mit **take_picture(x,y,w,h,t,file)** ein noch benutzerfreundlicherer Aufruf programmiert. Damit kann man den Chip t Sekunden belichten und anschließend ein w Pixel breites und h Pixel hohes Feld, gerechnet ab dem Punkt (x, y), auslesen. Es wird dann in *file* gespeichert. Analog kann man mit **take_dark(x,y,w,h,t,file)** Dunkelbilder aufnehmen.

[2]http://www.sbig.com

Kapitel 6

Bildverarbeitung

In diesem Kapitel sind die Algorithmen beschrieben, die bei der Bearbeitung der Bilder verwendet wurden.

6.1 Grundfunktionen

Ein Bild wird im Computer durch eine Matrix von Zahlenwerten repräsentiert. Ein typisches Bild der Größe (400×400) Pixel mit 16 Bit Dynamik belegt folglich mindestens 312 kByte an Arbeitsspeicher. Um den Speicherbedarf erträglich zu halten, wurde für die einzelnen Einträge der Datentyp „unsigned short" gewählt, der nur ganze Zahlen zwischen 0 und $2^{16} - 1 = 65535$ erlaubt. Dies erzwingt an einigen Stellen spezielle Maßnahmen, um die Werte im erlaubten Bereich zu halten.

Mit **read_file(bild,file)** kann man die Datenstruktur *bild* im Arbeitsspeicher des Computers mit dem in der Datei *file* gespeicherten Bild füllen. Indem man es mit **show_pic(bild,n)** dem Linux-Grafikprogramm xview mit einer Kennzahl n übergibt, kann man es sich ansehen. Dort stehen viele interaktive Bearbeitunsgmöglichkeiten zur Verfügung, was für einen raschen Blick auf ein Bild sehr hilfreich ist. **stop_show_pic(n)** beendet den so gestarteten Prozeß. Mit **save_file(bild,file)** speichert man das Bild auf Festplatte, **copy_pic_from_to(bild$_\mathbf{a}$,bild$_\mathbf{b}$)** kopiert $bild_a$ nach $bild_b$. Abb. 6.1 zeigt zwei typische Bilder.

Die meisten der Bildverarbeitungsalgorithmen benötigen zur Pixelzahl proportional Rechenzeit. Deshalb ist es in der Praxis sehr nützlich, wenn man nur die interessanten Bildteile weiterverarbeitet. Mit **take_part(bild,x,y,b,h)** kann man einen rechteckigen Teilbereich (der Breite b und der Höhe h, gerechnet ab dem Punkt (x, y)) aus einem Bild ausschneiden.

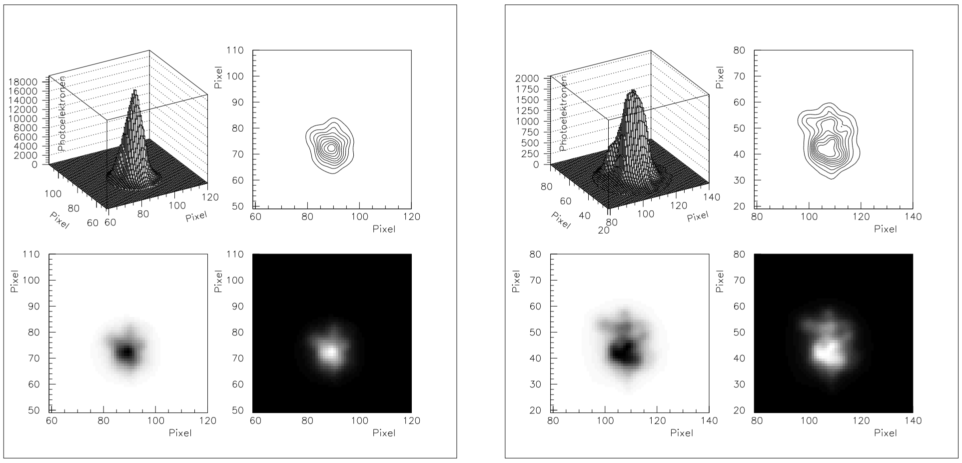


Abbildung 6.1: *Zwei Bilder gewonnen an CT-2 in je vier verschiedenen Darstellungen: Als „LEGO“-Plot, in einer Isophotendarstellung, als Negativ und als gewöhnliches Bild.*

flip_y(bild) spiegelt das Bild an der waagrechten Mittelachse, **flip_x(bild)** entsprechend an der senkrechten Mittelachse. Mit **rotate(bild)** kann man ein Bild um 90 Grad gegen den Uhrzeigersinn drehen.

6.1.1 Histogramm

Trägt man die Anzahl der Pixel mit einem bestimmten Grauwert gegen die verschiedenen Grauwerte auf, so erhält man ein Diagramm, das Aussagen über die Helligkeitsverteilung zuläßt, aber keine Ortsinformation mehr enthält. In der Bildverarbeitung nennt man dieses Diagramm das Histogramm eines Bildes. Man kann es sich mit **show_histo(bild,binning)** ansehen, wobei das Binning angibt, wieviele Grauwerte zum Zeichnen des Diagramms in einem Kanal zusammengefaßt werden. In Abb. 6.4 sind zwei Histogramme gezeigt.

6.1.2 Bilder addieren und subtrahieren

Die Summe oder Differenz zweier Bilder ist als das Bild definiert, in dem jedes Pixel als Wert die Summe oder Differenz der beiden Werte der entsprechenden Pixel in dem Ursprungsbild besitzt:

$$\forall \vec{x}: \; i_{neu}(\vec{x}) = i_a(\vec{x}) \pm i_b(\vec{x}) \tag{6.1}$$

Dies geschieht mit **add_picture($\mathbf{bild_a}$,$\mathbf{bild_b}$)** und **subtract_picture($\mathbf{bild_a}$,$\mathbf{bild_b}$)**. Das Ergebnis wird in $bild_a$ gespeichert, das ursprüngliche $bild_a$ wird überschrieben.

Bei Addition und Subtraktion kann es vorkommen, daß Pixel-Einträge größer als 65535 bzw. kleiner als 0 werden. Die Routinen setzen in diesen Fällen die Einträge einfach künstlich[1] auf 65535 bzw. 0. **add(bild,i)** bzw. **subtract(bild,i)** addieren bzw. subtrahieren den Wert i von jedem Pixelwert in *bild*.

6.2 Filter

In der Theorie der Bildverarbeitung kennt man eine Reihe von Filtern, die beispielsweise zur Rauschunterdrückung oder Reparatur von fehlerhaften Pixelwerten konstruiert wurden. Eine Übersicht gibt [Jäh 93]. Hier werden lediglich die drei Glättungs-Filter vorgestellt, die für diese Arbeit verwendet wurden. Für alle drei gilt, daß eine Maske mit ungeradzahliger Kantenlänge (3×3 Pixel , 5×5 Pixel) nacheinander auf alle[2] Pixel des Originals gelegt wird, und dann mit den Einträgen der Maske bestimmte Rechenoperationen ausgeführt werden. Das Ergebnis wird in einem temporären Bild zwischengespeichert und am Ende in das ursprüngliche kopiert. Filterung bedeutet also die Faltung eines Bildes mit einer bestimmten Maske, die das spezielle Filter kennzeichnet. Der Anschaulichkeit wegen werden die Filter an eindimensionalen Beispielen erklärt, die prinzipielle Wirkung ist aber in zwei Dimensionen gleich.

6.2.1 Median-Filter

Wird das Median-Filter auf ein bestimmtes Pixel angewendet, so werden alle in der Maske auftretenden Pixelwerte der Größe nach sortiert und in eine Liste eingetragen. Da es sich um eine Maske mit ungerader Pixelzahl handelt, gibt es in der Liste einen mittleren Wert (bei einer (3×3)-Maske der fünfte). Der Wert des gerade bearbeiteten Pixels wird dann durch diesen Grauwert ersetzt (s. Abb 6.2). An dem Beispiel macht man sich auch klar, daß das Median-Filter sowohl Gradienten als auch scharfe Kanten kaum verändert. Ein Median-Filter „repariert“ kaputte Pixel: Ein einzeln auftretendes gestörtes Pixel wird durch einen benachbarten Grauwert ersetzt. Bei CCD-Bildern tritt diese Art von Störung relativ häufig auf: Jeder Chip

[1] Dies stellt keinen Verlust an Information dar. Für die Addition kann man vor der Addition eine Konstante abziehen. Für die Subtraktion kann man neben dem Bild ($bild_a - bild_b$) auch das Bild ($bild_b - bild_a$) betrachten, in dem per Konstruktion gerade die in der ersten Differenz auf 0 gesetzten Pixelwerte zu finden sind.

[2] bis auf die Randpixel, deren Werte unverändert übernommen werden

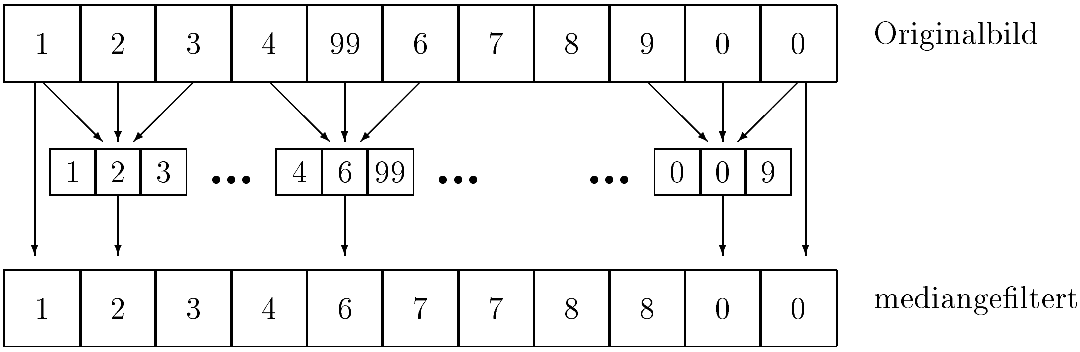


Abbildung 6.2: *Wirkung eines eindimensionalen Median-Filters*

hat einzelne fehlerhafte Pixel. Auch durch den Halbleiter fliegende Myonen können in einzelnen Bildern einzelne Pixelwerte verfälschen. Alle Bilder wurden mit **median_filter(bild)** bearbeitet, was ein (3×3)-großes Median-Filter über das Bild laufen läßt.

6.2.2 Gauß-Filter

Jedes Bild beinhaltet etwas Rauschen. Ursache dafür ist vor allem die statistische Verteilung der ankommenden Strahlungsquanten (s. Kap. 5.2.1). Im Histogramm führt dies zu einer Verbreiterung der Verteilung der Helligkeitswerte.

Man benötigt deshalb ein Filter, das einerseits das Rauschen unterdrückt und andererseits das Bild nicht zu sehr verschmiert. Optimale Rauschunterdrückung bei minimaler Verschmierung erhält man mit einem Gauß-Filter [Jäh 93]. Die Werte in der Maske entsprechen in etwa der Form einer Gauß'schen Glockenkurve:

$$G_{3\times 3} = \frac{1}{16}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \tag{6.2}$$

Jeder Pixelwert wird also ersetzt gemäß:

$$\begin{aligned} i(x,y) &= \tfrac{1}{16}\times \Big[i(x-1,y-1)+i(x-1,y+1)+i(x+1,y-1)+i(x+1,y+1)+ \\ &\quad 2\cdot i(x+1,y)+2\cdot i(x-1,y)+2\cdot i(x,y+1)+2\cdot i(x,y-1)+ \\ &\quad 4\cdot i(x,y)\Big] \end{aligned} \tag{6.3}$$

Wie diese Operation Schwankungen reduziert, ist an dem eindimensionalen Beispiel mit $G_3 = \frac{1}{4}(1,2,1)$ in Abb. 6.3 zu sehen. Die Wirkung von **gauss_filter(bild)** ist in Abb. 6.4 zu sehen. Der Lichtfleck ist nach Anwendung des (3×3)-Gauß-Filters etwas vergrößert, und das Histogramm enthält nun einen schmaleren Peak. Dadurch wird die Untergrundbestimmung im folgenden genauer. Die Anisotropie

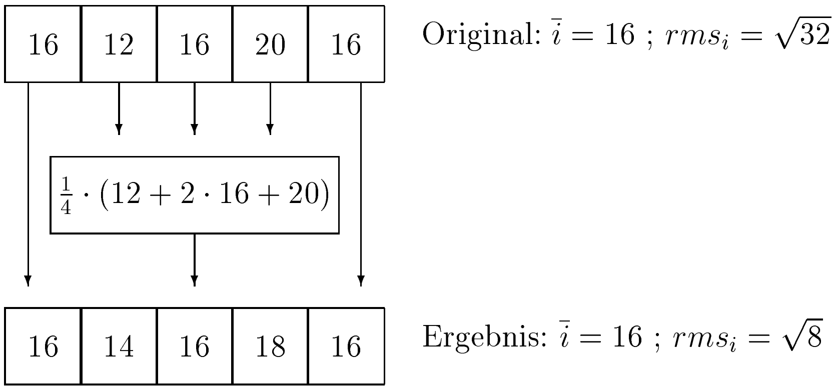


Abbildung 6.3: *Wirkung eines eindimensionalen Gauß-Filters*

dieses Filters ist sehr gering. Es wirkt also in jede Richtung ungefähr gleich und behandelt beispielsweise Strukturen parallel zu den Pixeln nicht anders als solche längs einer Diagonalen. Außerdem läßt es Helligkeitsgradienten und Stufen quasi unverändert.

6.2.3 Mittelwert-Filter

Das in **mean_filter(bild)** verwendete Mittelwert-Filter hat einfach eine Maske mit konstanten Einträgen:

$$M_{5\times 5} = \frac{1}{25} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \tag{6.4}$$

Es wurde in dieser Arbeit eingesetzt, wenn ein Bild in eine feinere Matrix gefüllt wurde (vgl. Kap. 6.5.3). Dann glättet es Stufen, die dadurch entstehen, daß das Bild diskret ist, wie das eindimensionale Beispiel mit $M_3 = \frac{1}{3}(1,1,1)$ in Abb. 6.5 zeigt.

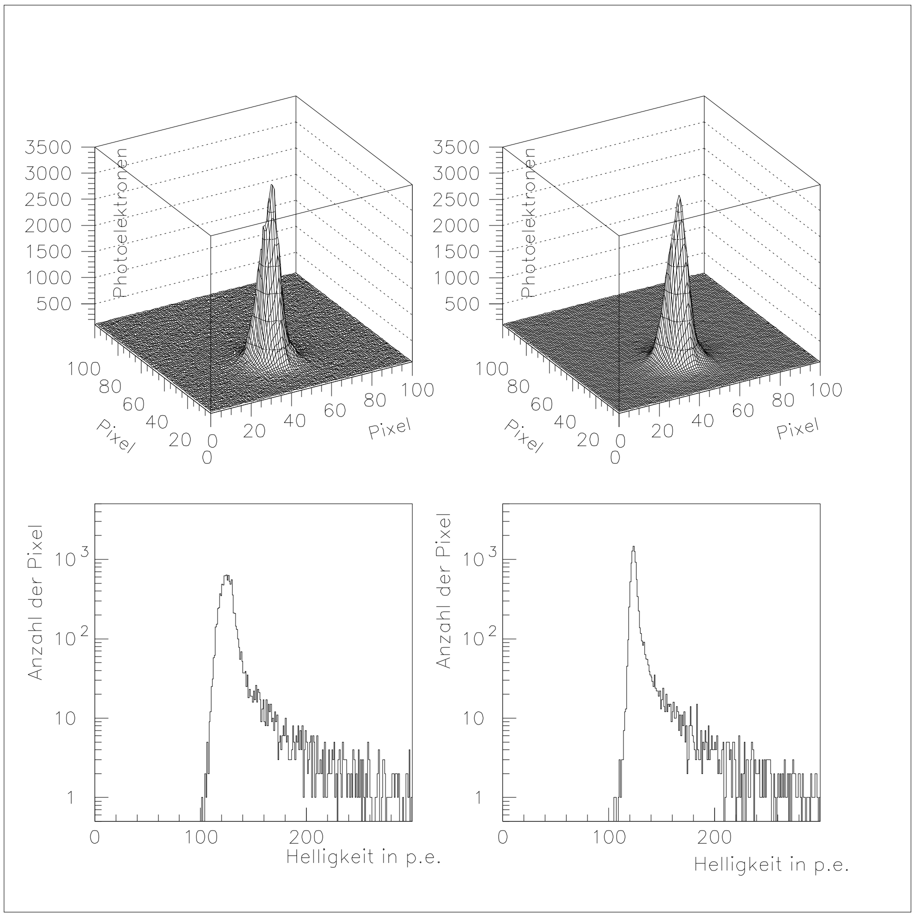


Abbildung 6.4: *Links oben ein unbearbeitetes Bild und darunter sein Histogramm, rechts nach Anwendung des Gauß-Filters. Während sich der Peak im Ortsraum etwas verbreiterte, ist der Rauschpeak im Histogramm schmaler geworden.*

6.3 Untergrundbestimmung

Selbst ein korrigiertes Bild hat noch einen von Null verschiedenen Untergrund. Er rührt nicht von Artefakten in der CCD-Kamera her, sondern hat wirkliche physikalische Ursachen wie die Hintergrundhelligkeit des Nachthimmels oder Streulicht (s. Kap. 13.2). Dieses Licht gehört nicht zum interessierenden Signal.

Die Bestimmung des Untergrunds ist wichtig, da er von einem Bild abgezogen werden muß, bevor man bildbeschreibende Größen berechnen kann. Neben dem Absolutwert interessiert die Breite der Streuung um diesen Wert. Diese kann durch Anwendung

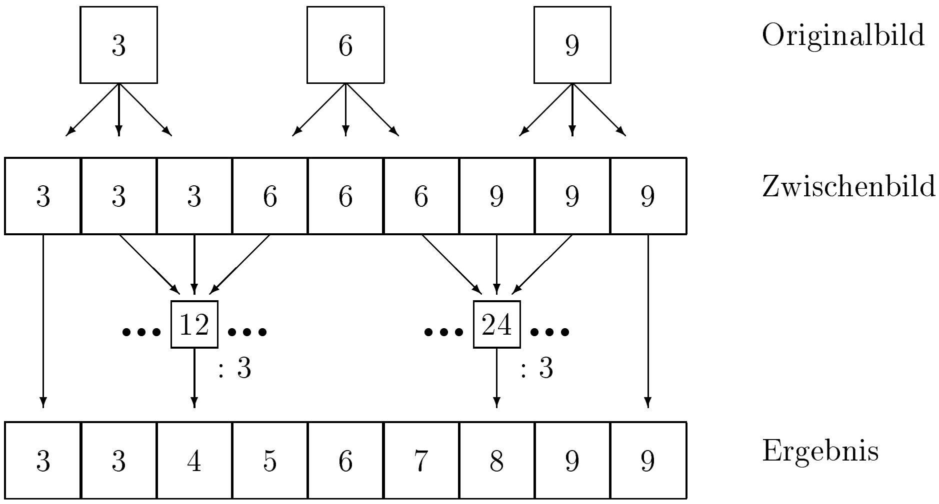


Abbildung 6.5: *Wirkung eines eindimensionalen Mittelwert-Filters*

eines Gauß-Filters reduziert werden (s. Kap 6.2.2). Je kleiner die Streuung der Untergrundwerte, desto besser ist das Ergebnis nach der Subtraktion. In dieser Arbeit wurden zwei Methoden zur Bestimmung verwendet, die beide annehmen, daß eine kleine helle Signalregion in einem großen Untergrundbereich vorhanden ist, was in dieser Arbeit immer der Fall war.

6.3.1 Median und RMS im Histogramm

Unter der gemachten Annahme einer kleinen hellen Signalregion enthält das Histogramm bei relativ kleinen Werten einen hohen Peak durch den Untergrund. Das Signal ergibt einen zu größeren Werten reichenden Schwanz. Dieser ist nur in einer einfach-logarithmischen Darstellung des Histogramms gut zu sehen, da fast alle Pixel des Bildes den Untergrundwert haben.

Wenn das Bild nur aus Untergrund bestünde, könnte man einfach im Histogramm vom Wert 0 an integrieren, bis das Integral halb so groß ist wie die Zahl der Pixel im Bild. Die obere Integrationsgrenze ist dann per Konstruktion der Mittelwert über alle Pixel, was in diesem Fall natürlich die beste Schätzung für den Untergrund darstellt. Da ein reales Bild nur wenige hellere Pixel enthält, liefert dieses in Abb. 6.6 links demonstrierte Verfahren auch dann einen guten Schätzwert für den Untergrund. Es ist in **histomean(bild)** realisiert.

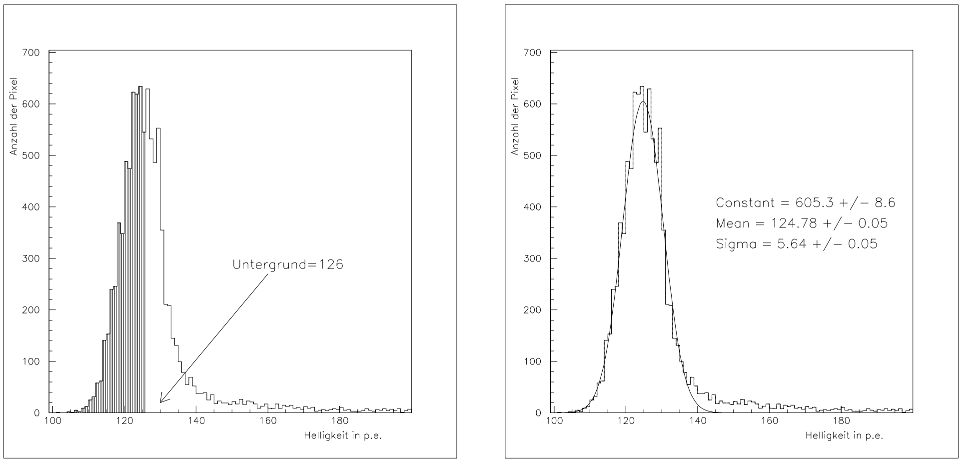


Abbildung 6.6: *Links: Der Untergrundpeak im Histogramm eines Bilds. Seine Lage kann man bestimmen, indem man im Histogramm soweit integriert, bis das Integral halb so groß ist wie die Zahl der Pixel im Bild. Rechts: In dem Beispiel-Histogramm wurde eine Gauß-Kurve im Bereich zwischen 100 und 200 Photoelektronen angefittet. Mean entspricht dem Untergrund und Sigma der Schwankung.*

Besteht das Bild nur aus Untergrund, dann ist das RMS des Peaks im Histogramm ein Maß für die Schwankung des Untergrunds. Die unmittelbare Übertragung auf ein Bild mit einem Lichtfleck scheitert jedoch, da neben dem Peak dann ein ausgedehnter Schwanz zu höheren Werten im Histogramm auftaucht. Das RMS ist sehr empfindlich auf den Schwanz einer Verteilung, da nach Definition des RMS jeder Wert mit dem Abstandsquadrat gewichtet wird. Das RMS wäre also stark vergrößert. Man kann aber ein sinnvolles Maß für die Peakbreite in diesem Fall konstruieren, indem man nur das RMS zu niedrigeren Werten berechnet - ein linksseitiges RMS. Dies leistet **histosigma(bild)**. Dabei geht entscheidend ein, daß der Untergrund wirklich die dunkelste Struktur im Bild ist.

6.3.2 Gauß-Fit im Histogramm

Die in Kap. 6.3.1 vorgestellten Verfahren sind empfindlich gegen die in Abb. 6.6 sichtbaren Schwankungen auf der Spitze des Peaks.

In einem Bild, das nur einen homogenen Untergrund enthält, erwartet man eine gaußförmige Verteilung der Helligkeitswerte um den besten Schätzwert des Untergrunds. Lage und Breite einer angefitteten Gauß-Kurve sind aber sicherlich auch noch in einem Bild mit wenigen hellen Pixeln gute Schätzwerte für die Höhe und die Schwankung des Untergrunds (s. Abb. 6.6 rechts).

Mit **gauss_in_histo(bild,binning,constant,mean,breite)**, kann man das Binning selbst bestimmen, und **background(bild)** legt das Binning automatisch fest und gibt nur den Wert des Untergrunds zurück.

6.4 Segmentierung

Ziel der Segmentierung ist es, festzustellen, welche Teile eines Bildes die eigentliche Information darstellen und welche Teile zu verwerfen sind.

6.4.1 Translation im Histogramm

Eine einfache Segmentierung erreicht man dadurch, daß man nur Pixelwerte oberhalb eines gewissen Grauwerts akzeptiert. Jedes Pixel, das unterhalb dieser Schwelle liegt, wird einfach auf null gesetzt, von den restlichen wird der Wert der Schwelle abgezogen. Im Histogramm wird das Bild also nach links geschoben (s. Abb. 6.7). In

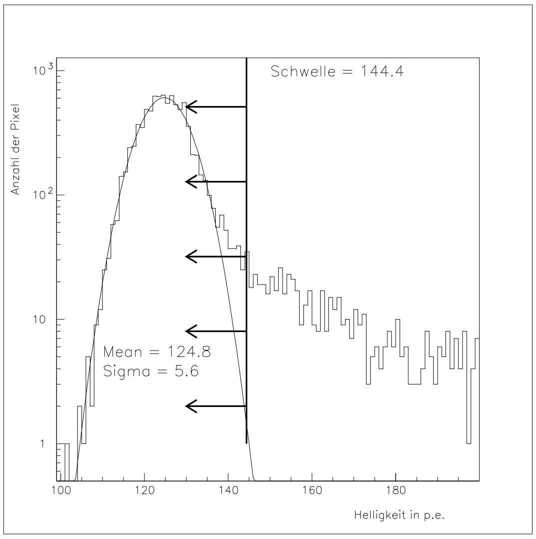


Abbildung 6.7: *Translation im Histogramm: Alle Pixel unterhalb der Schwelle werden verworfen.*

dem hier auftretenden Fall, daß der Untergrund das Bild dominiert, läßt sich schnell eine geeignete Schwelle finden: Man setzt sie so dicht wie möglich oberhalb des Untergrundpeaks, so daß er gerade noch abgeschnitten wird. Dazu ist die Kenntnis seiner Breite σ wichtig (s. Kap. 6.3). Aus Versuchen mit Probebildern (s. Kap 7) wurde ein geeigneter Wert für die Abschneideschwelle ermittelt:

$$cut = mean_{Peak} + \alpha \cdot \sigma_{Peak} \; ; \; \alpha \approx 3.5 \tag{6.5}$$

Die Funktion **cut_picture(bild,cut,α)** erlaubt es, entweder die Schwelle explizit zu übergeben, oder man kann sie mittels der in Kap. 6.3 dargestellten Methoden bestimmen lassen. Dann kann man den Faktor α aus Gl. 6.5 übergeben. Unkritisch ist das Verfahren, wenn sich die interessierende Bildregion deutlich vom Untergrund abhebt.

Problematisch ist diese Methode, wenn das Bild einen generellen Helligkeitsgradienten zeigt, beispielsweise von links helleren zu rechts dunkleren Pixelwerten im Durchschnitt. Dann würde man links Untergrund als zum Signal gehörig interpretieren und rechts würde echte Bildinformation verloren gehen. Dieses Problem kann man offensichtlich nur lösen, wenn man nicht einen für das ganze Bild gültigen globalen Untergrundwert annimmt. Diese Idee wird in Kap. 6.4.3 verwendet.

6.4.2 Einen Peak finden

Mit **find_peak(bild,radius)** kann man Peaks suchen. Eine Abschneideschwelle wird so lange hochgeschoben, bis das zweidimensionale RMS (s. Kap 6.6.6) des verbleibenden Bildes kleiner ist als *radius*. Zurückgegeben wird der Schwerpunkt des verbleibenden Bildes, und die übrigen Pixel werden auf Null gesetzt. Die Funktion **find_led(bild)** entspricht dem mit $radius = 2$. Sie wurde für das Auffinden der LEDs (s. Kap. 8) in den Bildern verwendet. Die Ungenauigkeit dieses Verfahrens zur Positionsbestimmung liegt unter 0.1 Pixeln (s. Kap. 9.4).

Natürlich findet der Algorithmus nur den höchsten Peak in einem Bild. Aber auch im allgemeinen Fall, daß mehrere Peaks in einem Bild gefunden werden sollen, ist die Funktion geeignet: Man sucht einfach den höchsten, löscht ihn mit *delete_disk(bild,x,y,r,i)* (s. Kap. 6.5.1) und sucht wieder nach dem höchsten Peak. So kann man sukzessive alle Peaks finden.

6.4.3 Pyramidale Verknüpfung

Der folgende Algorithmus wurde nach Ideen von [Jäh 93] und [Bur 81] programmiert. Um die in Abschnitt 6.4.1 erwähnten Probleme zu umgehen, benötigt man einen Algorithmus, der neben den Pixelwerten auch die Position eines Pixels berücksichtigt, um zu entscheiden, ob es zum Untergrund oder zur Signalregion gehört.

Dazu kann man lokale Mittelwerte berechnen, das heißt, beispielsweise immer (4×4) Pixel zu einem Mittelwert zusammenfassen. Ein helles Pixel, das alleine in einem dunkleren Bereich steht, wird diesen Mittelwert kaum verändern. Die Differenz zwischen Mittelwert und dem Wert des Pixels wird also relativ groß sein - dies ist ein Zeichen dafür, daß sein Wert mit hoher Wahrscheinlichkeit eine Untergrundschwankung darstellt. Befindet sich das Pixel hingegen in einem helleren Bereich, dann weicht sein Wert kaum von dem lokalen Mittelwert ab, es wird also mit hoher Wahrscheinlichkeit zu diesem Bereich gehören.

A priori ist nicht bekannt, wie groß die lokalen Bereiche sein sollten, über die gemittelt wird: Sie sollten größer als die typische Schwankungslänge sein, gleichzeitig aber kleiner als das zu findende Objekt bleiben. Beide Größen sind zunächst unbekannt. Deshalb errichtet man eine Pyramide kleiner werdender Bilder über dem Original: Jeder (4×4)-Pixel-Bereich des Originals wird in einem darüberliegenden Bild durch ein Pixel repräsentiert. In diesem kleineren Bild mittelt man wiederum über (4×4)-Pixel-Bereiche und trägt diese Werte in ein drittes, noch kleineres Bild ein. So fährt man fort, bis letztlich das oberste Bild der Pyramide nur noch aus einem Pixel besteht. Jedes Pixel in einem Bild hat nun also einen „Vater" in dem in der Pyramide darüberliegenden Bild, gleichzeitig hat es 16 „Söhne" in dem darunterliegenden Bild. Lediglich das Originalbild hat keine Söhne, und das oberste Bild (der „Übervater") hat keinen Vater. Jedes Pixel hängt also an einer „Ahnenkette", die im gemeinsamen Übervater endet. In der zweitobersten Generation gibt es 16 „Urväter", deren Mittelwert dem Wert des Übervaters entspricht.

Alle folgenden Operationen werden auf allen Ebenen der Pyramide, das heißt in allen Auflösungen, ausgeführt. Dieses Vorgehen garantiert, daß der Algorithmus Bildstrukturen beliebiger Größe erkennen kann.

Man könnte eine grobe Segmentierung erreichen, indem man alle Pixel, die einen Urvater kleiner als der Übervater haben, als nicht zum Signal gehörig deklariert. Das Ergebnis wird aber nicht sehr befriedigend sein, da Signalregionen übersehen werden könnten - nämlich dann, wenn sie von großen Untergrundregionen umgeben sind.

Nur wenn man weiß, daß unter einem bestimmten Vater nur Untergrundpixel liegen, könnte man den entsprechenden Teil des Bildes verwerfen. Offensichtlich kann diese Situation aber nur herbeigeführt werden, wenn man erlaubt, daß die Zuordnung von Vätern zu Söhnen variabel bleibt und von den berechneten Mittelwerten abhängen darf. Es bietet sich also ein iteratives Vorgehen an: Man ordnet die Söhne neu den Vätern zu. Dabei berücksichtigt man zum einen die Lage der Söhne zu den Vätern und zum anderen die jeweils lokalen Mittelwerte. Mit diesen optimierten Vater-Sohn-Verknüpfungen bestimmt man die Mittelwerte neu - und so weiter. Dies iteriert man, bis sich die Verwandtschaftsbeziehungen in der Pyramide nicht mehr ändern. In der stabilen Pyramide kann man dann beispielsweise alle Äste abschneiden, deren Urväter Werte kleiner als der Übervater haben. Die verbleibenden Äste führen gerade auf die Pixel, die das gefundene Signal darstellen, womit die Segmentierung des Bildes erreicht ist.

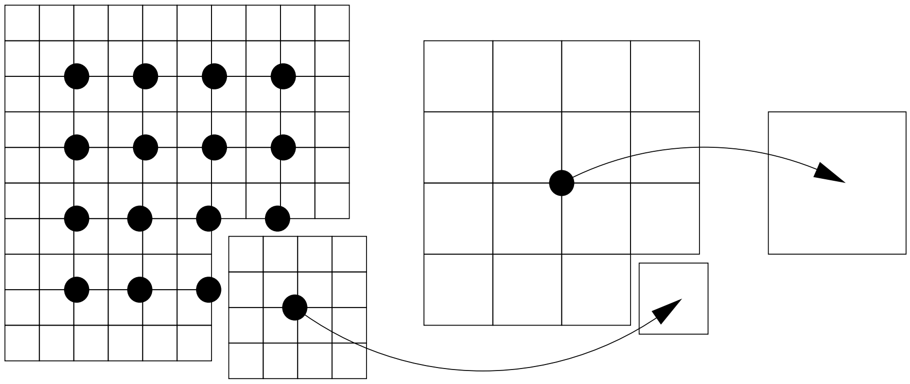


Abbildung 6.8: *Links: Ein leeres* (10×10)*-Bild. Die Lage der Väter ist durch Punkte markiert. Mitte: Die 16 Väter im linken Teilbild ergeben ein kleineres* (4×4)*-Bild. Es hat noch einen Vater (schwarzer Punkt). Rechts: Der Übervater ist ein Bild, das aus nur einem Pixel besteht. Die Bildgrößen sind so gewählt, daß die Pyramide auf allen Ebenen selbstähnlich ist.*

segment_picture(bild,untergrund) realisiert einen derartigen Algorithmus. Aus technischen Gründen (s. Abb. 6.8) hat ein Bild der Pyramide auf Level j die Größe $(3 \cdot 2^{j-1} - 2)$, also von oben nach unten die Größen $\{1, 4, 10, 22, 46, 94, 190\}$. Dadurch trägt (bis auf die Randpixel) jedes Pixel bei der ersten Mittelwertsberechnung zu vier Vätern bei, die seine potentiellen Väter darstellen. Nachdem alle Mittelwerte von unten nach oben in der Pyramide berechnet sind, wird jeder Sohn einem einzigen Vater zugeordnet: Es ist derjenige der vier nächstliegenden Väter, für den die Differenz zwischen Wert des Vaterpixels und des Sohnpixels minimal wird. Nach dieser ersten Iteration werden die Mittelwerte unter Berücksichtigung der Verwandtschaftsbeziehungen neu berechnet. Dabei geht jeder Sohn mit einem statistischen Gewicht entsprechend der Anzahl der auf der untersten Ebene liegenden Pixel ein, die mit ihm verbunden sind. Diese Berechnungen werden nun iteriert, jeweils abwechselnd Mittelwerte bilden („von unten nach oben“) und Verwandtschaften neu festlegen

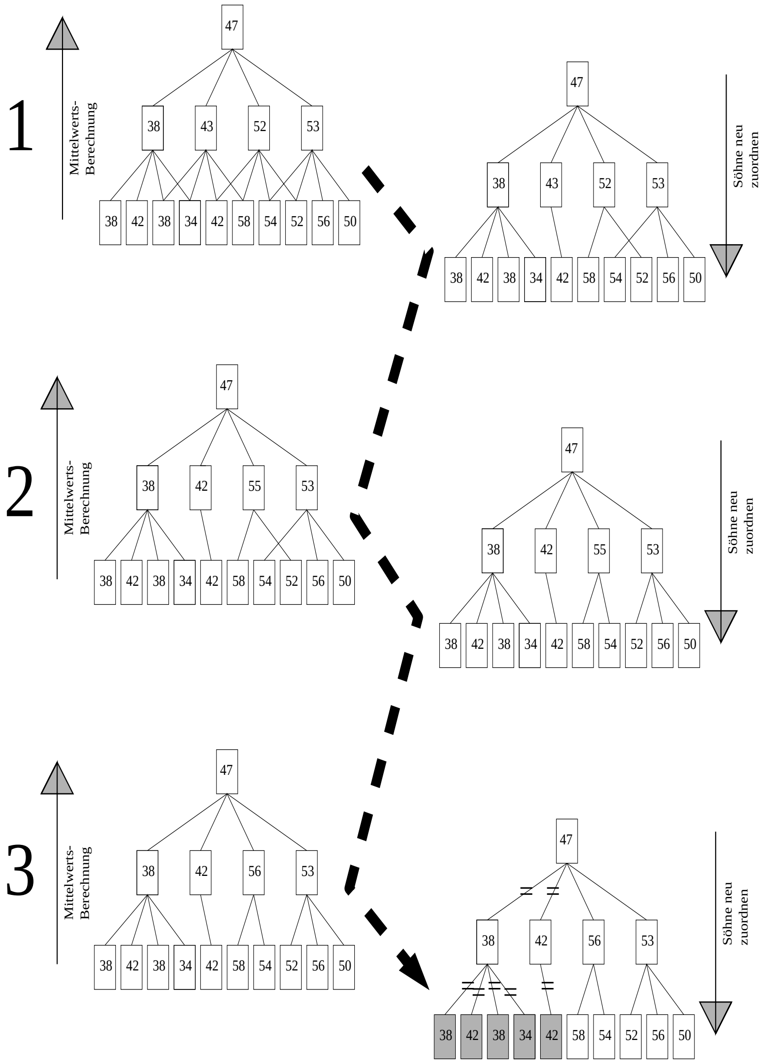


Abbildung 6.9: *Eindimensionales Beispiel für die pyramidale Verknüpfung. Der Segmentierungsalgorithmus findet hier die Stufe in dem eindimensionalen Bild nach drei Iterationen.*

(„von oben nach unten"). Bis der Baum stabil ist sind für ein (190×190)-Bild typischerweise 15 Iterationen notwendig (s. Abb. 6.9).

Das Bild kann in Bereiche verschiedener (maximal 16) Grauwerte segmentiert werden. Für die Anwendung in dieser Arbeit wurde nur in zwei Bereiche (Signal und Untergrund) segmentiert. Dazu werden die Äste des stabilen Baumes verworfen, deren Urväter und Urvätersöhne Einträge kleiner als der Übervater haben. Dieses Kriterium erwies als geeignet für die Probebilder (s. Kap. 7). Die Wirkung des Verfahrens ist in Abb. 6.10 an einer an CT-2 gewonnenen Aufnahme gezeigt.

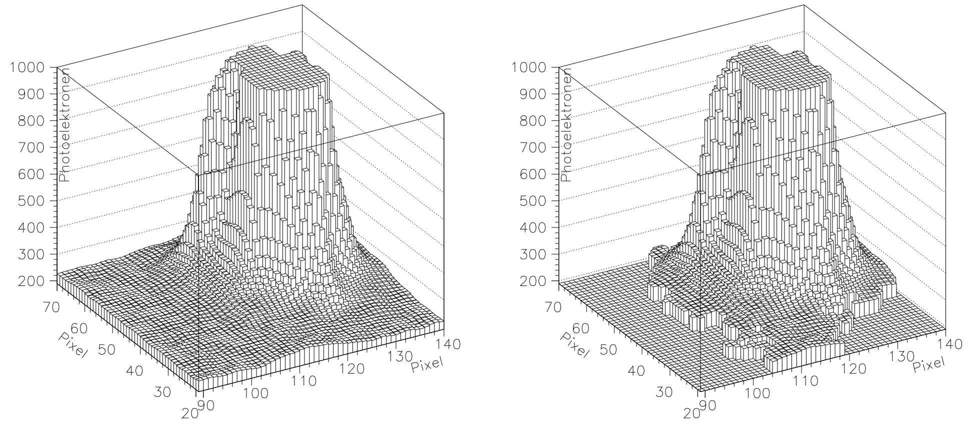


Abbildung 6.10: *Links: Der Lichtfleck einer Aufnahme vor der Segmentierung. Rechts: Ergebnisbild nach der Segmentierung. Das Signal wurde gefunden und die restlichen Pixel auf Null gesetzt.*

6.5 Weitere Funktionen

6.5.1 Bildbereiche löschen

Um sicher zu gehen, daß nur der Hauptspot im Bild bleibt, kann man mit **delete_border(bild,d,i)** alle Pixelwerte außerhalb einer Kreisscheibe auf den Wert i setzen. Den Radius der Kreisscheibe kann man mit d übergeben: Das RMS aller Pixel mit Werten größer als $\frac{max_{bild}}{3}$ wird berechnet und mit d multipliziert. Dadurch ist der Radius stets proportional zur Breite des Lichtflecks im Bild. In den Versuchen mit den Probebildern (s. Kap. 7) haben sich $\frac{max}{3}$ und $d = 3.5$ als geeignete Werte erwiesen. Die Anwendung dieser Funktion ist sinnvoll, da das RMS sehr empfindlich auf einzelne, fern vom eigentlichen Signal liegende Pixel reagiert und dann fälschlich zu groß berechnet würde.

delete_disk(bild,x,y,r,i) setzt alle Pixel, deren Abstand zu dem durch x und y gegebenen Punkt kleiner als r ist, auf den Wert i. Die Funktion löscht also eine

Scheibe. In der Praxis trat dies auf, wenn beispielsweise der etwa 30-mal schwächere Lichtfleck eines einzelnen Spiegels neben dem Hauptspot gefunden werden sollte.

Mit der Funktion $\mathbf{delete\_spot(bild_a, bild_b, i_b, i_a)}$ werden alle Pixel, die in $bild_b$ einen Wert größer als i_b haben, in $bild_a$ auf den Wert i_a gesetzt. Damit kann man beispielsweise exakt den Hauptspot aus einem Bild löschen: Man bestimmt ihn in einem temporären Bild und setzt mit *delete_spot(original,temp,0,untergrund)* im Original genau die Pixel des Spots auf den Untergrundwert.

6.5.2 Bilder verschieben

Oftmals ist die eigentlich interessante Information der Unterschied zwischen zwei Bildern. Man zieht sie dann voneinander ab, um in dem Differenzbild den Unterschied leichter festzustellen. Dies tritt insbesondere bei der Spiegeljustierung (s. Kap. 12) auf, wenn die Position des Lichtflecks eines einzelnen Spiegels gefunden werden soll: Im Idealfall verschwindet das Signal der anderen Spiegel bei der Subtraktion komplett, es bleibt nur der zwischen den beiden Aufnahmen bewegte Spiegel übrig.

Da das Teleskop bei Wind schwingen kann, eine begrenzte Nachführgenauigkeit hat und systematische Pointingfehler zeigt, muß man damit rechnen, daß sich das Bild leicht von einer Aufnahme zur nächsten verändert - was natürlich das Differenzbild verfälscht. Dies kann man aber per Software korrigieren: Man verschiebt die Bilder vor der Subtraktion einfach so, daß die Schwerpunkte der Hauptspots übereinander liegen. Dies erledigt die Funktion **translate_pic(bild,dx,dy)**. In der Praxis treten Verschiebungen bis zu drei Pixeln auf.

6.5.3 Bildgröße verändern

In der Praxis müssen die Bilder vor einer Subtraktion um nichtganzzahlige Beträge verschoben werden. Deshalb füllt man die Bilder vor der Subtraktion in größere, verschiebt sie dort um einen ganzzahligen Betrag und überträgt das Ergebnis wieder in ein Bild der ursprünglichen Größe.

Die Funktion $\mathbf{fill\_into\_bigger\_pic(bild_a, bild_b, n)}$ setzt für jedes Pixel in $bild_a$ ein $(n \times n)$-großes Quadrat in $bild_b$. Dieses ist also n-mal so lang und n-mal so breit wie $bild_a$. Anschließend läßt sie noch einen Mittelwert-Filter über das Bild laufen, um die scharfen Kanten zwischen den verschiedenen $(n \times n)$-Blöcken zu glätten.

Umgekehrt wird mit $\mathbf{fill\_into\_smaller\_pic(bild_b, bild_a, n)}$ jeweils über ein $(n \times n)$-großes Quadrat in $bild_b$ gemittelt und das Ergebnis als ein Pixel in $bild_a$ eingetragen.

6.5.4 Umskalierung der Helligkeitsverteilung

divide(bild,j) dividiert jeden Pixelwert im Bild durch j, das Ergebnis ist also eine Stauchung um den Faktor j im Histogramm. Diese Funktion ist ein Spezialfall von allgemeineren Streckungen. Sie werden durch die Funktion **stretch(bild,b,f)**

$$\forall \vec{x}: \; i_{neu}(\vec{x}) = (i_{alt}(\vec{x}) - b) \cdot f \tag{6.6}$$

und ihre Umkehrfunktion **unstretch(bild,b,f)** ermöglicht.

$$\forall \vec{x}: \; i_{neu}(\vec{x}) = \frac{1}{f} \cdot i_{alt}(\vec{x}) + b \tag{6.7}$$

Die Wirkung von *stretch(bild,b,f)* macht man sich am leichtesten im Histogramm klar: Zunächst werden die Werte im Histogramm um b nach links verschoben. Anschließend wird es um den Faktor f gestreckt. Damit kann man etwa ein Bild auf den vollen möglichen dynamischen Bereich von 16 Bit strecken (was aber keine zusätzliche Information bringt):

$$stretch(bild, min_{bild}, \frac{2^{16} - 1}{max_{bild} - min_{bild}}) \tag{6.8}$$

Hierin meint min_{bild} den kleinsten auftretenden Wert in allen Pixeln und max_{bild} entsprechend den größten.

6.5.5 Standard-Methode

In dieser Arbeit mußte häufig ein Spot in einem Bild gefunden werden und dieser dann durch quantifizierte Größen beschrieben werden. Mit den Probebildern (s. Kap. 7) hat sich das folgende Verfahren als optimal erwiesen, den hellsten Lichtfleck im Bild zu finden:

Die korrigierten Bilder werden zunächst mit einem Median-Filter bearbeitet, um einzelne defekte Pixel zu reparieren. Anschließend wird mittels eines Gauß-Filters das Rauschen vermindert. Danach kann man den Untergrund gut bestimmen und das Bild segmentieren. In den Pixelwerten des segmentierten Bildes steckt jeweils noch der Untergrundwert, der subtrahiert werden muß. Um keine störenden Bereiche außerhalb des stärksten Signals mehr zu haben, werden die außerhalb eines bestimmten Radius liegenden Pixel gelöscht. Dieses Verfahren ist in **take_spot(bild,d,i,g)** realisiert. g gibt an, ob man den Untergrund durch einen Gaußfit ($g = 1$) oder durch den Median im Histogramm ($g = 0$) bestimmen möchte. d und i sind wie in *delete_border(bild,d,i)* definiert.

Das Bild ist nach Aufruf der Funktion entsprechend bearbeitet und die Funktion hat als Rückgabewert den während der Berechnung bestimmten Untergrund. Aus den Versuchen mit den Probebildern (s. Kap.7) erwies sich folgende Parameterwahl als geeignet:

$$d = 3.5,\ i = 0,\ g = 1 \tag{6.9}$$

6.6 Bildbeschreibende Parameter

In diesem Abschnitt werden bildbeschreibende Parameter vorgestellt. Sie sind nur für Bilder sinnvoll, die mit der Standard-Methode *take_spot(bild,d,i,g)* bearbeitet wurden (s. Kap. 6.5.5), da nicht zum Signal gehörende Teile zu einer Verfälschung führen würden.

6.6.1 Maximaler und minimaler Eintrag

Der dynamische Bereich eines Bildes ist durch den maximalen und den minimalen Eintrag ($\mathbf{max_{bild}}, \mathbf{min_{bild}}$) gegeben. Das Minimum in einem unbearbeiteten Bild stellt sicher eine untere Schranke für den Untergrund dar, in einem bearbeiteten Bild sollte es Null sein. Das Maximum des bearbeiteten Bildes ist für photometrische Anwendungen interessant.

6.6.2 Lichtmenge

Ebenfalls aus photometrischen Gründen und als Hilfsgröße für viele weitere Berechnungen ist die Summe aller Einträge in einem Bild interessant, also einfach die Summe der Pixelwerte über alle Pixel. Sie wird in der Funktion **amount_of_light(bild)** folgendermaßen berechnet:

$$aol = \sum_{\vec{x}} i(\vec{x}) \tag{6.10}$$

6.6.3 Schwerpunkt

Wie in der Mechanik einen Körper kann man einen Lichtfleck durch seine Momente beschreiben. Das erste Moment entspricht dem Schwerpunkt, die zweiten dem Trägheitstensor. Die Intensität $i(\vec{x})$ entspricht in dieser Analogie einem Massenpunkt an der Stelle $\vec{x}$ mit einer zu i proportionalen Masse. Das Analogon zum in Gl. 6.10 definierten *aol* in der Mechanik ist die Masse eines Körpers.

Der Schwerpunkt eines bearbeiteten Bildes charakterisiert die Lage des Spots. Analog zum mechanischen Schwerpunkt eines Körpers berechnet **center_of_gravity(bild)**:

$$\vec{s} \equiv (x_{\vec{s}}, y_{\vec{s}}) = \frac{\sum_{\vec{x}} i(\vec{x}) \cdot \vec{x}}{aol} \tag{6.11}$$

6.6.4 Genauigkeit des Schwerpunkts

In Gl. 6.11 ist die Zahl der Photoelektronen in einem Pixel $i(\vec{x})$ fehlerbehaftet, während man für die hier untersuchten Lichtverteilungen den Fehler auf die Koordinaten vernachlässigen kann. Nimmt man für die Zahl der Photoelektronen einen Fehler von $\Delta i(\vec{x}) \approx \sqrt{i(\vec{x})}$ (Photonenstatistik) an, so ergibt sich nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz

$$(\Delta x_s)^2 \approx \frac{1}{aol^2} \cdot \left(\sum_{\vec{x}} i(\vec{x}) \left(x^2 - x_s^2 \right) \right), \tag{6.12}$$

und eine entsprechende Formel für Δy_s. Diese statistischen Fehler auf die Position des Schwerpunkts berechnet **acc_of_cog(bild)**. Sie sind groß, wenn das Bild nur wenige Pixel umfaßt und nur wenige Photonen registriert wurden.

6.6.5 Zweite Momente

Analog zum Trägheitstensor der Mechanik definiert man:

$$\begin{aligned} Q_{xy} &= \begin{pmatrix} j_{xx} & j_{xy} \\ j_{yx} & j_{yy} \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{aol} \cdot \sum_{\vec{x}} i(\vec{x}) \begin{pmatrix} (y - y_{\vec{s}})^2 & -(y - y_{\vec{s}}) \cdot (x - x_{\vec{s}}) \\ (y - y_{\vec{s}}) \cdot (x - x_{\vec{s}}) & (x - x_{\vec{s}})^2 \end{pmatrix} \end{aligned} \tag{6.13}$$

Anschaulich kann man Q_{xy} als Ellipse darstellen. Die Längen der großen und der kleinen Halbachsen $a_\pm$ sowie die Orientierung ergeben sich aus einer Hauptachsentransformation:

$$\begin{aligned} a_\pm &= 2 \cdot \sqrt{\frac{1}{2} \left(j_{xx} + j_{yy} \pm \sqrt{(j_{xx} + j_{yy})^2 - 4(j_{xx} j_{yy} - j_{xy}^2)} \right)} \\ \alpha &= \arctan \left[\frac{1}{2 j_{xy}} \left(-j_{xx} + j_{yy} + \sqrt{j_{xx}^2 + j_{yy}^2 + 4 j_{xy}^2 - 2 j_{xx} j_{yy}} \right) \right] \end{aligned} \tag{6.14}$$

Man kann einen Lichtfleck also durch eine Ellipse darstellen: Ihr Mittelpunkt liegt bei $\vec{s}$, sie hat die große Hauptachse a_+ und die kleine a_- und ist um den Winkel α gegen die x-Achse verkippt. $a_\pm, \alpha$ können mit **second_moment(bild)** berechnet werden.

6.6.6 RMS

Um die Streuung eindimensionaler Meßwerte zu charakterisieren, gibt man oft das RMS an. Auch im Zweidimensionalen läßt es sich sinnvoll über

$$rms = \sqrt{\frac{\sum_{\vec{x}} i(\vec{x}) \cdot |\vec{x} - \vec{s}|^2}{aol}} \tag{6.15}$$

definieren, wie es in der Funktion **calc_rms(bild)** getan ist.

Etwas nachteilig an diesem Maß für die Konzentration ist, daß es sehr empfindlich auf „Schwänze“ in einer Verteilung reagiert. Einzelne Pixel, die fern ab liegen, können das RMS vergrößern. Man kann dem entgegenwirken, indem man mit der Funktion *delete_border(bild,d,i)* weiter außenliegende Bildteile auf null setzt.

Die eindimensionalen RMS der auf die x- oder y-Achse projizierten Helligkeitsverteilungen berechnen **calc_x_rms(bild)** bzw. **calc_y_rms(bild)**.

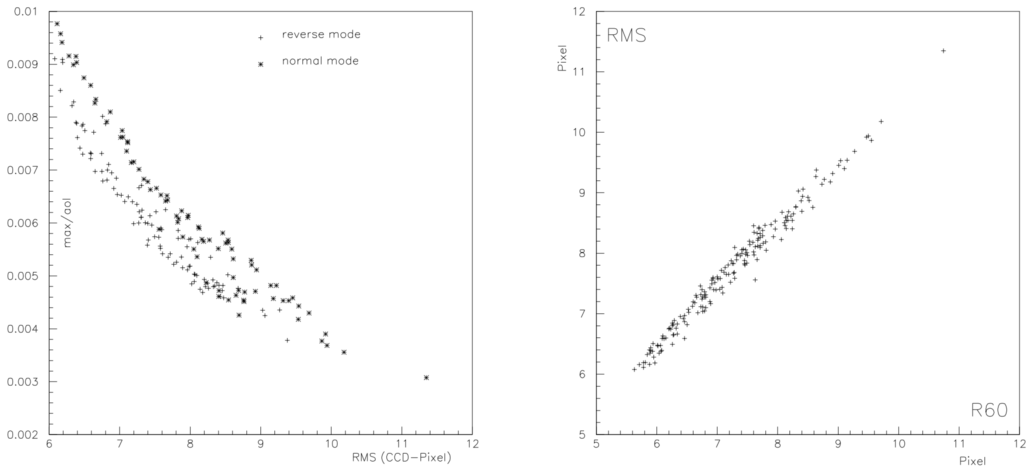


Abbildung 6.11: *Links: Das Verhältnis von Maximum im Bild zu deponierter Lichtmenge ist mit dem RMS korreliert. Rechts: Das RMS und der 60%-Radius von 182 an CT-2 aufgenommenen und bearbeiteten Bildern sind stark korreliert.*

6.6.7 Maximum zu Gesamtlichtmenge

Die Konzentration eines Lichtflecks kann man auch über das Verhältnis des Wertes des hellsten Pixels zur Gesamtlichtmenge *aol* messen (s. Abb. 6.11 links). Durch das

Binning des Bildes in CCD-Pixeln ist dieses Maß aber eventuell davon abhängig, wie der CCD-Chip zum Bild liegt. Es wurde im folgenden deshalb nicht verwendet.

6.6.8 60%-Radius

Ein stabileres Maß als das RMS für die Konzentration eines Spots ist der sogenannte 60%-Radius r_{60}. Er ist definiert als:

$$\sum_{|\vec{x}-\vec{s}|<r_{60}} i(\vec{x}) = 0.60 \cdot aol \tag{6.16}$$

Man integriert also in Polarkoordinaten vom Schwerpunkt aus, bis der Wert des Integrals 60% des Wertes der Lichtmenge aol (vgl. Kap. 6.6.2) beträgt. Der Radius, bei dem das der Fall ist, wird als der 60%-Radius bezeichnet. Mit **calc_conc(bild)** kann er berechnet werden. Das RMS und der 60%-Radius sind nicht unabhängig voneinander. Abb. 6.11 rechts zeigt die strenge Korrelation der beiden Größen.

Man kann die in Gl. 6.16 verwendete Definition auch zur Definition beliebiger anderer %-Radien verwenden. **calc_rxx(bild,prozent)** berechnet sie. Der 60%-Radius erwies sich in den Versuchen mit Probebildern (vgl. Kap. 7) als geeignet.

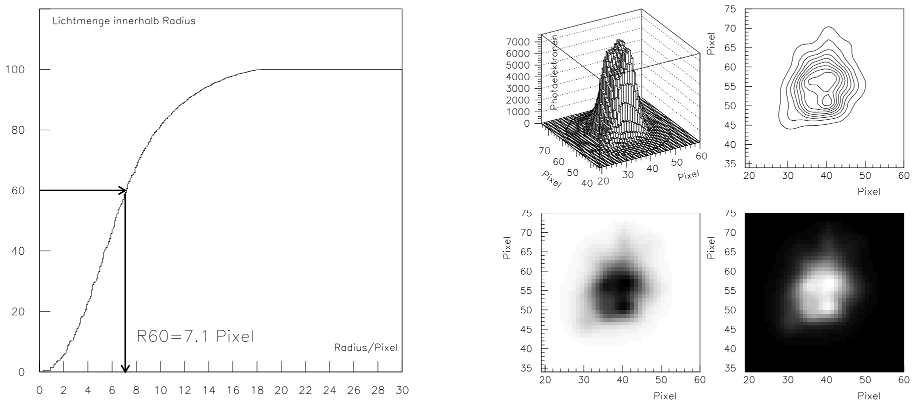
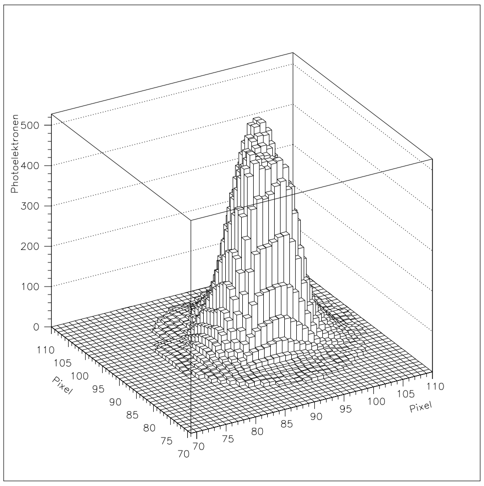


Abbildung 6.12: *Die radiale Intensitätsverteilung eines Bildes, das rechts in vier verschiedenen Darstellungen gegeben ist. Den 60%-Radius kann man direkt ablesen.*

Wenn man alle möglichen %-Radien bestimmt, und in einem Diagramm jeweils den Prozentsatz p gegen den entsprechenden Radius r_p aufträgt, erhält man eine Kurve, die die radiale Helligkeitsverteilung wiedergibt (s. Abb. 6.12). Dies macht die

Funktion **show_curve($\mathbf{bild_a}, \mathbf{bild_b}$)** für zwei Bilder gleichzeitig, womit Vergleiche zwischen den beiden Bildern leicht möglich sind.

6.6.9 Gauß-Fit im Bild



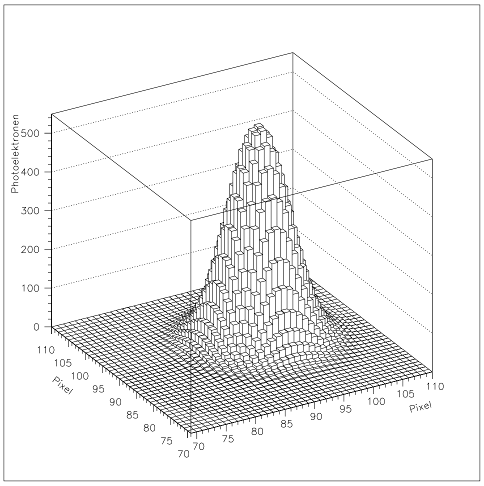


Abbildung 6.13: *Der gemessene Spot links wurde durch die Gaußkurve rechts angenähert, um die Lage und die Breite des Spots zu beschreiben.*

Ein Spot in einem Bild kann näherungsweise durch eine zweidimensionale Gaußkurve beschrieben werden. Dazu fittet man

$$f(\vec{x}) = c \cdot e^{\left(-(\vec{x}-\vec{x_0})^2 \,/\, \left(2\,\sigma^2\right)\right)} \tag{6.17}$$

an das Bild an. Die Lage des Spots wird durch die Lage $\vec{x_0}$ des Maximums beschrieben, die Breite durch σ und die Höhe durch die Amplitude c. **gauss_in_pic(bild)** bestimmt die Parameter durch den Fit (s. Abb. 6.13).

6.6.10 Spot im Bild beschreiben

Die Funktion **spot_info(bild,g)** berechnet alle oben erläuterten bildbeschreibenden Größen und speichert sie in einer Struktur. g gibt an, ob man den zweidimensionalen Gaußfit im Bild versuchen möchte.

Kapitel 7

Probebilder

Die in Kapitel 6 beschriebenen Methoden der Bildverarbeitung wurden zunächst an Probebildern getestet. Diese wurden per Computer generiert, wodurch a priori alle bildbeschreibenden Parameter bekannt sind. Die Ausdrucke dieser Bilder wurden dann mit der CCD-Kamera im Labor photographiert, und auf die so erhaltenen Bilder wurden die Bildverarbeitungsalgorithmen angewendet. Damit ist ein Vergleich möglich, wie gut die Algorithmen die bildbeschreibenden Parameter reproduzieren. Primäres Ziel war es hierbei, zu demonstrieren, daß dies möglich ist. Außerdem wurden die freien Parameter der Algorithmen so gewählt, daß die Reproduktion der bildbeschreibenden Größen möglichst gut ist.

7.1 Generierung der Probebilder

Die Bilder wurden mit dem Computeralgebra-System Mathematica erzeugt. Jedes Probebild besteht aus 30 simulierten Lichtflecken. Ihre Positionen streuten unterschiedlich stark, um zu simulieren, wie sich unterschiedlich gute Justierungen des Teleskops unterscheiden. Jeder einzelne Lichtfleck wurde aus 1000 einzelnen, zufällig gesetzten weißen Punkten generiert. Die jeweiligen Radien der Lichtflecke und die Verteilung der Punkte innerhalb eines Lichtflecks wurden so gewählt, daß der optische Eindruck den auf La Palma an einem Čerenkov-Teleskop beobachteten Lichtflecken ähnelte. Für diese Anwendung wurde also auf eine umfangreiche Analyse der Abbildungsfunktion verzichtet. Abb. 7.1 zeigt vier der Probebilder.

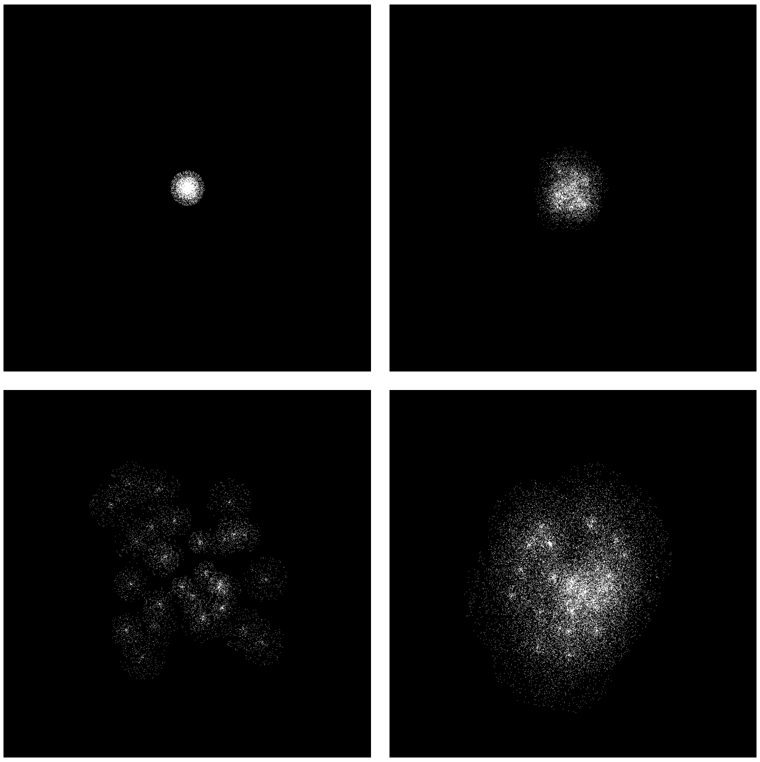


Abbildung 7.1: *Vier der generierten Probebilder, die dazu dienten, die Bildverarbeitungsroutinen zu testen.*

7.2 Versuchsaufbau

Abb. 7.2 zeigt den einfachen Versuchsaufbau, mit dem die Probebilder photographiert wurden. Der Abstand CCD-Kamera zum Bild wurde zu 5 Metern gewählt, und das 50 mm-Objektiv war bereits das in La Palma verwendete. Außerdem wurde die Helligkeit der LEDs ausprobiert, die später an CT-2 ein Referenzsystem auf der Photomultiplier-Kamera definieren sollten. Damit waren die geometrischen Verhältnisse vergleichbar mit denen an CT-2. Die Beleuchtungsstärke in dem abgedunkelten Raum wurde so eingestellt, daß die Belichtungszeiten im Sekundenbereich lagen - auch dies entspricht den Bedingungen auf La Palma (vgl. Kap. 8.4.2). Jedes der 23 Probebilder wurde mit drei verschiedenen Belichtungszeiten aufgenommen. Die so gewonnenen Aufnahmen wurden standardmäßig (s. Kap. 6.5.5 u. 5.2.2) bearbeitet.

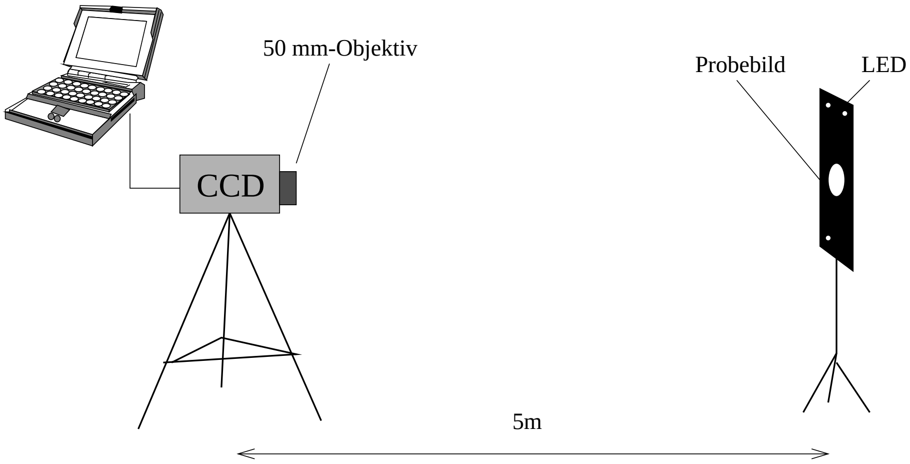


Abbildung 7.2: *Versuchsaufbau zur Gewinnung der Aufnahmen der Probebilder*

7.3 Ergebnisse

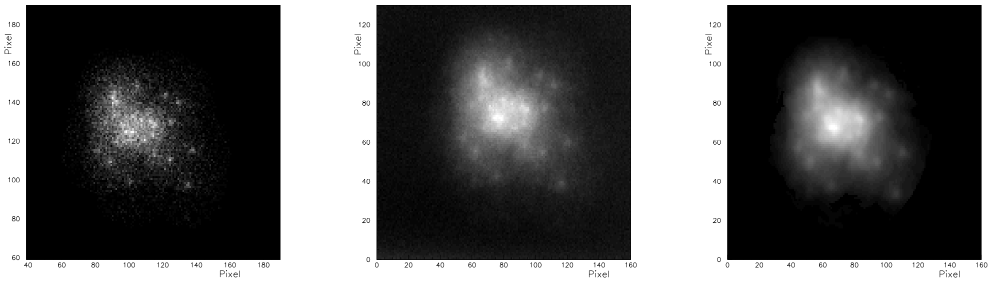


Abbildung 7.3: *Links ein Probebild, in der Mitte das aufgenommene Rohbild und rechts das fertig bearbeitete Bild (Der Maßstab des Probebilds ist ein anderer als in den CCD-Bildern.)*

In Abb. 7.3 ist links ein Probebild gezeigt. In der Mitte ist das Rohbild abgebildet, wie es von der CCD-Kamera geliefert wird, und rechts ist das bearbeitete Bild zu sehen. Bevor ein Vergleich der bildbeschreibenden Parameter möglich war, mußte noch die Umrechnung CCD-Pixel zu Zentimeter im Original bestimmt werden. Dies geschah einfach durch Aufnehmen einer Zentimeterskala.

In Abb. 7.4 sind Ergebnisse zu diesen Vorversuchen gegeben. Auch andere Größen (wie die Länge der großen Halbachse beispielsweise) verhalten sich qualitativ ähnlich.

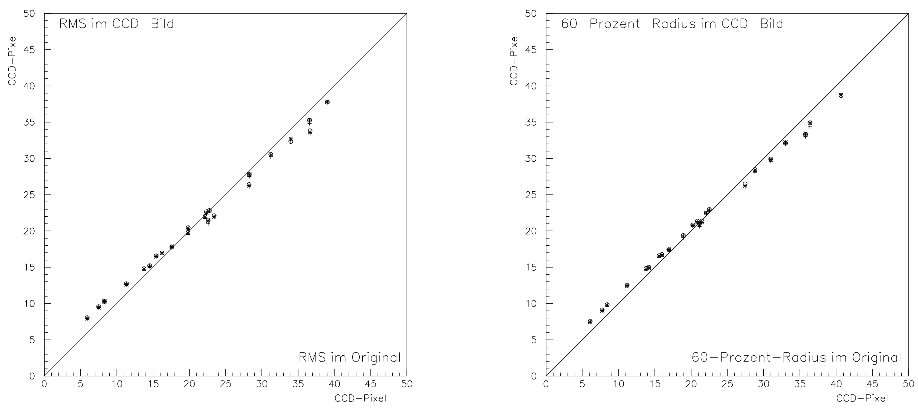


Abbildung 7.4: *Das RMS und der 60%-Radius in den Original-Probebildern und den dazugehörigen CCD-Aufnahmen. Meistens überdecken sich die drei Meßpunkte zu den drei verschiedenen Belichtungszeiten.*

Die Genauigkeit, mit der die Parameter rekonstruiert werden, ist also über einen weiten Bereich rund 10%. Die geringen Abweichungen von der Winkelhalbierenden zum oberen und unteren Ende hin lassen sich qualitativ leicht verstehen:

Oberes Ende:
Sehr ausgedehnte Bilder besitzen zahlreiche einzelne weiße Druckerpunkte in einer ansonsten dunklen Umgebung. Da der Drucker schwarz druckt, ist es verständlich, daß er diese dunklen Signalbereiche etwas verschmiert. Ein Blick durch eine starke Lupe bestätigte diese Vermutung (s. Abb. 7.5). Deshalb wird am oberen Ende das RMS oder der 60%-Radius etwas zu klein rekonstruiert.

Unteres Ende:
Neben dem Problem, daß einzelne Punkte vom Drucker nicht sauber wiedergegeben werden, kann sich bei konzentrierten Lichtflecken auch eine nichtoptimale Fokussierung des Objektivs auswirken. Außerdem macht sich bei sehr konzentrierten Bildern der Einfluß der Filter bemerkbar: Das Median- und das Gauß-Filter verschmieren den Lichtfleck im Ortsraum etwas, wodurch das RMS bzw. der 60%-Radius etwas zu groß rekonstruiert werden. Dieser Fehler wurde minimiert durch den Einsatz der kleinsten möglichen Filter: Beide besaßen nur eine (3×3)-Maske.

Die tatsächlich an CT-2 beobachteten RMS lagen meist im Bereich zwischen 7 und 10 Pixeln. Sie sind also alle in dem Bereich, in dem sie systematisch etwas zu groß rekonstruiert werden. Auf eine Korrektur wurde verzichtet, da relative Aussagen

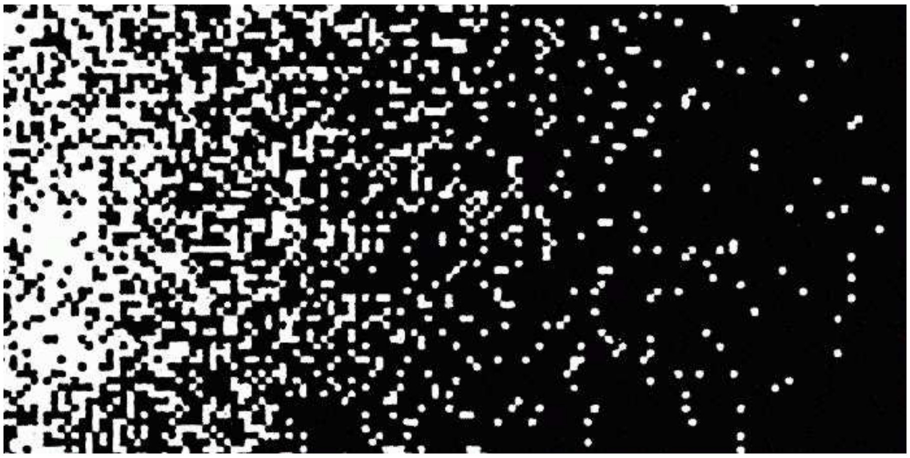


Abbildung 7.5: *Ausschnittsvergrößerung des Ausdrucks eines Probebildes. Man erkennt, daß der Drucker einzelne quadratische Bildpunkte etwas verschmiert.*

trotzdem möglich sind: Die Zuordnung Original-RMS und CCD-RMS ist eineindeutig. Außerdem würde die Korrektur zwischen 7 und 10 Pixeln Breite lediglich einen in guter Näherung konstanten Offset bedeuten.

Auch wenn in dieser Arbeit derartige Korrekturen nicht angewendet wurden, ist im Prinzip der Weg klar, wie man sie für die verschiedenen Größen erhalten kann. Man untersucht eine genügend große Anzahl von Probebildern und trägt die originalen gegen die rekonstruierten Bildparameter auf. Die Abweichungen von der Winkelhalbierenden sind dann gerade die gesuchten Korrekturen. Allerdings müßte man dann ebenfalls untersuchen, inwiefern die Korrekturen von der Qualität des Ausdrucks abhängen, da dies einen systematischen Effekt ähnlicher Größe geben kann.

Das Fazit aus den Probebildern ist: Mit den verwendeten Bildverarbeitungs-Routinen kann man typische Bilder quantitativ und zuverlässig beschreiben. Diese Algorithmen wurden deshalb im folgenden auf die an CT-2 gewonnenen Bilder angewendet.

Kapitel 8

Messungen auf La Palma

In diesem Kapitel werden die Meßaufbauten vorgestellt, die auf La Palma an CT-2 installiert wurden. Anschließend werden einige Überlegungen zur Durchführung der Messungen präsentiert, die sich aus dem gewählten Aufbau ergeben. Der letzte Abschnitt faßt den Verlauf der Messungen im Mai und September 1999 kurz zusammen.

8.1 Genereller Aufbau

Der generelle Aufbau ist in Abb. 8.1 gezeigt. Auf dem Spiegelträger wurde die CCD-Kamera so befestigt, daß sie freie Sicht auf die Photomultiplier-Kamera hat. Dort war in die Fokalebene des Teleskops eine speziell für diese Arbeit angefertigte, weiße Platte eingesetzt, die als Schirm diente. Auf ihr befanden sich drei Leuchtdioden, die ein Referenzsystem definieren. Der Schirm wurde mittels des 50 mm-Objektivs auf den CCD-Chip abgebildet. Dessen Bild kann man mit einem Computer auslesen und analysieren. Der verwendete Computer war ein Laptop mit dem Betriebssystem LINUX, das die CCD-Kamera benötigte.

Vier der 30 Spiegel wurden mit je zwei Motoren ausgestattet. Damit kann man diese Spiegel innerhalb gewisser Grenzen schwenken und so die Positionen ihrer Lichtflecke verändern. Die Gleichstrommotoren sind über einen Computer bewegbar und lassen sich definierte Umdrehungsanzahlen fahren. Dazu wurde ein VME-Rechner verwendet, der über das lokale Ethernet mit dem LINUX-Laptop kommunizieren konnte.

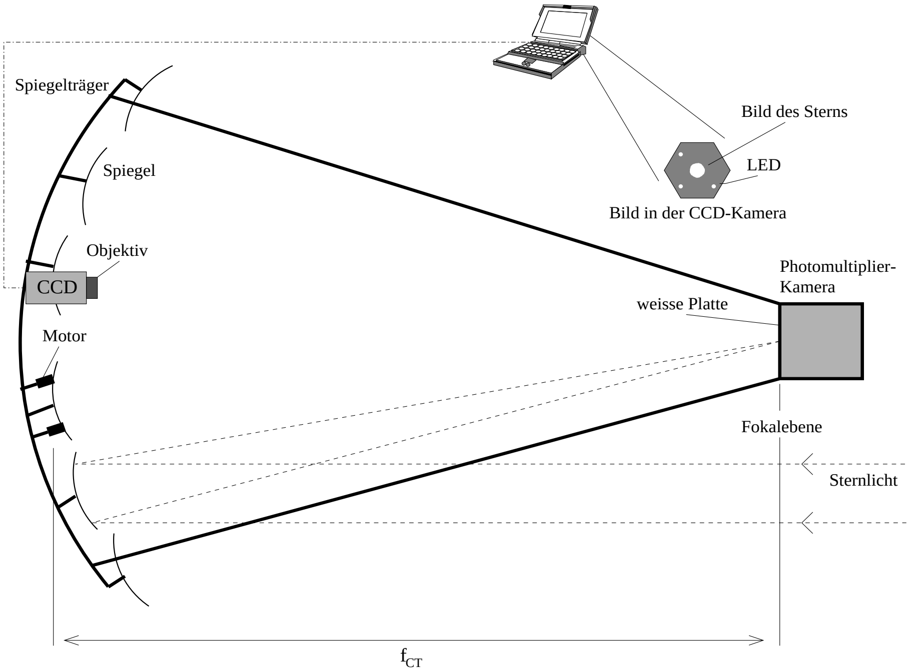


Abbildung 8.1: *Prinzipskizze des Meßaufbaus an CT-2.*

8.2 Aufbau für die Motorbewegung

Die motorisierten Spiegel wurden an zwei der drei Aufhängungspunkten mit Aktuatoren ausgestattet, die über Motoren bewegt werden können (s. Anhang B). Der dritte Aufhängungspunkt ist über ein Kugelkopf-Gelenk mit dem Spiegel verbunden. Durch die zwei beweglichen Punkte kann der Spiegel innerhalb der konstruktiven Grenzen beliebig gekippt werden. Die grundlegenden Überlegungen zur Motorbewegung findet man in [Bul 98].

8.2.1 Aktuatoren

Die Aktuatoren (s. Abb. 8.2) wandeln die Drehbewegung der Motorachse in Hub des Spiegels. Sie besitzen ein Gewinde mit einer Steigung von $0.75\,mm/U$. Der maximale Hub beträgt je nach Konstruktion zwischen $20\,mm$ und $27\,mm$. Befindet sich der Aktuator am Ende des erlaubten Bereichs, wird die weitere Bewegung durch eine Tellerfeder behindert.

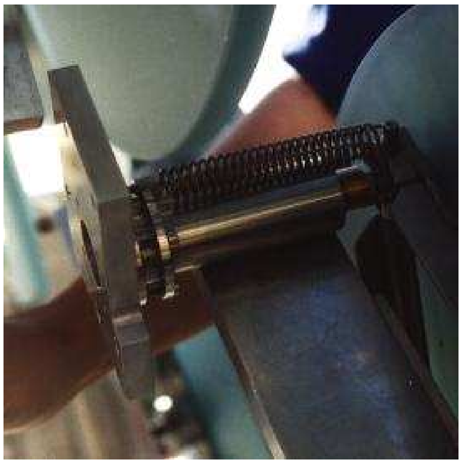


Abbildung 8.2: *Einer der montierten Aktuatoren zur Spiegelbewegung. Der Motor ist noch nicht montiert. ([Tlu 99])*

8.2.2 Motoren

Für die Bewegung der Spiegel wurden Fensterhebermotoren aus der Automobilindustrie gewählt, die von der Firma Bosch hergestellt werden. Es handelt sich um Gleichstrommotoren, bei denen sich die jeweils gefahrene Zahl an Umdrehungen über einen Hall-Sensor auslesen läßt. Die Bewegungsgeschwindigkeit ist über die angelegte Spannung steuerbar, die meist zwischen 8 und 12 Volt lag.

Durch die Konstruktion der Aktuatoren erfahren die Motoren am Ende des erlaubten Bereiches einen erhöhten mechanischen Widerstand. Dies macht sich in einer Erhöhung des für die Bewegung nötigen Stromes bemerkbar. Übersteigt er einen gewissen Wert, so befinden sich die Motoren im Endbereich und der Motor wird automatisch abgeschaltet. Diese Stromüberwachung wurde von dem VME-Rechner ausgeführt.

Die Motoren besitzen eine 62 : 1 Untersetzung und geben pro Umdrehung 2 Hall-Signale ab. Zusammen mit der Steigung der Aktuatoren folgt, daß jedes empfangene Hall-Signal einem Hub von 6.15 μm des Spiegels entspricht.

8.2.3 Motorsteuerung

Abb. 8.3 zeigt schematisch den Aufbau der Motorsteuerung. Ein Rechner, der über das lokale Ethernet bedient werden kann, kontrolliert die VME-Elektronik. Man kann die Spannung einstellen, einen bestimmten Motor auswählen und die Bewegung

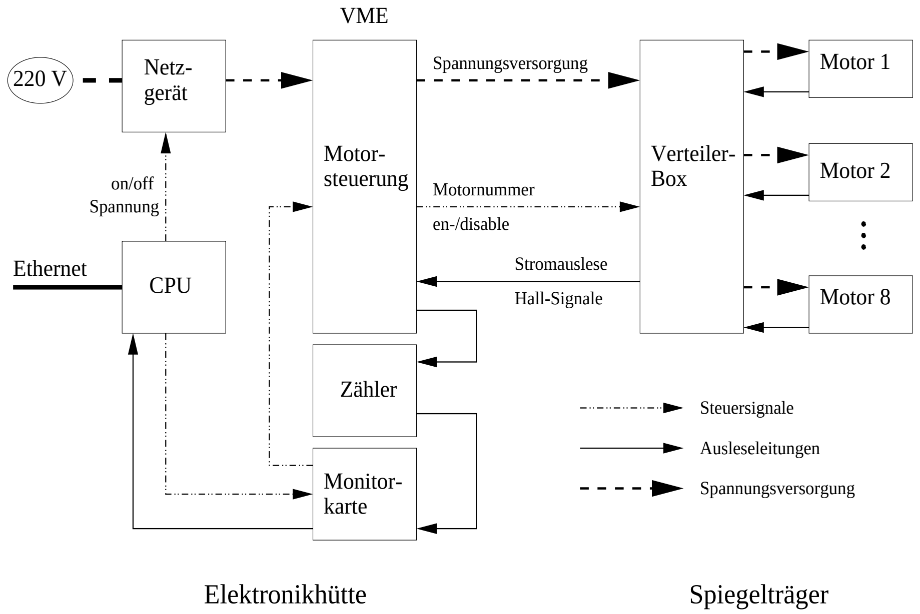


Abbildung 8.3: *Schematisches Schaltbild der Motorsteuerung ([Jun 99])*

der Motoren ein- und ausschalten. Um nur wenige Kabel zwischen Elektronikhütte und Spiegelträger verlegen zu müssen, wurde eine Verteilerbox auf dem Spiegelträger angebracht, die jeweils den gewünschten Motor aus einem gemultiplextem Signal ermittelt und ihn mit Spannung versorgt. Ein Motor, der sich bewegt, erzeugt Hall-Signale und läßt einen bestimmten Strom fließen. Beides wird ausgelesen und über eine Monitorkarte (hier als AD-Wandler verwendet) im Computer registriert.

8.3 Aufbau für die Bildgewinnung

8.3.1 Diffuser Reflektor in der Fokalebene

Als diffuser Reflektor wurde eine dünne, weiß angestrichene Aluminium-Platte vor die Lichttrichter in die Photomultiplier-Kamera eingesetzt (s. Abb. 8.4). Der Abstand dieses Schirmes zur optischen Fokalebene des Teleskops betrug etwa $d \approx 2\,\mathrm{mm}$. Durch den großen Öffnungswinkel der Čerenkov-Teleskope von $\alpha \approx 19°$ wird die Abbildungsfunktion ein wenig aufgeweitet, maximal um $d' = d \cdot \tan\alpha \approx 0.7\,\mathrm{mm}$. Dieser kleine Effekt wurde im folgenden vernachlässigt. Auf dem Schirm waren drei LEDs angebracht, deren Versorgungsspannung über den VME-Rechner eingestellt werden konnte. Dadurch wird auf der Platte ein Referenz-Koordinatensystem definiert.

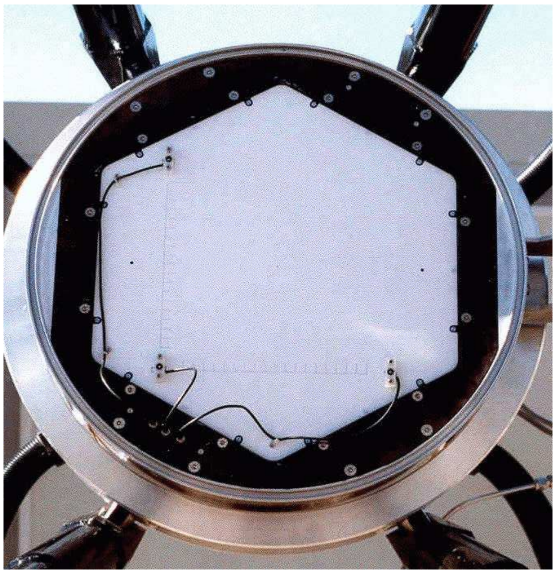


Abbildung 8.4: *Die als Schirm verwendete weiße Platte mit den Referenz-Leuchtdioden wurde in die Photomultiplier-Kamera eingesetzt.*

8.3.2 CCD-Kamera

Die verwendete CCD-Kamera wurde in ein witterungsfestes Metallgehäuse eingebaut. Es wurde möglichst zentral auf dem Spiegelträger angebracht, damit der verzerrende Blickwinkel so klein wie möglich bleibt. Aus konstruktiven Gründen konnte ein Abstand von 39 cm zum Zentrum nicht unterschritten werden (s. Abb. 8.5).

8.3.3 Das Objektiv

Um ein Abbild eines Objekts auf dem Chip zu erzeugen, benötigt man ein Objektiv. Von ihm hängen die Abbildungsgeometrie und die Lichtsammeleigenschaften entscheidend ab (vgl. [Hof 98]).

Man möchte auf jeden Fall eine Genauigkeit von etwa $\frac{1}{100}^\circ$ (entsprechend etwa $a = 1\,\text{mm}$ auf der Photomultiplier-Kamera) haben. Folglich muß man eine Abbildung wählen, bei der diese Strecke auf ein CCD-Pixel (mit $b_{Pixel} = 9\mu\text{m}$ Kantenlänge) abgebildet wird. Am bequemsten ist die CCD-Kamera auf dem Spiegelträger anzubringen, der etwa $f_{CT} = 5\,\text{m}$ vom Schirm entfernt ist. Nach Abb. 8.6 gilt:

$$f_{Objektiv} : b_{Pixel} = f_{CT} : a \tag{8.1}$$

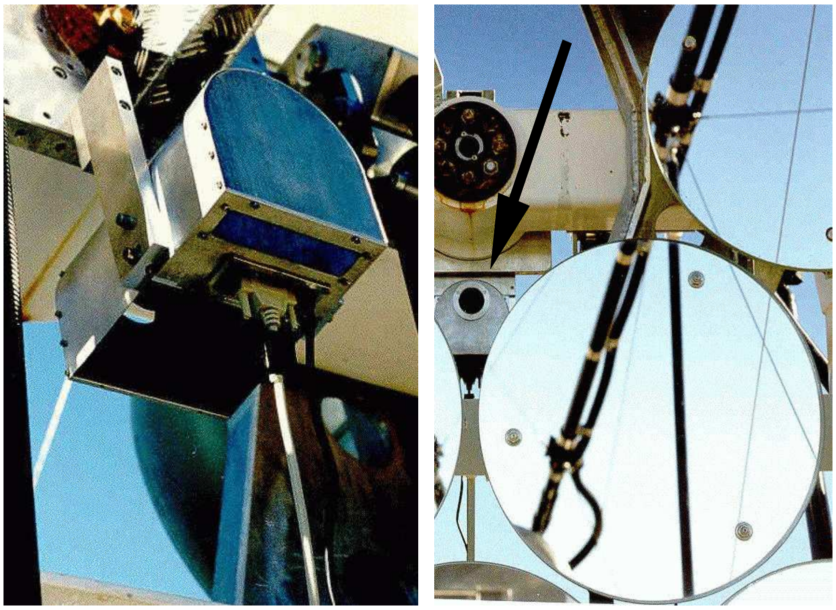


Abbildung 8.5: *Die CCD-Kamera wurde in einem Metallgehäuse montiert. Blick von hinten (links) und von vorne (rechts).*

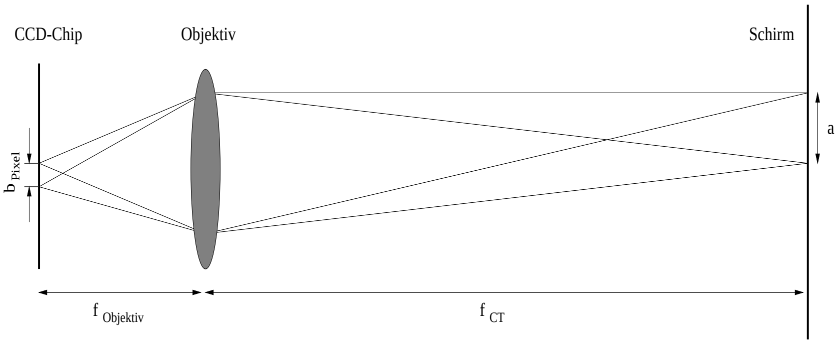


Abbildung 8.6: *Abbildungsverhältnisse im Versuchsaufbau auf La Palma.*

Daraus folgt $f_{Objektiv}$ zu rund 50 mm. Um möglichst kurze Belichtungszeiten zu erzielen, wurde ein lichtstarkes ($l = 1 : 1.2$) Objektiv gewählt, die Linse mißt also rund $d = 41.7$ mm. Die lichtsammelnde Fläche beträgt bei voll geöffneter Blende etwa

$$A_{Objektiv} = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \pi \left(\frac{l\,f_{Objektiv}}{2}\right)^2 \tag{8.2}$$

Das eingesetzte Objektiv war ein handelsübliches Photo-Objektiv der Firma Nikon. Es erlaubte Bildweiten zwischen einem halben Meter und unendlich. Da die Blende soweit wie möglich geöffnet war, war der Schärfebereich sehr klein, in dem die Abbildung auf den Chip scharf war. Bereits minimalste Verdrehungen des Objektivs bewirkten eine deutliche Veränderung der Abbildungsqualität. Deshalb dauerte das Fokussieren des Objektivs typischerweise eine Viertelstunde.

8.4 Vorüberlegungen zu den Messungen

Aus dem gewählten Aufbau folgen einige Abschätzungen, die zur Vorbereitung der Messungen hilfreich waren. Insbesondere ging es um die Fragen, wie man aus gemessenen Distanzen auf dem CCD-Chip die mit den Motoren zu fahrenden Strecken ermittelt, welche Himmelsobjekte für die Messungen geeignet sind und welche Belichtungszeiten man erwartet.

8.4.1 Berechnung der Fahrstrecken der Motoren

Aus der Größe der weißen Platte und der Brennweite von CT-2 folgt, daß ein Lichtfleck maximal auf einer Fläche mit einem Durchmesser von rund 3° beobachtet werden kann. Damit beträgt die maximale Verkippung eines Spiegels aus seiner Soll-Richtung etwa $\pm 0.75°$. Die auftretenden Winkel sind also alle klein. Deshalb ist der Zusammenhang zwischen der Bewegung des Lichtflecks und den empfangenen Hall-Signalen eines Motors linear. Das Abbild eines Spiegels, der mit zwei Motoren ausgestattet ist, bewegt sich um

$$\vec{s} = n_1 \cdot \vec{m_1} + n_2 \cdot \vec{m_2} = M_{12} \cdot \vec{n}, \tag{8.3}$$

wenn Motor 1 um n_1 und Motor 2 um n_2 Hall-Signale bewegt wurde. Die Vektoren $\vec{m_1}$ und $\vec{m_2}$ bestimmt man zuvor durch eine Kalibration: Man fährt nur einen Motor eine definierte Anzahl an Hall-Signalen und mißt die dazugehörige Bewegung.

Man kann Gl. 8.3 umkehren und so ausrechnen, wieviele Hall-Signale die beiden Motoren fahren müssen, um den Lichtfleck eine bestimmte Distanz zu bewegen:

$$\vec{n} = (M_{12})^{-1} \cdot \vec{s} \tag{8.4}$$

8.4.2 Belichtungszeiten

Per Definitionem hat ein Stern der absoluten Helligkeit $M_0 = 0$ eine integrale Leuchtkraft von $L_0 = 3 \cdot 10^{28}\,\mathrm{W}$. Befindet sich dieser Stern in der Entfernung $r = r_0 = 10\,\mathrm{pc} = 3.086 \cdot 10^{17}\,\mathrm{m}$, so ist seine scheinbare Helligkeit nach

$$m - M = 5 \lg \frac{r}{r_0} \tag{8.5}$$

unter Vernachlässigung der atmosphärischen Extinktion ebenfalls $m_0 = 0$. Er erzeugt auf der Erde einen Strahlungsstrom der Stärke

$$F_0 = \frac{L_0}{4\pi\, r_0^2}. \tag{8.6}$$

Für zwei beliebige scheinbare Helligkeiten gilt nach Definition

$$m_2 - m_1 = -\sqrt[5]{100} \lg \frac{F_2}{F_1}. \tag{8.7}$$

Mit Gl. 8.6 folgt der Strahlungsstrom eines Sternes der Helligkeit m zu

$$F = \frac{L_0}{4\pi\, r_0^2} \left(\sqrt[5]{100}\right)^{-m}. \tag{8.8}$$

Der Photonenfluß läßt sich abschätzen, wenn man F durch eine typische Photonenenergie $E_{Photon} = \frac{h\,c}{\lambda}$ teilt:

$$\Phi \approx \frac{F}{E_{Photon}} = \frac{L_0}{4\pi\, r_0^2} \cdot \frac{\lambda}{h\,c} \left(\sqrt[5]{100}\right)^{-m} \tag{8.9}$$

Für sichtbares Licht ($\lambda \approx 500\,\mathrm{nm}$) ergibt sich nach Einsetzen der Zahlenwerte:

$$\Phi \approx 6.3 \cdot 10^{10} \frac{1}{\mathrm{m}^2\,\mathrm{s}} \left(\sqrt[5]{100}\right)^{-\mathrm{m}} \tag{8.10}$$

Ein Stern dritter Größe erzeugt also einen Photonenfluß von rund $4 \cdot 10^9\,\frac{1}{\mathrm{m}^2\,\mathrm{s}}$. Diese Beleuchtung Φ durch den Stern erzeugt aufgrund der Abbildungsgeometrie (s. Abb. 8.1) folgende Zahl an Photoelektronen pro Spiegel:

$$N_e = \Phi\, A_{Spiegel} \frac{A_{Objektiv}}{2\pi\, f_{CT}^2}\, t\, \eta\, r_1\, r_2\, \delta, \tag{8.11}$$

wobei $A_{Spiegel}$ die lichtsammelnde Fläche eines Spiegels ist, t die Belichtungszeit, η die Quanteneffizienz der CCD-Kamera, r_1 die Reflektivität der Spiegel und r_2 die des weißen Diffusors in Richtung auf die CCD-Kamera. δ sei die Durchlässigkeit der Atmosphäre. Mit Gl. 8.1 und 8.2 ergibt sich:

$$N_e = \Phi\, A_{Spiegel}\, \frac{l^2}{8} \cdot \frac{b_{Pixel}^2}{a^2}\, t\, \eta\, r_1\, r_2\, \delta \tag{8.12}$$

Ist das Objektiv nach Gl. 8.1 gewählt, so ist die Zahl der Photoelektronen also unabhängig davon, wie weit die CCD-Kamera vom Schirm entfernt angebracht ist.

Die Größe des Lichtflecks eines Spiegels sei A_{Spot}. Jedes quadratische Pixel der Größe b_{Pixel}^2 auf dem CCD-Chip erhält durch die Abbildung Licht von einer Fläche der Größe a^2. Der Lichtfleck wird also auf

$$N_{Pixel} = \frac{A_{Spot}}{a^2} \tag{8.13}$$

Pixel abgebildet. Im Mittel sind folglich in jedem Pixel

$$N_{e/pix} = \frac{N_e}{N_{Pixel}} = \Phi\, A_{Spiegel}\, \frac{l^2}{8} \cdot \frac{b_{Pixel}^2}{A_{Spot}}\, t\, \eta\, r_1\, r_2\, \delta \tag{8.14}$$

Elektronen erzeugt worden. Einsetzen der realistischen Zahlenwerte $\Phi = 4 \cdot 10^9/\mathrm{m}^2\,\mathrm{s}$ (Stern dritter Größe), $A_{Spiegel} = 0.3\,\mathrm{m}^2$, $b_{Pixel} = 9\,\mu\mathrm{m}$, $A_{Spot} = 1\,\mathrm{cm}^2$, $\eta = 50\%$ (s. Kap. 5.1.5), $r_1 \cdot r_2 = 80\%$ und $\delta = 1$ ergibt:

$$N_{e/pix} \approx 34 \frac{1}{s}\, t \tag{8.15}$$

Da das Ausleserauschen des Chips etwa 15 Elektronen beträgt (s. Kap 5.3.1), benötigt man zur eindeutigen Detektion mindestens rund 200 Elektronen. Man kann den Lichtfleck eines Spiegels bei Verwendung eines Sterns dritter Größe innerhalb von 6 Sekunden nachweisen. Ein besseres Signal/Rausch-Verhältnis erhält man natürlich bei längerer Belichtungszeit.

Nach Gl. 8.7 kann man mit jeder Magnitude, die das beobachtete Objekt heller ist, rund einen Faktor 2.5 kürzer belichten. Für Jupiter mit $m_\Psi = -2.8$ genügt also die kürzest mögliche Belichtungszeit von 0.1 Sekunden. Die tatsächlich verwendeten Belichtungszeiten lagen zwischen 1 und 64 Sekunden.

8.4.3 Auswahl der Sterne

Wegen der geographischen Breite von 28.76° können von La Palma aus nur Sterne mit $\delta > -50°$ sinnvoll beobachtet werden.

Es ist wünschenswert, die Belichtungszeiten so kurz wie möglich zu halten, um mehr Messungen in der gleichen Zeit vornehmen zu können und die Anfälligkeit gegen mechanische Schwingungen zu vermindern. Da Belichtungzeiten länger als eine Minute nicht wünschenswert sind, kommen nach Kap. 8.4.2 nur Sterne bis $m = 4.5$ in Frage.

Zusätzlich muß der Stern genügend Kontrast auf der weißen Platte erzeugen. Folgende Effekte beleuchten sie homogen und erzeugen den Untergrund:

1. Im Abbildungsweg und am Erdboden wird Licht etwas gestreut.
2. Der Himmelshintergrund scheint direkt auf den Schirm.
3. Der Himmelshintergrund leuchtet über die Spiegel auf den Schirm.

Insbesondere hängt die Himmelshintergrund-Helligkeit davon ab,

– ob der Mond am Himmel steht oder nicht,
– ob das Teleskop Richtung Milchstraße schaut oder nicht,
– bei welcher Altitude das beobachtete Objekt steht und
– wieviel Feuchtigkeit in der Luft ist.

1. sei für die folgenden Abschätzungen vernachlässigt. Schaut das Teleskop in den Zenit, so macht sich nur 3. bemerkbar. Auf der Platte hat man dann einen Photonenfluß von

$$\Phi_1 = \frac{A_{Spiegel}}{f_{CT}^2} \frac{d\Phi_{NSB}}{d\Omega} r_1 N_{Spiegel} \tag{8.16}$$

Ein mittlerer Wert für $\frac{d\Phi_{NSB}}{d\Omega}$ wurde für La Palma zu $2600 \, \frac{\mathrm{Photonen}}{\mathrm{m^2\,ns\,sr}}$ gemessen ([Kar 96]). Schaut man unter einem beliebigen Zenitwinkel, so macht sich 2. bemerkbar. Da das Teleskop nicht tiefer als $alt = 0°$ gefahren werden kann, scheint nie mehr als eine Hälfte des Himmels auf den Schirm.

$$0 < \Phi_2 < \pi \frac{d\Phi_{NSB}}{d\Omega} \tag{8.17}$$

Numerisch zeigt sich, daß schon bei kleinen Zenitwinkeln Φ_2 überwiegt. Ein guter Schätzwert für $\Phi_{12} = \Phi_1 + \Phi_2$ ist $2000 \, \frac{\mathrm{Photonen}}{\mathrm{m^2\,ns}}$. Ein Stern erzeugt im Lichtfleck auf der weißen Platte einen Photonenfluß von

$$\Phi_{Star} = \Phi \, N_{Spiegel} \frac{A_{Spiegel}}{A_{Spot}} \tag{8.18}$$

mit Φ wie in Gl. 8.10. Fordert man nun, daß Φ_{Star} 30 Mal größer als Φ_{12} sein soll (dann sind auch noch einzelne Spiegel nachweisbar), so ergibt sich aus Gl. 8.18 als

Grenzgröße $m = 4.9$. Da bei Mondschein der Himmel deutlich aufgehellt ist, lag dann die Grenzgröße experimentell eher bei $m = 3.5$.

Neben der Helligkeit eines Objekts muß man auch seine Umgebung berücksichtigen: Es sollten keine anderen, vergleichbar hellen Objekte im Blickfeld stehen, damit man man bei der Bildverarbeitung davon ausgehen kann, einen einzigen Lichtfleck im Bild zu haben. Da die Zahl der Sterne mit abnehmender Helligkeit zunimmt, ergibt sich daraus eine untere Grenze für die verwendbaren Sternhelligkeiten. Um sicher einzelne Spiegel neben dem rund 30 mal helleren Hauptspot entdecken zu können, sollte im Umkreis von einem Grad kein Objekt heller als $\frac{1}{30}$ der Lichtstärke des anvisierten Objekts liegen. Es darf also neben einem Stern der Helligkeit m_1 innerhalb eines Grads kein anderes Objekt bis zur Helligkeit $m_2 = m_1 + 3.7$ liegen.

Mithilfe des SAO-Katalogs und des Astronomie-Programms xephem wurde nach Sternen gesucht, die diese Bedingungen erfüllen. Das Ergebnis ist eine Liste von 87 Sternen (Anhang A).

8.5 Allgemeines zu den Messungen auf La Palma

Es gab zwei Meß-Kampagnen auf La Palma. Die erste im Mai/Juni 1999 diente vor allem dazu, reale Bilder für weitere Tests der Bildverarbeitung zu bekommen. Die ersten Daten enthüllten auch einige Fehler im experimentellen Aufbau: Die Verbindung zwischen Objektiv und CCD-Kamera war beispielsweise nicht stabil genug, wodurch sich der Abbildungsweg je nach Teleskopstellung ein wenig veränderte. Ein anderes Problem war, daß die Teleskopsteuerung nicht korrekt funktionierte.

Beim zweiten Meßaufenthalt im August/September waren diese Fehler behoben. Zusätzlich waren auch vier Spiegel motorisiert. Folgende Messungen wurden gemacht:

- LED-Aufnahmen über die gesamte Himmelskugel (bei Mondschein)
- Stern-Aufnahmen in möglichst vielen Teleskopstellungen (möglichst ohne Mond)
- Justiertests (bei Mondschein)
- 100 Aufnahmen eines Objekts unter gleichen Bedingungen
- Tests, wie gut sich ein einzelner Spiegel neben dem Hauptspot finden läßt abhängig von Belichtungszeit, Motorfahrstrecke und Sternhelligkeit.

Es genügte, für jede Belichtungszeit wenige Dunkelbilder aufzunehmen, da die Chip-Temperatur stets sehr nahe bei den gewählten $-10°C$ lag.

Kapitel 9

LED-Aufnahmen

Die Leuchtdioden auf dem weißen Schirm definieren einerseits ein Referenzsystem für die Messung der Positionen von Sternabbildern, das fest mit der Photomultiplier-Kamera verbunden ist. Andererseits erlauben sie es, die Relativ-Bewegung von CCD-Chip zu Photomultiplier-Kamera in Abhängigkeit der Blickrichtung des Teleskops zu messen.

9.1 Bildgewinnung und -verarbeitung

Um die Positionen der Sternabbilder zu bestimmen, wurde nach jeder Belichtung, bei der das Teleskop auf einen gemäß Kap. 8.4.3 ausgewählten Stern zeigte, eine zweite Aufnahme mit eingeschalteten Leuchtdioden gemacht. Da versucht wurde, bei möglichst vielen Altitude- und Azimut-Werten in „normal-“ und „reverse-mode“ Sterne aufzunehmen, ergeben diese 182 Aufnahmen („erster Datensatz“) bereits eine gute Überdeckung der doppelten Himmelssphäre.

Außerdem wurde jeweils für normal- und reverse-mode systematisch ein relativ enges Gitter an Punkten auf der Himmelskugel angefahren, und an jedem Punkt ebenfalls eine LED-Aufnahme gemacht. Es wurde mit einem Altitude-Wert von 25° begonnen und 12 verschiedene Azimut-Werte im Abständen von je 30° angefahren. Danach wurden dieselben 12 Positionen bei einer Altitude von 40° gewählt, anschließend ebenso bei 55°, 70° und 85° Altitude. Danach wurde bei einem Azimut-Wert das Teleskop in den Zenit gefahren und von dort in 5°-Schritten bis zu einer Altitude von 5° herunterbewegt. Diese 73 Position je „mode“ geben einen zweiten Satz an LED-Aufnahmen.

Die Belichtungszeit je Aufnahme betrug 0.1 Sekunden, also die kürzest mögliche.

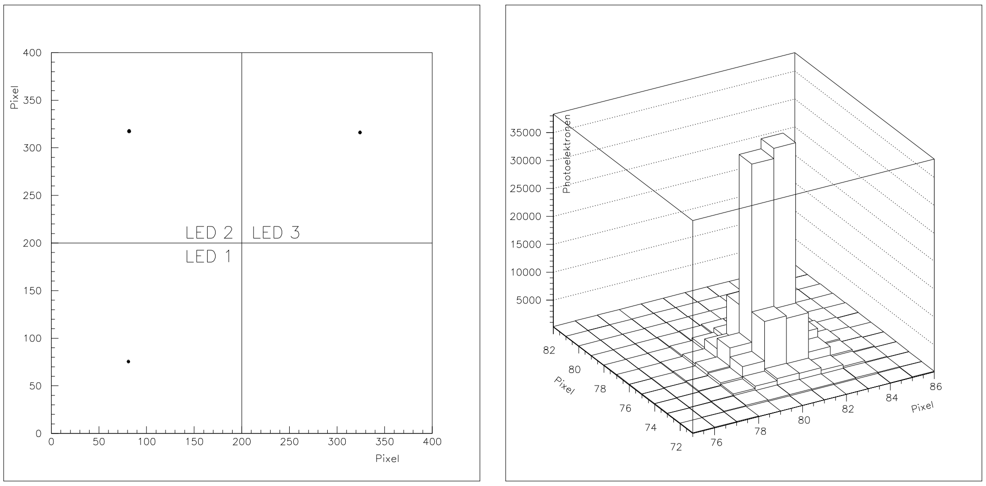


Abbildung 9.1: *Links ist eine der LED-Aufnahmen gezeigt. Zusätzlich sind Trennlinien eingezeichnet, die die Bereiche definieren, in denen jeweils nach dem Lichtfleck der entsprechenden LED gesucht wurde. Rechts ist eine Ausschnittsvergrößerung des Lichtflecks einer einzelnen Leuchtdiode gezeigt.*

In Abb. 9.1 ist eine der Aufnahmen sowie der Bereich um eine LED im Detail gezeigt. Man erkennt, daß das Signal wesentlich stärker als der Untergrund ist, weshalb auf eine Bildkorrektur verzichtet werden konnte. Es wurden jeweils drei Teilbereiche aus den Bildern ausgeschnitten, in denen nur eine Leuchtdiode zu sehen war. Für die Bestimmung der Positionen wurden diese drei kleineren Bilder mit *find_led* bearbeitet. Außerdem wurde die Breite der LED-Peaks untersucht (*take_spot*).

9.2 Fokussierung

Über die Breite der LED-Peaks kann man die Fokussierung überprüfen. Da die LEDs stets im gleichen Abstand bei der gleichen Helligkeit betrieben wurden, rühren Unterschiede in den Abbildern der LEDs lediglich vom Grad der Fokussierung her. Wie in Kapitel 8.3.3 erläutert, war es schwierig, eine perfekte Abbildung der Fokalebene auf den Chip zu erhalten. Deshalb lohnt sich zunächst ein Blick auf die RMS-Werte für die LED-Spots aller LED-Aufnahmen (s. Abb. 9.2).

Bei einigen Aufnahmen war das Objektiv defokussiert, was sich in einer erhöhten Breite des Abbilds der LEDs bemerkbar macht. Bei den darauffolgenden Aufnahmen war die Fokussierung nicht mehr stabil. Vielmehr scheint sich das Objektiv von

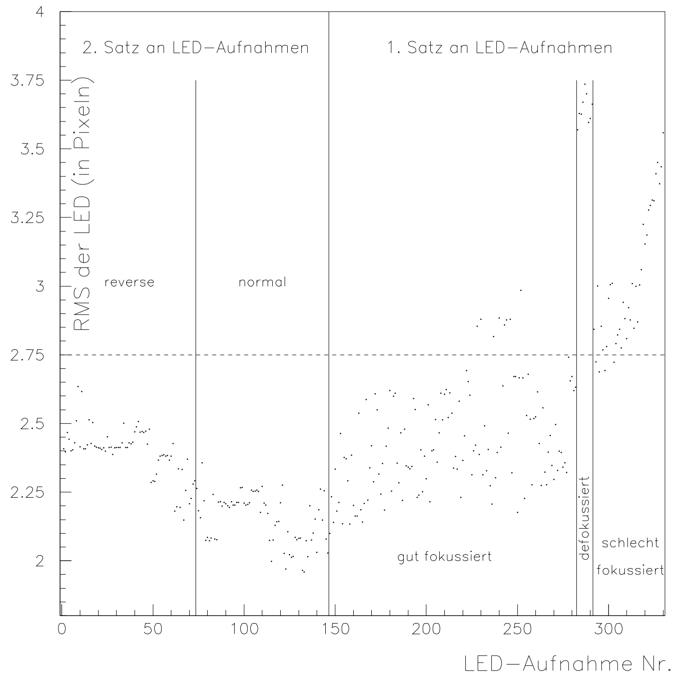


Abbildung 9.2: *RMS der LEDs in der Reihenfolge der Aufnahme. Bei jedem vertikalen Strich wurde zur Fokussierung das Objektiv etwas gedreht. Alle Aufnahmen unterhalb einer Schwelle (gestrichelt) können als gut fokussiert bezeichnet werden.*

Aufnahme zu Aufnahme etwas verstellt zu haben. Ursachen dafür könnten mechanische Schwingungen sein, die das Teleskop aufgrund der Nachführung und bei Wind ausführt. Nur die Bilder können als gut fokussiert bezeichnet werden, bei denen die LED-Abbilder kleiner als eine Grenze blieben. In Abb. 9.2 wurde so eine Schwelle gewählt. Sie wird in Kapitel 11 verwendet.

Man kann die unterschiedlich gute Fokussierung auch direkt in den Bildern sehen (s. Abb. 9.3). Neben der Verbreiterung des Peaks ist auch der Schwerpunkt aus dem geometrischen Mittelpunkt verschoben. Dies ist nicht verwunderlich, da die LEDs dann außerhalb der Fokalebene und off-axis abgebildet werden. Für Positionsbestimmungen können also nur gut fokussierte Aufnahmen verwendet werden.

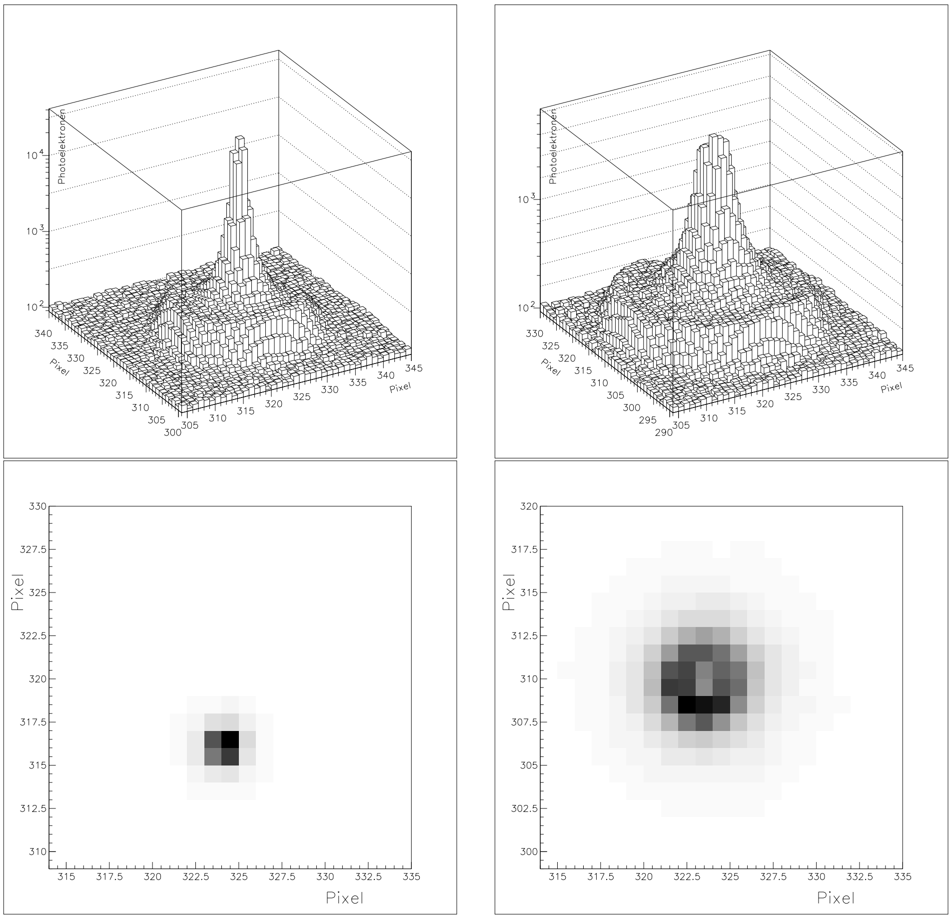


Abbildung 9.3: *Links ist eine gut fokussierte LED-Aufnahme gezeigt, rechts hingegen ist das Bild defokussiert. In den unteren Bildern erkennt man, daß geometrischer Mittelpunkt und Schwerpunkt dann nicht mehr zusammenfallen.*

9.3 Abbildungsgeometrie

Da sich der Schirm mit den LEDs abhängig von der Stellung des Teleskops etwas bewegt (die Kameramasten biegen sich durch, s. Kap. 9.5), wurde im folgenden ein festes Referenzsystem eingeführt: Es ergibt sich aus den gemittelten Positionen $\vec{m}_1$, $\vec{m}_2$, $\vec{m}_3$ der LEDs. Mit

$$\begin{aligned} \vec{u_{21}} &:= \vec{m}_2 - \vec{m}_1 \\ \vec{u_{32}} &:= \vec{m}_3 - \vec{m}_2 \end{aligned}$$

läßt sich jeder Punkt $\vec{y}$ auf dem Chip folgendermaßen darstellen:

$$\vec{y} = y_1 \cdot \vec{u_{32}} + y_2 \cdot \vec{u_{21}} \tag{9.1}$$

Durch diese Darstellung ist die Umrechnung von CCD-Pixeln zu Millimetern in der Fokalebene leicht: Man identifiziert die gemittelten LED-Positionen $\vec{m_1}$, $\vec{m_2}$, $\vec{m_3}$ auf dem Chip mit den Positionen der LEDs $\vec{l_1}$, $\vec{l_2}$, $\vec{l_3}$ auf der weißen Platte. Diese Positionen wurden mechanisch auf 0.01 mm genau vermessen. $\vec{u_{21}}$ und $\vec{u_{32}}$ entsprechen dann:

$$\begin{aligned} \vec{v_{21}} &:= \vec{l_2} - \vec{l_1} \\ \vec{v_{32}} &:= \vec{l_3} - \vec{l_2} \end{aligned}$$

Der Punkt $\vec{x}$ in der Fokalebene werde auf $\vec{y}$ abgebildet. Wegen der Linearität der Abbildung folgt, daß er die Koordinaten

$$\vec{x} = y_1 \cdot \vec{v_{32}} + y_2 \cdot \vec{v_{21}} \tag{9.2}$$

hat, mit denselben Koeffizienten y_1, y_2 wie in Gleichung 9.1. Damit kann man also Koordinaten auf dem Chip in Positionsangaben in der Fokalebene umwandeln.

Zu der linearen Abbildung zwischen dem LED-Referenzsystem und den Chipkoordinaten tragen vor allem zwei Effekte bei: Die LEDs können gegenüber dem CCD-Chip verdreht sein, und die CCD-Kamera schaut unter einem gewissen Blickwinkel auf den Schirm. Beide Winkel können aus den Daten ermittelt werden.

- **Blickwinkel CCD-Kamera zu Fokalebene**
  Da die CCD-Kamera etwas unterhalb der optischen Achse des Teleskops angebracht war, schaute sie unter einem Winkel β auf den Schirm. Dies verkürzt die Verbindungsline LED 1 - LED 2 perspektivisch. Es gilt:

  $$\cos\beta = \frac{|\vec{v_{32}}|}{|\vec{u_{32}}|} \cdot \frac{|\vec{u_{21}}|}{|\vec{v_{21}}|} \tag{9.3}$$

  Aus den Meßwerten ergab sich

  $$\beta = (4.5 \pm 0.1)^\circ \tag{9.4}$$

  Eine Abhängigkeit von der Teleskopausrichtung wurde nicht festgestellt.

- **Verdrehung LEDs zu CCD-Chip**
  Der Winkel α ergibt sich direkt aus den gemessenen Koordinaten $\vec{m_1}$, $\vec{m_2}$, $\vec{m_3}$. Wenn $\vec{u_{32}}$ die x-Achse auf dem Schirm definiert, ergibt sich mit

  $$\cos\alpha = \frac{\vec{u_{32}} \cdot \vec{e_x}}{|\vec{u_{32}}|} \tag{9.5}$$

  folgendes Ergebnis:

  $$\alpha = (0.32 \pm 0.09)^\circ \tag{9.6}$$

  Auch dieser Winkel war unabhängig von der Stellung des Teleskops.

Für die folgenden Kapitel sind die aus der Abbildungsgeometrie festgelegten Umrechnungsfaktoren zwischen CCD-Pixeln, Millimetern in der Fokalebene und Grad am Himmel hilfreich. Sie betragen:

1 ↓ entspricht ... →	CCD-Pixel	mm in Fokalebene	Grad am Himmel
CCD-Pixel	1.00	0.9269	0.0108
mm in Fokalebene	1.0789	1.00	0.0117
Grad am Himmel	92.95	85.47	1.00

9.4 Genauigkeit der LED-Positionen

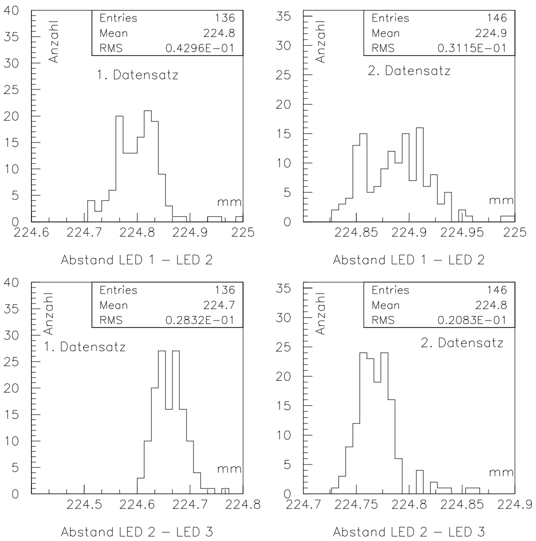


Abbildung 9.4: *Die Verteilung der gemessenen Abstände zwischen zwei LEDs. Die Breiten betragen typischerweise 0.03 mm.*

Die Genauigkeit, mit der man die LED-Positionen bestimmen kann, läßt sich daraus ermitteln, wie stark der Abstand der LEDs zueinander schwankt. Die Breite der Abstandsverteilung (s. Abb. 9.4) von rund 0.03 Pixeln entspricht einer Genauigkeit der Positionsbestimmung von $0.03/\sqrt{2} \approx 0.02$ Pixeln.

9.5 Relativ-Bewegung LEDs zu CCD-Chip

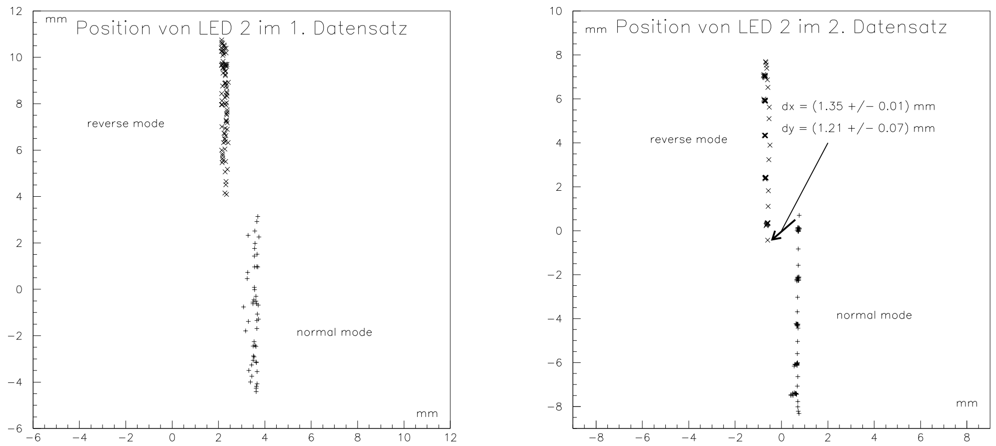


Abbildung 9.5: *Die gemessenen Positionen von LED 2 zeigen, daß sich die LEDs relativ zur CCD-Kamera bewegen. Die Bewegung versteht man als Kombination der Durchbiegung der Kameramasten und einem Sprung im Zenit.*

Die LEDs bewegen sich durch zwei Effekte relativ zum CCD-Chip (s. Abb. 9.5). Zum einen biegen sich die Kameramasten aufgrund der Gewichtskraft durch, zum anderen ändert sich der optische Abbildungsweg im Zenit sprunghaft. Andere dynamische Effekte wie eine Verdrehung oder Verkippung der Kamera konnten nicht festgestellt werden.

- **Durchbiegung der Kameramasten**
  Die Abweichungen der LED-Positionen von der gemittelten Position in Abhängigkeit der Stellung des Teleskops zeigt Abb. 9.6 für den zweiten Datensatz. Man erkennt, daß die Abweichung umso größer ist, je kleiner die Altitude des Teleskops ist. Das ist leicht verständlich: Die leichten Masten tragen die relativ schwere Photomultiplier-Kamera, auf die die Gewichtskraft $\vec{G}$ wirkt. Sie hat eine Komponente in Richtung der Masten und eine Komponente senkrecht dazu: $\vec{G} = \vec{G_\parallel} + \vec{G_\perp}$. Die Orthogonalkomponente $\vec{G_\perp} = \left|\vec{G}\right| \cdot \cos alt$ verbiegt die Masten soweit, bis die elastische Gegenkraft $\vec{F_{el}}$ die Orthogonalkomponente ausgleicht. Da die Verbiegung v klein ist, gilt $\left|\vec{F_{el}}\right| = \delta \cdot v$ mit einer für die Konstruktion charakteristischen Proportionalitätskonstanten δ. Man erwartet also:

$$v \sim \cos alt \tag{9.7}$$

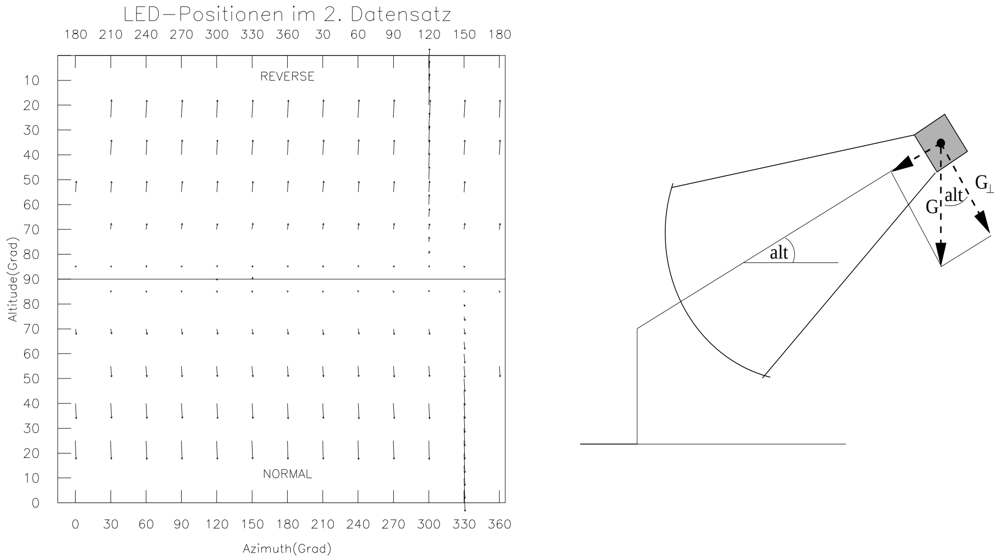


Abbildung 9.6: *Links ist die gemessene Verschiebung der LEDs im 2. Datensatz in Abhängigkeit der Stellung des Teleskops in Altitude und Azimut aufgetragen (bel. Einheiten). Sie wird von der Durchbiegung der Kameramasten dominiert, die im rechten Bild erklärt wird.*

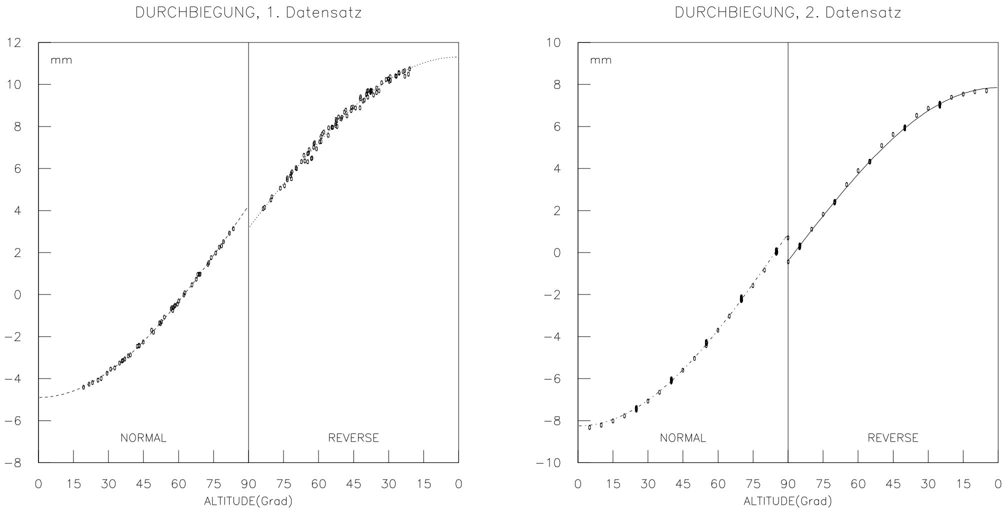


Abbildung 9.7: *Die Abweichungen der LED-Positionen von einer Referenzposition folgen einer Kosinus-Kurve, wie man es durch die Durchbiegung der Kameramasten erwartet.*

Abb. 9.7 zeigt, daß diese Erwartung hervorragend bestätigt wird. Die Meßpunkte folgen der Kosinus-Kurve sehr genau. Die noch verbleibenden Residuen liegen im Bereich von etwa 0.1 Pixeln (vgl. Kap 9.4). Die Fits durch die Meßpunkte ergeben:

Fits (mm)	
1. Datensatz (normal)	$(-9.12 \pm 0.61) \cdot \cos alt - (0.72 \pm 0.38)$
2. Datensatz (normal)	$(-9.14 \pm 0.38) \cdot \cos alt + (0.89 \pm 0.24)$
1. Datensatz (reverse)	$(8.13 \pm 0.49) \cdot \cos alt - (1.77 \pm 0.32)$
2. Datensatz (reverse)	$(8.23 \pm 0.39) \cdot \cos alt - (0.39 \pm 0.24)$

Auch eine Verbiegung der CCD-Optik kann diese Funktionalität haben. In Kap. 10.3 wird aber gezeigt, daß die Bewegung der CCD-Kamera etwa gleich groß wie der Fehler auf die Koeffizienten in obiger Tabelle ist und somit nicht signifikant beiträgt.

- **Sprung im Zenit**
  Man erkennt in Abb. 9.7 ebenfalls die Unstetigkeit im Zenit wieder. Da die CCD-Kamera beim Wechsel von „normal" zu „reverse mode" (oder umgekehrt) mit dem Teleskop auf den Kopf gestellt wird, kann ein Teil der Optik dabei ein wenig gekippt sein. Mögliche Ursachen könnten sein:

  – Die Verbindung zwischen CCD-Kamera und 50 mm-Objektiv war auch in der zweiten Meßkampagne nicht optimal stabil.

  – Eine der Linsen im Objektiv war etwas locker.

  – Der CCD-Chip selbst wackelte etwas in der CCD-Kamera.

  Ausgeschlossen werden kann, daß die Kameramasten im Zenit um $0.01°$ kippen - dann müßte der Sprung gerade das umgekehrte Vorzeichen haben.

  Die Daten werden bis auf den Sprung im Zenit sehr gut durch Gleichung 9.7 beschrieben. Deshalb kann man annehmen, daß der kippende Teil der Optik nur zwei Ruhepositionen hatte. Bei einigen Nach-Versuchen in Heidelberg zeigte sich, daß auch eine stabilere Verbindung zwischen Objektiv und Kamera dieses Problem nicht vollständig behob. Es bleibt somit vorerst unklar, was die wirkliche Ursache war.

  Die Größe des Sprungs läßt sich aus den beiden Messungen im Zenit ermitteln. Die vertikale Komponente steckt außerdem in der Differenz der beiden Kosinus-Kurven aus Abb. 9.7 bei $alt = 90°$, die horizontale Komponente ebenfalls in der Differenz der x-Koordinaten der für die beiden „modes" gemittelten

LED-Positionen. Aus beiden Quellen ergibt sich übereinstimmend:

$$dx = (1.35 \pm 0.10)\,\mathrm{mm}$$
$$dy = (1.21 \pm 0.07)\,\mathrm{mm}$$

9.6 Reproduzierbarkeit der LED-Positionen

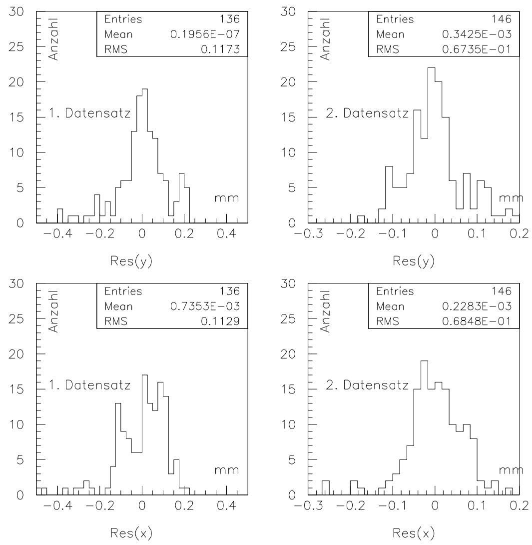


Abbildung 9.8: *Die Residuen aus den Fits auf die x- und y-Achse projiziert. Die typische Breite ist 0.1 mm.*

Die Residuen aus dem Fit in Abb. 9.7 (unter Berücksichtigung des Sprungs im Zenit) zeigen keine systematischen Abhängigkeiten mehr. Die Breiten der Verteilungen betragen etwa 0.1 mm (s. Abb. 9.8). Das ist rund fünf Mal breiter, als man es aus der Genauigkeit der Positionsbestimmung erwarten würde (s. Kap. 9.4).

Der Grund für den Unterschied kann ein Hystereseeffekt sein: Die Positionen der LEDs sind geringfügig davon abhängig, wo das Teleskop zuvor hingezeigt hat (s. Abb. 9.9). Es könnten sowohl die Kameramasten nur auf $\frac{1}{10}$ mm genau in die jeweilige Position zurückkehren, oder die Aufhängung der CCD-Kamera könnte einen Hystereseeffekt der Größe von etwa 0.001° zeigen. Welcher Effekt die Ursache war, läßt sich nicht aus den gemessenen Daten ermitteln.

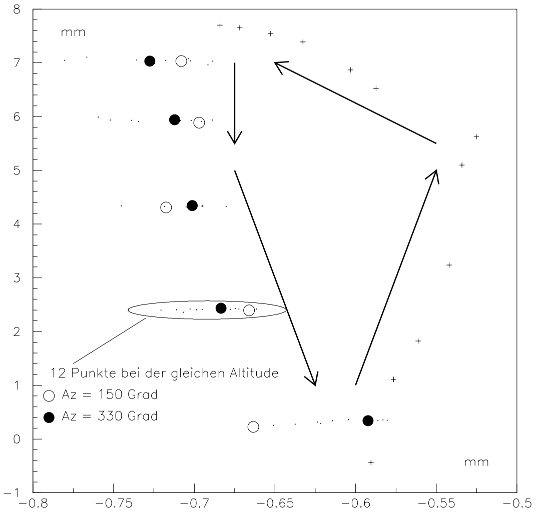


Abbildung 9.9: *Vergrößerung eines Teils von Abb. 9.5 rechts. Die Pfeile geben an, wie das Teleskop bewegt wurde. Die Positionen der LEDs in horizontaler Richtung hängen systematisch davon ab, ob das Teleskop von unten nach oben oder umgekehrt bewegt wurde. Die 12 Meßpunkte, die jeweils bei einer Altitude gewonnen wurden, zeigen jedoch keine systematische Abhängigkeit mehr, wie man an den zwei markierten Azimut-Werten sieht.*

Die Genauigkeit, mit der die Positionen der LEDs in einem Bild bestimmt werden können, liegt also bei rund 0.02 Pixeln. Die LEDs kehren typischerweise aber nur auf 0.1 Pixel genau in eine bestimmte Position zurück, wenn das Teleskop zweimal eine bestimmte Position an der Himmelskugel anfährt.

Kapitel 10

Pointing

Wenn das Teleskop auf einen bestimmten Stern gerichtet wird, dann sollte dieser im Idealfall in der Mitte der Photomultiplier-Kamera abgebildet werden. In der Praxis treten aus den in Kapitel 4.2.1 genannten Gründen Abweichungen von bis zu 0.5° auf. Diese möchte man korrigieren können. Gesucht ist also eine Funktion $\vec{dx}(alt, az)$, die für alle Himmelspositionen die Abweichungen beschreibt.

10.1 Gewinnung der Daten

Es wurde versucht, an möglichst vielen Himmelspositionen Aufnahmen von Sternabbildern zu machen. In der beschränkten Meßzeit gelang dies an 182 Positionen (81 im „normal“, 101 im „reverse mode“, 129 ohne Mond am Himmel, 53 bei Mond). Die Belichtungszeiten lagen zwischen 1 und 64 Sekunden. Um die Position des Abbilds festzulegen, gibt es zwei Möglichkeiten (s. Kap. 6.6):

- Der Schwerpunkt der Lichtverteilung
- Die Lage des Maximums einer angefitteten zweidimensionalen Gaußkurve

Experimentell sind die Unterschiede zwischen den jeweiligen Positionen sehr gering.

Außerdem kann man zwei Koordinatensysteme verwenden:

- Positionsangaben relativ zum CCD-Chip
- Positionsangaben relativ zu den LED-Positionen

Letzteres garantiert, daß die Positionen unabhängig von der Bewegung der CCD-Kamera sind, außerdem sind so direkte Vergleiche mit den Pointruns (s. Kap. 4.2) möglich. Die Unterschiede zwischen den beiden Systemen ergeben sich aus der Relativ-Bewegung CCD-Chip zu Photomultiplier-Kamera (s. Kap. 9.5).

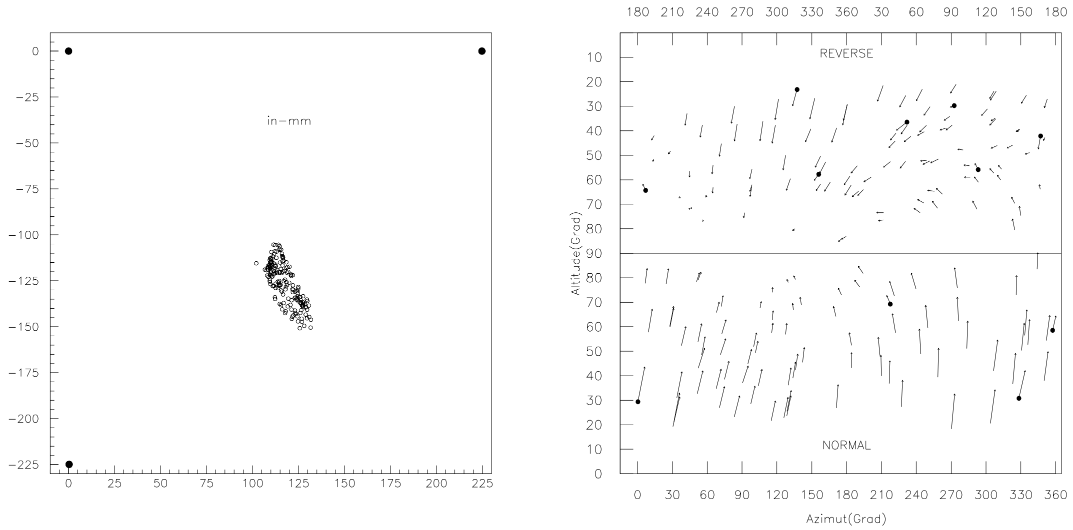


Abbildung 10.1: *Links: Unkorrigierte Positionen der Schwerpunkte der Sternabbilder. Die drei schwarzen Punkte stellen das Referenzsystem der LEDs dar. Rechts: Die Abweichungen vom Mittelpunkt der Photomultiplier-Kamera aufgelöst nach den Himmelspositionen in willkürlichen Einheiten. Die 11 markierten Messungen fallen aus dem ansonsten stetigen Vektorfeld etwas heraus.*

In Abb. 10.1 links sind die gemessenen Positionen im LED-Referenzsystem aufgetragen. Man sieht deutlich die Streuung um bis zu 5 cm entsprechend rund 0.5°. Das RMS in vertikaler Richtung beträgt rund 0.2°, in horizontaler Richtung etwa 0.1°. Trägt man den jeweiligen Vektor zwischen Mittelpunkt der Photomultiplier-Kamera und Sternabbild gegen die Himmelspositionen auf, so erhält man das in Abb. 10.1 rechts gezeigte Vektorfeld. Die elf markierten Vektoren, die nicht in das ansonsten stetige Vektorfeld passen, wurden aussortiert. Dieses Vorgehen ist zwar kritisch, allerdings konvergieren die numerischen Fits aus Kap. 10.3 sehr schlecht, wenn Ausreißer in einem Datensatz vorhanden sind. Um zuverlässige Aussagen ableiten zu können, wurde mit den 171 im Datensatz verbleibenden Vektoren gearbeitet. Für die Zukunft sollte hier aber ein selbstkonsistentes Verfahren gefunden werden, mit dem man eventuelle Ausreißer identifizieren kann, ohne Information aus anderen CCD-Bildern zu verwenden. Für die Pointruns wird beispielsweise die Differenz der auf zwei Weisen bestimmten Positionen des Lichtflecks als Kriterium verwendet. Die Übertragung auf die CCD-Bilder war für diese Arbeit allerdings nicht geeignet: Die

Differenz der über den Schwerpunkt oder über einen Gaußfit ermittelten Koordinaten war kein geeignetes Kriterium, um die Ausreißer auszuselektieren. Wahrscheinlichste Ursache für die Ausreißer sind Tippfehler bei der Eingabe der Sternkoordinaten während der nächtlichen Messungen. Dieses Problem läßt sich leicht durch eine automatisierte Übergabe der Sternpositionen lösen.

10.2 Genauigkeit der Positionsbestimmungen

Bei den HEGRA-Teleskopen ist die Nachführgenauigkeit größer als die Positioniergenauigkeit. Erstere ist durch die Auflösung der Schrittmotoren ($(3.7 \cdot 10^{-4})^\circ$) limitiert, da die Nachführung an die Soll-Nachführgeschwindigkeit angekoppelt ist ([Püh 96]). Mit maximal dieser Genauigkeit kann das Teleskop eine einmal angefahrene Stelle am Himmel nachführen. Allerdings ist die Genauigkeit, mit der man eine bestimmte Himmelsposition anfahren kann, durch die Winkelkodiererauflösung auf $0.022^\circ/\sqrt{12}$ begrenzt. Außerdem trägt die Umrechnung von Himmelskoordinaten zu Winkelkodiererwerten bei, die in der Steuersoftware nur auf 0.007° genau implementiert ist.

Diese beiden Genauigkeiten möchte man messen können. Die naheliegende Idee, den Unterschied zwischen Schwerpunkt und Zentroid einer angefitteten Gaußfunktion zu verwenden, ist jedoch falsch, da die beiden Positionen nicht unabhängig voneinander sind. Man erhält daraus nur eine untere Grenze für die Genauigkeit. Man kann mit *acc_of_cog(bild)* den statistischen Fehler der Schwerpunktsposition bestimmen und systematische Effekte durch die Bildverarbeitung abschätzen. Dieses Vorgehen erscheint am geeignetsten, um Fehler auf Positionen angeben zu können.

Der statistische Fehler der Positionsbestimmung (s. Abb. 10.2) beträgt in den untersuchten Bildern etwa 0.01 CCD-Pixel ($(1 \cdot 10^{-4})^\circ$). Nimmt man den systematischen Fehler konservativ als doppelt so groß an, dann kann man die Genauigkeit der Positionen von Lichtflecken zu rund $(2 \cdot 10^{-4})^\circ$ annehmen. Dies ist noch etwas genauer als die Nachführgenauigkeit, so daß man sie überprüfen kann.

10.2.1 Test der Nachführgenauigkeit

Es wurden 100 Aufnahmen eines nachgeführten Lichtflecks gemacht. Trägt man die aus diesen Bildern bestimmten Positionen auf (s. Abb. 10.3 links), so tragen neben der Ungenauigkeit der Bildverarbeitung auch die Nachführungenauigkeit, Teleskopschwingungen und die sich von einer Aufnahme zur nächsten ändernden Pointing-Fehler bei. Dies macht sich als langsame Wanderung des Lichtflecks mit

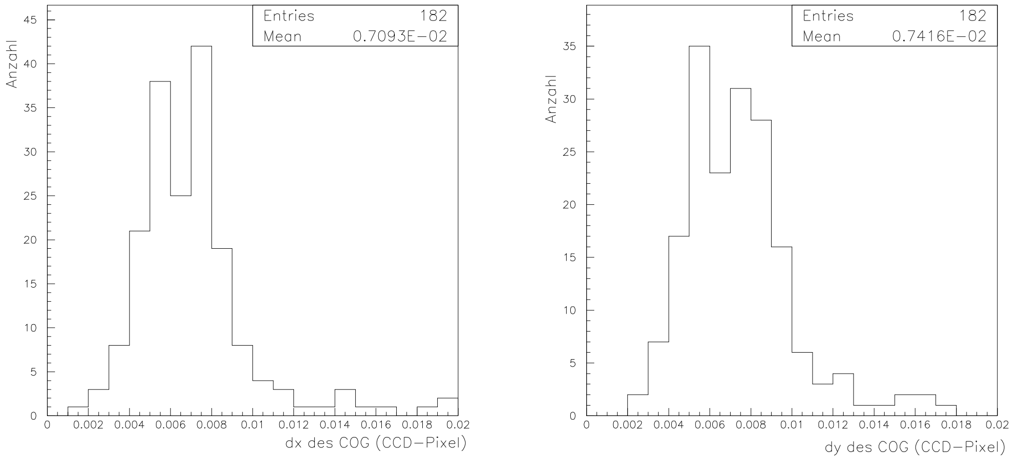


Abbildung 10.2: *Der statistische Fehler der Lichtfleckpositionen beträgt für beide Koordinaten jeweils etwa 0.007 CCD-Pixel.*

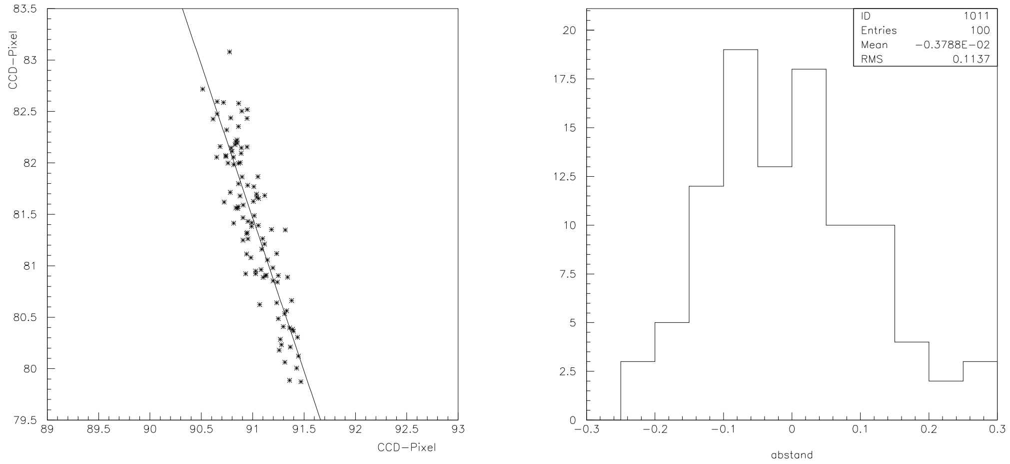


Abbildung 10.3: *Die Position eines nachgeführten Lichtflecks (links) wandert langsam von einer Aufnahme zur nächsten. Die Gerade stellt einen Fit an die Punkte dar. Überlagert ist die Streuung der Positionen durch die Nachführung und Teleskopschwingungen. Der Abstand von der gemittelten Bewegung (rechts) stellt ein Maß für diese Streuung dar.*

einer überlagerten zufälligen Streuung bemerkbar (zu sehen, wenn man die Punkte der zeitlichen Reihenfolge nach mit einer Linie verbindet). Ursache für die Wanderung ist, daß sich das Teleskop durch die Nachführung bewegt, und sich folglich der Vektor der Fehlausrichtung (s. Abb. 10.1 rechts) zeitlich ändert. Legt man eine Gerade durch die Punkte, so stellt die Streuung des Abstands der rekonstruierten Positionen von dieser Geraden ein Maß für die Nachführgenauigkeit dar (s. Abb. 10.3 rechts). Sie beträgt etwa 0.1 CCD-Pixel (0.001°). Dies ist rund 20 Mal genauer als die Winkelkodiererauflösung. Das Teleskop hat während dieser 100 Aufnahmen also sehr genau nachgeführt, da die Genauigkeit ±3 Motorschritte entspricht.

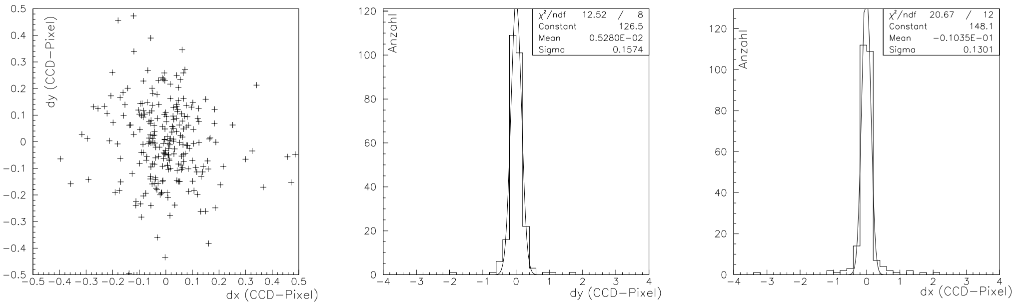


Abbildung 10.4: *Die Verteilung der Koordinaten um eine jeweils gemittelte Position in 260 Bilder von 22 Objekten streut ähnlich stark wie die in Abb.10.3.*

Bei weiteren 22 Objekten wurden je rund 12 Aufnahmen untersucht, die unter gleichen Bedingungen entstanden. Die Verteilung der Koordinaten um die jeweils mittlere Position herum läßt sich durch eine Gaußkurve annähern (s. Abb. 10.4), die in beiden Richtungen etwa 0.14 CCD-Pixel (0.0014°) breit ist. Die etwas höhere Ungenauigkeit erklärt sich dadurch, daß nicht auf das sich während der Bildgewinnung (Dauer: rund 10 Minuten) ändernde Pointing korrigiert wurde, was in der Verteilung aus Abb. 10.3 rechts herausgerechnet war.

10.2.2 Unabhängigkeit vom Objekt und der Belichtungszeit

Bestimmt man wie in Kap. 10.2.1 in verschiedenen Bildern derselben Lichtflecke die Positionen der Schwerpunkte, so zeigt sich, daß die Streuung der Koordinaten um die gemittelte Position herum im verwendeten dynamischen Bereich nicht von der Zahl der deponierten Photoelektronen abhängt (s. Abb. 10.5). Dies ist nicht erstaunlich, da die Objekte und Belichtungszeiten ja angemessen gewählt wurden.

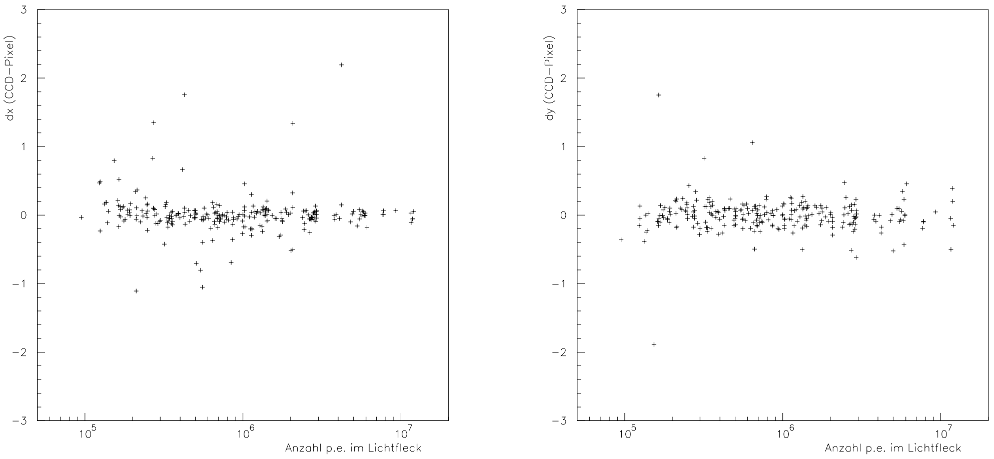


Abbildung 10.5: *Die Abweichungen der Koordinaten von einer jeweiligen mittleren Position (dx,dy) in Abhängigkeit der Zahl der deponierten Photoelektronen*

10.3 Korrektur mit der herkömmlichen Methode

Man möchte das gemessene Vektorfeld mit dem mechanischen Modell aus Kap. 4.2.1 verstehen. Deshalb fittet man die Parameter des Modells so, daß die Daten optimal beschrieben werden. Das Ergebnis kann man anschließend veranschaulichen, indem man die so erhaltene Korrekturfunktion auf die Daten anwendet.

Die einzelnen Positionen nach der Korrektur (s. Abb. 10.6) liegen sehr eng beieinander. Die Verteilung der auf die Achsen projizierten, korrigierten Positionen zeigt Abb. 10.7. Die RMS der verbleibenden Verteilungen betragen rund 0.013°. Dies ist bereits genauer als die Auflösung der Winkelkodierer des Teleskops, so daß dies nicht mehr wesentlich schlechter ist als die prinzipiell erreichbare Auflösung entsprechend der Positioniergenauigkeit von $\approx 0.022°/\sqrt{12}$.

Neben den korrigierten Positionen erhält man aus dem Modell auch die Werte der einzelnen Parameter. Drei der neun Parameter beschreiben Konstanten, die nicht mit den Werten aus Pointruns verglichen werden können. Tabelle 10.1 faßt die Ergebnisse für die sechs vergleichbaren Parameter bei den verschiedenen Methoden zusammen. Die Parameter stimmen im Rahmen ihrer Fehler nicht überein. Man kann allerdings leicht zeigen, daß sich die Unterschiede für die Korrektur der Positionen nicht stark auswirken, indem man das mechanische Modell auf die mit der CCD-Kamera gemessenen Position unter Verwendung der Parameter anwendet, die aus Pointruns bestimmt wurden. Dann ergibt sich für die Breite der Verteilung

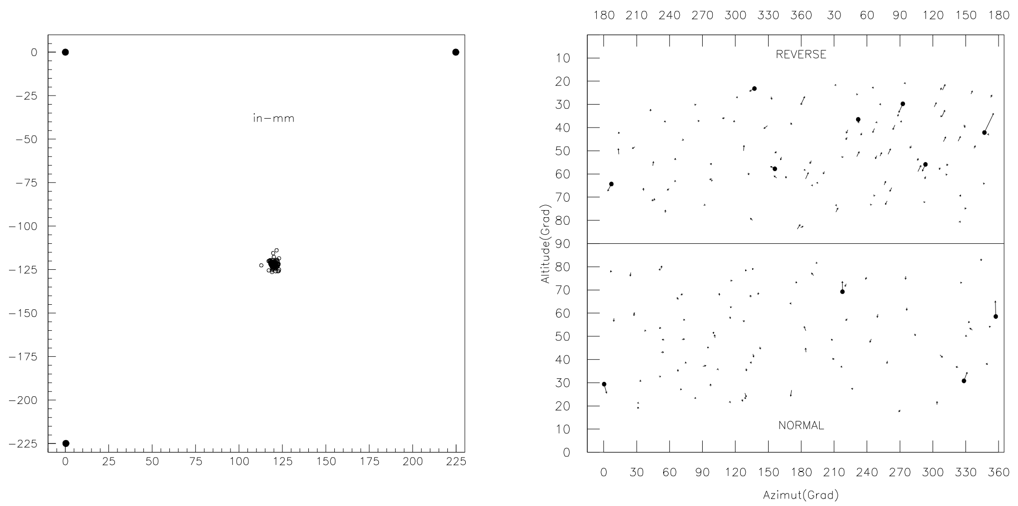


Abbildung 10.6: *Links: Die mittels des mechanischen Modells korrigierten Positionen aus Abb. 10.1 im gleichen Maßstab. Rechts: Die korrigierten Vektoren sind sehr klein.*

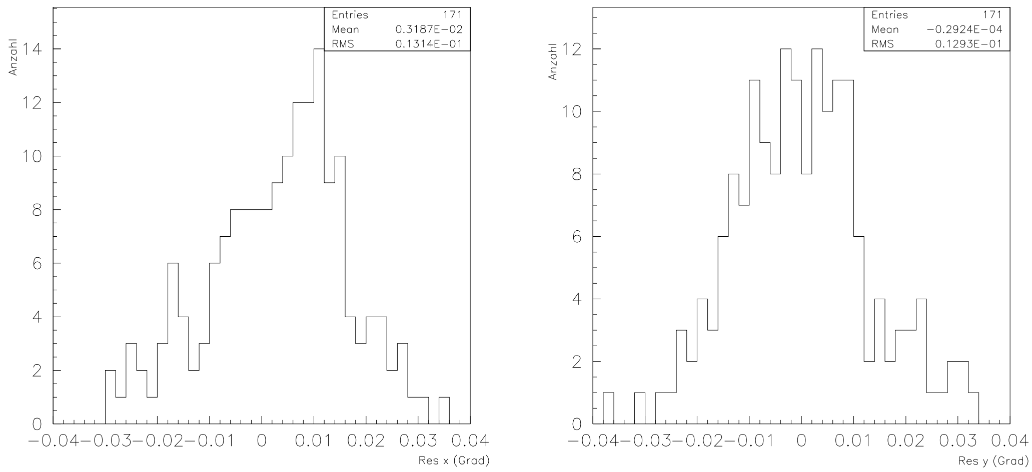


Abbildung 10.7: *Die Verteilungen der korrigierten Positionen aus Abb 10.6*

der Residuen 0.015° bzw. 0.018° für dx bzw. dy verglichen mit jeweils 0.013° in Abb. 10.7. Man kann vermuten, daß es noch systematische Unterschiede zwischen der herkömmlichen Methode und der mit der CCD-Kamera gibt. Im Rahmen dieser Arbeit wurde auf die Suche dieser Effekte im Prozentbereich verzichtet.

Methode Bezugssytem	Pointruns PM-Kamera	Schwerpunkt LEDs	Gaußfit LEDs	Schwerpunkt CCD-Chip	Gaußfit CCD-Chip	Fehler auf alle Meßwerte
Bending	0.173 ± 0.001	0.180	0.181	0.269	0.270	0.001
Az-Achse:						
Verkippung	0.087 ± 0.001	0.073	0.073	0.073	0.073	0.001
Phase	209.7 ± 0.7	220.0	220.1	220.8	221.0	0.5
Wi.kod. Az:						
Fehler	0.002 ± 0.002	0.011	0.011	0.015	0.015	0.001
Phase	10.4 ± 70.0	105.7	111.6	91.6	84.2	4.0
Schiefe Alt-						
zu Az-Achse	0.057 ± 0.005	0.062	0.064	0.061	0.064	0.002

Tabelle 10.1: *Vergleich der Parameter des mechanischen Modells bei den verschiedenen Methoden, die Daten zu gewinnen. Alle Angaben sind in Grad. Die Sternpositionen wurden einmal auf das LED-System bezogen (entsprechend der Photomultiplierkamera) und einmal auf den CCD-Chip.*

Über die Pointruns wird zur Zeit eine Genauigkeit von 0.008° erreicht. Allerdings ist ein direkter Vergleich mit der CCD-Methode nicht sinnvoll, da bei den Pointruns zum einen eine gut erprobte Datenselektion vorgenommen wird, und zum anderen wesentlich weniger (~ 20) Datenpunkte für den Fit verwendet werden.

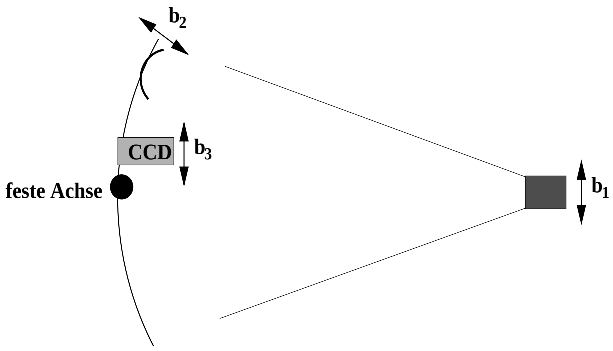


Abbildung 10.8: *Drei Effekte führen zu einer* $\cos alt$*-Abhängigkeit der vertikalen Verschiebung der Lichtflecken von Sternabbildern*

Der Bending-Parameter, der eine vertikale Verschiebung proportional zu $\cos alt$ beschreibt, unterscheidet sich je nach Bezugssystem, da sich nach Kap. 9.5 die Photomultiplierkamera relativ zur CCD-Kamera bewegt. Drei Effekte können zu ihm beitragen, die alle die genannte Funktionalität haben (s. Abb. 10.8):

1. Die Photomultiplierkamera mit den LEDs bewegt sich (b_1).
2. Die einzelnen Spiegel verändern ihre Lage (b_2).
3. Die CCD-Kamera bewegt sich (b_3).

Der erstgenannte Effekt verschiebt das Sternabbild relativ zu den LEDs nach oben, der zweite nach unten und der dritte kann je nach dem, was sich an der CCD-Kamera bewegt, beide Vorzeichen haben. In Kap. 9.5 wurde die Summe der Effekte b_1 und b_3 bestimmt. Bezieht man die Sternpositionen auf die LEDs (zweite und dritte Spalte in Tab. 10.1), so mißt man die Summe aus b_1 und b_2. Bezieht man sie auf den CCD-Chip (vierte und fünfte Spalte in Tab. 10.1), so mißt man $b_2 + b_3$, da in diesem Fall die Bewegung des Schirms irrelevant ist.

$$
\begin{aligned}
(\text{LEDs zu CCD}) &= b_1 + b_3 \\
(\text{LEDs zu Stern}) &= b_1 + b_2 \\
(\text{CCD zu Stern}) &= b_2 + b_3
\end{aligned}
\tag{10.1}
$$

Löst man dieses Gleichungsystem auf, so erhält man:

$$
\begin{aligned}
b_1 &= (0.095 \pm 0.005)^\circ \\
b_2 &= (-0.275 \pm 0.005)^\circ \\
b_3 &= (0.005 \pm 0.005)^\circ
\end{aligned}
\tag{10.2}
$$

Die CCD-Kamera bewegt sich also kaum. Erstaunlicherweise überwiegt jedoch die Instabilität der Spiegelaufhängung das Durchbiegen der Masten. Anschaulich heißt dies, daß ein Stern umso weiter nach unten versetzt abgebildet wird, je zenitferner er steht. Aus dem reinen Durchbiegen der Masten hätte man gerade das umgekehrte Vorzeichen erwartet. Damit hat sich die Frage in der Arbeitsgruppe geklärt, warum man in den Pointruns bislang dieses „falsche“ Vorzeichen für die Durchbiegung sieht.

10.4 Entwicklung nach einem Funktionensystem

Etwas nachteilig an dem im vorhergehenden Abschnitt besprochenen Verfahren ist, daß der Fit nur dann funktionieren kann, wenn man im Modell alle für das Pointing wichtigen Effekte und ihre Funktionalität kennt. Träte beispielsweise ein neuer Effekt mit einer anderen Funktionalität auf, so würde der Fit ihn nicht reproduzieren können, solange niemand das Modell entsprechend verändert.

Beim Aufbau der HESS-Teleskope wird es zu so einer Situation kommen: Man kennt a priori nicht alle wichtigen Effekte. Deshalb wäre es einfacher, ein vollständiges

Funktionensystem zu fitten, das alle denkbaren Funktionalitäten beschreiben kann. Ist es geeignet gewählt, so werden in der Praxis wenige Ordnungen genügen, um die Daten zu beschreiben. Allerdings hat man dann keine mechanische Information mehr darüber, warum das Teleskop etwas falsch positioniert.

Die Methode läßt sich mit dem HEGRA-System ausprobieren, und man wird ihr Vertrauen schenken, wenn sie die Ergebnisse der Fits aus Kap. 10.3 reproduziert.

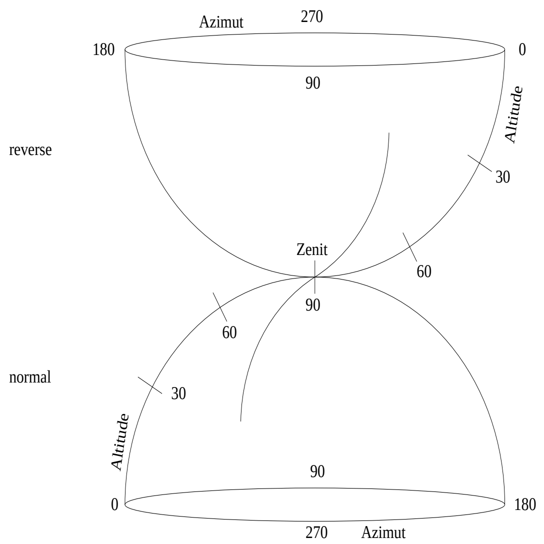


Abbildung 10.9: *Topologie der möglichen Teleskopausrichtungen bei der alt-azimutalen Montierung*

Zunächst benötigt man ein geeignetes Funktionensystem, das die Symmetrien und Randbedingungen des Problems automatisch erfüllt. Die Topologie der möglichen Teleskopausrichtungen zeigt zwei aufeinandergesetzte Halbkugeln (Abb. 10.9). Ihr Berührpunkt ist der Zenit. Allerdings ist er für das Teleskop kein einzelner Punkt. Die Teleskopausrichtung kann davon abhängen, von welchem Azimutwert aus man den Zenit anfährt. Wie bei jedem anderen Altitude-Wert auch ist die Stellung der Azimut-Achse nicht egal. Deshalb sind Himmelsdarstellungen wie in Abb. 10.6 rechts für das Teleskop keine verzerrte Darstellung der Himmelskugel, sondern zeigen den gesamten möglichen Werteraum für die Winkelkodiererwerte. Entgegen der Erwartung beschreibt man ihn nicht in Kugelkoordinaten, sondern in rechtwinkligen Koordinaten am einfachsten. Im Zenit liegt also keine besondere Randbedingung vor. Aufgrund der Drehsymmetrie fordert man periodische Randbedingungen, es bieten sich Funktionen vom Typ $e^{i m \phi}$ an.

Man wählt also folgenden für dx und dy jeweils den Ansatz:

$$f_k(\theta,\phi) = \sum_{m,n=-k}^{k} a_{mn}\, e^{i\,m\,\phi}\, e^{i\,n\,\theta} \qquad (\theta = alt, \phi = az) \tag{10.3}$$

Hierin wird einfach in beiden Variablen bis zur gleichen Ordnung k entwickelt. Es sind $(2k+1)^2$ Parameter a_{mn} enthalten, die nun geeignet bestimmt werden müssen. Dazu minimiert man den quadratischen Ausdruck

$$F_k = \sum_{i=1}^{N} \left(f_k(\theta_i,\phi_i) - dx_i(\theta_i,\phi_i)\right)^2 \tag{10.4}$$

worin die dx_i die N Messwerte sind. Die notwendigen Bedingungen

$$\frac{\partial F_k}{\partial a_{mn}} \stackrel{!}{=} 0 \qquad (m,n = -k,...,k) \tag{10.5}$$

ergeben gerade $(2k+1)^2$ lineare Gleichungen für die gesuchten $(2k+1)^2$ Parameter. Das Problem läuft also auf die Invertierung einer Matrix hinaus.

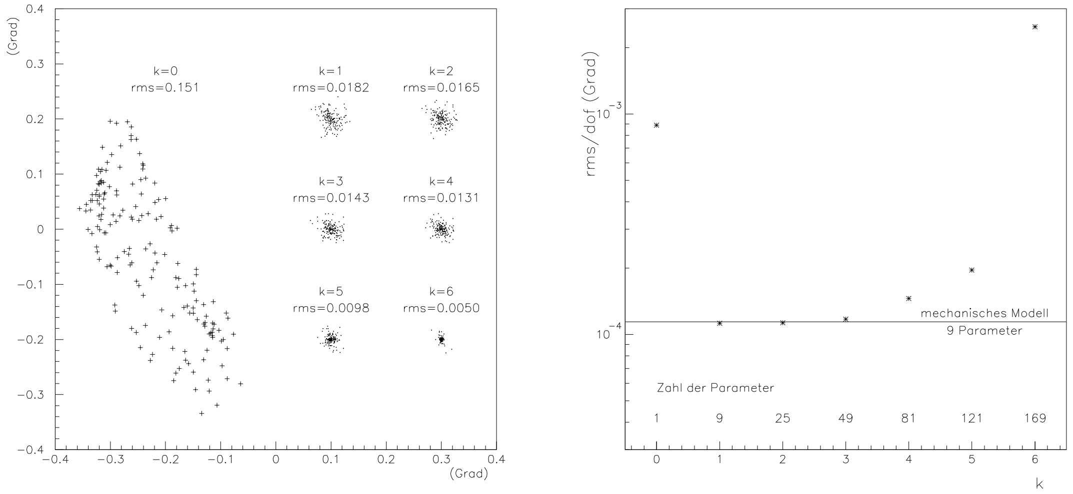
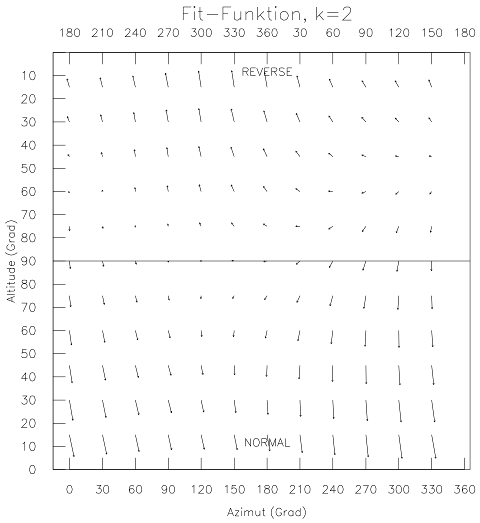


Abbildung 10.10: *Links: Ergebnisse der Fits mit dem beschriebenen Funktionensystem für die verschiedenen Ordnungen (gegeneinander verschoben). Rechts: Das Verhältnis des RMS nach dem Fit zur Zahl der Freiheitsgrade des Fits zeigt, daß ein Fit nur bis zu k=2 sinnvoll ist.*

In Abb. 10.10 links ist gezeigt, wie das Funktionensystem die Daten nähert. Für die jeweilige Ordnung sind die Residuen nach den Fits mit der sich nach Gl 10.3 ergebenden Funktion berechnet. Je höher die Ordnung, desto kleiner wird die verbleibende

Verteilung. Allerdings ist es nicht sinnvoll, zu viele Parameter an die endliche Zahl an Meßpunkten anzufitten, da die erhaltene Funktion stabil gegenüber der Hinzugabe oder Wegnahme von einzelnen Datenpunkten sein soll. Ein Maß für diese Vorhersagekraft ist das Verhältnis von Breite der Verteilung zur Zahl der Freiheitsgrade (Zahl der Meßpunkte - Zahl der Parameter). In Abb. 10.10 rechts sieht man, daß $k = 1$ oder $k = 2$ die gleiche Vorhersagekraft wie das mechanische Modell erreicht, daß man aber mit noch höherer Ordnung nichts mehr gewinnt.

Verwendet man beispielsweise nur die Hälfte der Daten zur Gewinnung der Fitparameter a_{mn} und wendet die so erhaltene Fitfunktion auf die anderen Daten an, so ergeben sich keine signifikanten Unterschiede in der Genauigkeit der Korrektur zu dem Fall, daß man alle Datenpunkte miteinbezieht.



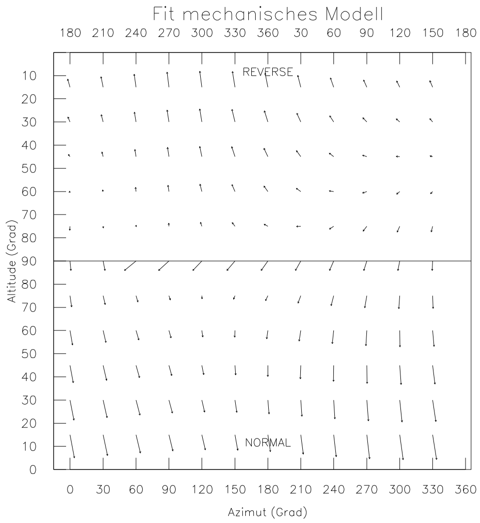


Abbildung 10.11: *Links: Die Fitfunktion zu k=2 über den gesamten Himmel. Rechts: Die Fitfunktion des mechanischen Modells.*

Die so erhaltene Fitfunktion unterscheidet sich kaum von der, die das mechanische Modell produziert: In Abb. 10.11 sind beide über den gesamten Himmel aufgetragen. Man erkennt nur im Zenit Unterschiede, wo das mechanische Modell singulär wird und keine sinnvollen Werte liefert. In der Praxis ist dies allerdings unbedeutend, da im Zenit selbst sowieso nicht beobachtet werden kann (s. Kap. 3.1.2).

Damit ist also gezeigt, daß die Pointing-Korrekturen auch mit einem geeigneten Funktionensystem durchgeführt werden können: Es wird eine ähnliche Genauigkeit erreicht und die Vorhersagekraft ist gleich gut wie beim mechanischen Modell.

Kapitel 11

Abbildungsfunktion

Man kann neben den Positionen der Sternabbilder auch deren Form untersuchen. Man erhält dadurch Aussagen über die Breite der Abbildungsfunktion. Die Bearbeitung der Rohbilder war die gleiche, allerdings mußten einige der Daten ausgeschlossen werden, da sie mit schlecht fokussiertem CCD-Objektiv gewonnen wurden. Als Kriterium dafür wurde wie in Kap. 9.2 beschrieben die Breite der LED-Abbilder herangezogen: Überstieg sie 2.75 CCD-Pixel, so wurde das entsprechende Sternabbild als zu schlecht fokussiert aussortiert. Es verblieben 130 gut fokussierte Bilder im Datensatz, davon 50 im „normal“ und 80 im „reverse mode“. Von diesen Bildern wurden die bildbeschreibenden Parameter berechnet (s. Kap. 6.6).

Zunächst stellt sich die Frage, ob die Parameter davon abhängen, wie hell der jeweils anvisierte Stern war, oder ob die Belichtungszeit eine Rolle spielte. Diese systematischen Fragen müssen beantwortet sein, bevor man den Parametern trauen darf. Beispielhaft ist in Abb. 11.1 das Verhalten des RMS gezeigt. Das RMS zeigt keine Abhängigkeit von der Gesamtzahl an Photoelektronen. Ebensowenig hängt es von der Helligkeit des Objekts ab, da es unabhängig von der Elektronentstehungsrate auf dem Chip ist. Zusammenfassend läßt sich feststellen, daß die Parameter nicht davon abhingen, wie hell ein Objekt war oder wie lange belichtet wurde.

11.1 Genauigkeit der Breite von Lichtflecken

In 276 Bildern von 66 Lichtflecken wurden die bildbeschreibenden Parameter bestimmt. Von den jeweils etwa vier gleichartigen Lichtflecken wurde der jeweilige Mittelwert bestimmt. Die Schwankung der Meßwerte um den jeweiligen Mittelwert stellt ein Maß für die Genauigkeit dar, mit der sie bestimmt werden können. Bei-

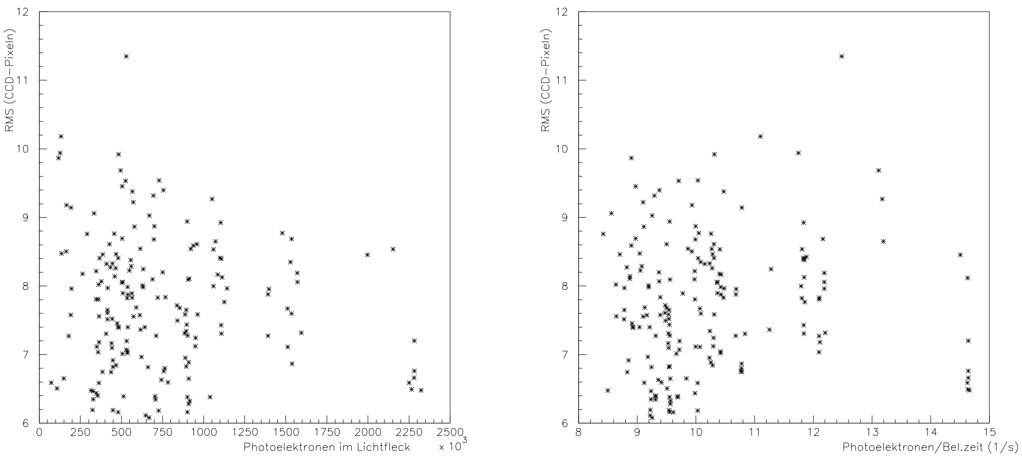


Abbildung 11.1: *Links: Das RMS der untersuchten Sternabbilder hängt nicht von der Gesamtzahl der Photoelektronen ab. Rechts: Das RMS hängt ebensowenig von der Elektronentstehungsrate ab.*

spielhaft sind die Verteilungen für einige bildbeschreibenden Parameter in Abb. 11.2 gezeigt. Dem entnimmt man, daß man das RMS und den 60%-Radius auf rund 0.06 CCD-Pixel genau bestimmen kann, die große Halbachse auf 0.09 CCD-Pixel und die Orientierung auf etwa 1.4°.

11.2 Abhängigkeit der Spotgröße von *alt* und *az*

In Abb. 11.3 sind die zweiten Momente (s. Kap. 6.6.5) der Lichtflecke aufgelöst nach den Himmelspositionen wiedergegeben. Man erkennt, daß sich die Abbildungsfunktion stetig über den Himmel ändert. Dominant ist der Effekt, daß sich der Lichtfleck zu großen Zenitwinkeln aufweitet.

Durch die Gewichtskraft verbiegt sich der Spiegelträger etwas. Diese Verbiegung ist abhängig von der Stellung der Altitude-Achse. Dementsprechend bewegen sich die Lichtflecke der einzelnen Spiegel abhängig vom Zenitwinkel, was neben der in Kap. 10 besprochenen Verschiebung des Lichtflecks auch zu einer Aufweitung führt.

Der Lichtfleck bestehe aus N einzelnen Lichtflecken der einzelnen Spiegel. Durch die kleinen Verschiebungen verändere sich nicht die Form der einzelnen Lichtflecke

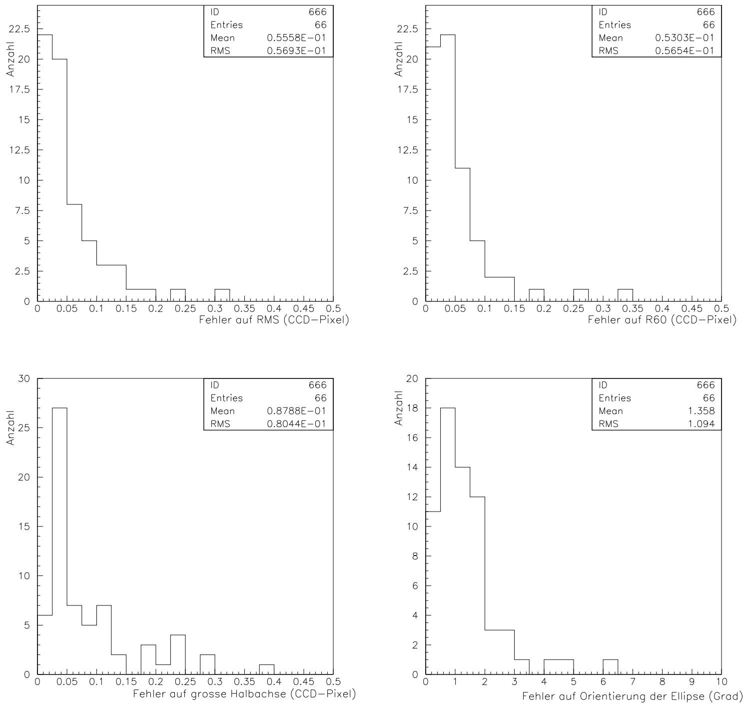


Abbildung 11.2: *Verteilung der mittleren Fehler auf das RMS, den 60%-Radius sowie die große Halbachse und die Orientierung der Ellipse*

sondern nur ihre jeweilige Lage $\vec{x_i}$. Dann ist das Quadrat des RMS proportional zu

$$\sum_{i=1}^{N} (\vec{x_i} - \vec{s})^2 , \tag{11.1}$$

worin $\vec{s}$ der Schwerpunkt der Lichtverteilung ist. Im Zenit sei das Teleskop perfekt justiert (zum Zeitpunkt der Messungen war das Teleskop im Zenit justiert gewesen). Dann verändert sich die jeweilige Lage des Lichtflecks eines Spiegels gemäß

$$\vec{x_i} = \vec{s} + \vec{z_i} \cdot \cos alt. \tag{11.2}$$

Das RMS verhält sich also wie

$$rms \sim \sqrt{\sum_{i=1}^{N} \vec{z_i}^2 \cdot \cos^2 alt}. \tag{11.3}$$

Durch die nichtperfekte Justierung und die Abbildungsfehler verschwindet das RMS auch im Zenit nicht, man erwartet also eine Funktionalität wie

$$rms \sim \sqrt{rms_0^2 + \alpha \cos^2 alt} \tag{11.4}$$

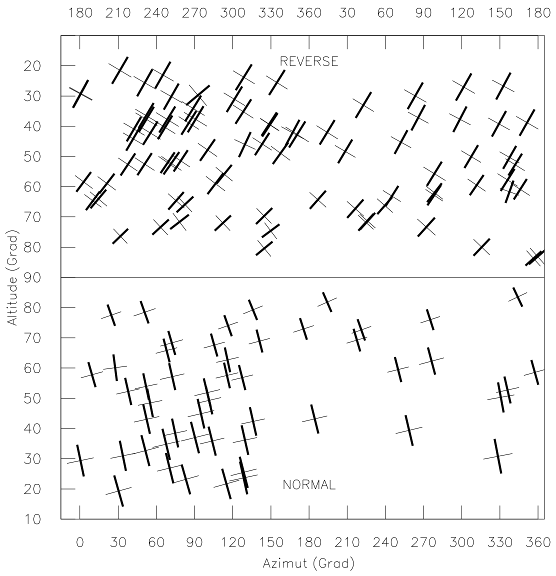


Abbildung 11.3: *Darstellung der zweiten Momente: Die dicke Linie entspricht der großen Halbachse und die dünne der kleinen Halbachse der Ellipse, die den jeweiligen Lichtfleck am besten beschreibt.*

mit den freien Parametern rms_0 und α. Die gemessenen RMS sind in Abb. 11.4 gezeigt. Es wurde eine Funktion vom Typ Gl. 11.4 angefittet. Sie kann die Datenpunkte hervorragend beschreiben. Weiter erkennt man nochmals, daß das RMS des Lichtflecks nicht von der Helligkeit des jeweils verwendeten Sterns abhängt.

Trägt man wie in Abb. 11.5 die Breite der Lichtflecke in horizontaler und vertikaler Richtung in Abhängigkeit der Altitude auf, so erkennt man, daß die Aufweitung in vertikaler Richtung größer ist als in horizontaler. Die prinzipielle Funktionalität bleibt die gleiche wie in Gl. 11.4.

11.3 Verhalten des Spiegelträgers

Das maximale RMS des Lichtflecks beträgt neun CCD-Pixel, das kleinste sechs (s. Abb. 11.4). Damit beträgt die Aufweitung durch die Aufbiegung des Spiegelträgers maximal $\sqrt{9^2 - 6^2} \approx 6.7$ CCD-Pixel. Nach Kap. 10.3 verschiebt sich der Spot aufgrund der Durchbiegung maximal um etwa 25.6 CCD-Pixel. Dies bedeutet, daß sich die Spiegel alle in etwa gleich bewegen und nur geringe Individualbewegungen neben der überlagerten gemeinsamen Verschiebung zeigen.

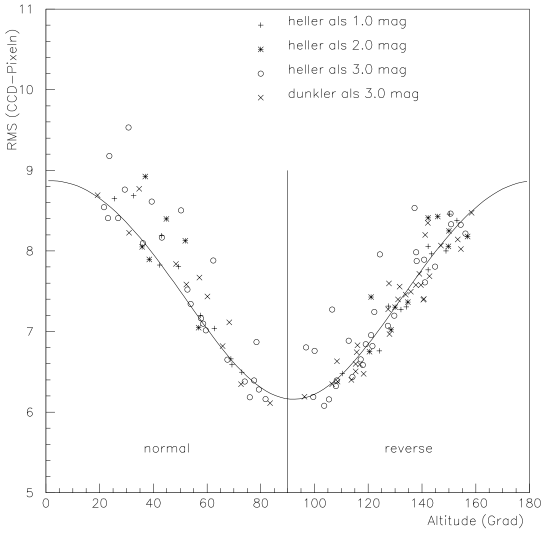


Abbildung 11.4: *Die gemessenen RMS-Werte in Abhängigkeit der Altitude. Man erkennt die im Text beschriebene Funktionalität. Das RMS hängt nicht von der Helligkeit des jeweils verwendeten Sterns ab.*

Dies kann man in einem einfachen Modell erklären. Der Spiegelträger verbiege sich vor allem aufgrund der außen an ihm angreifenden Kameramasten, die das Gewicht der Kamera tragen. Seine Form sei durch eine Funktion (s. Abb. 11.6) vom Typ $y_0 \cdot \left(\frac{x}{L}\right)^n, n > 1$ beschrieben. Er sei homogen mit Spiegeln besetzt. Die Verschiebung des Lichtflecks $\Delta\theta$ ist dann proportional zur mittleren Ableitung $\frac{y_0}{L}$. Das Quadrat des RMS ist folglich proportional zu

$$\int_0^1 \left(\frac{y_0}{L}\, n\left(\frac{x}{L}\right)^{n-1} - \frac{y_0}{L}\right)^2 \frac{dx}{L} = \frac{(n-1)^2}{2n-1} \cdot \frac{y_0^2}{L^2}. \tag{11.5}$$

Also ist

$$rms^2 \approx (\Delta\theta)^2 \cdot \frac{(n-1)^2}{2n-1}. \tag{11.6}$$

Aus den gemessenen Zahlenwerten folgt:

$$n \approx 1.34 \tag{11.7}$$

Der Spiegelträger dreht sich also vor allem und verbiegt sich nur wenig.

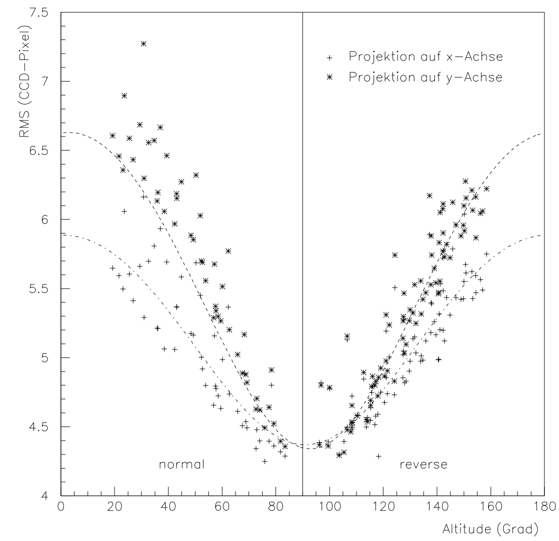


Abbildung 11.5: *Die Breite des Lichtflecks in horizontaler (x-Achse) und vertikaler Richtung (y-Achse) in Abhängigkeit der Altitude.*

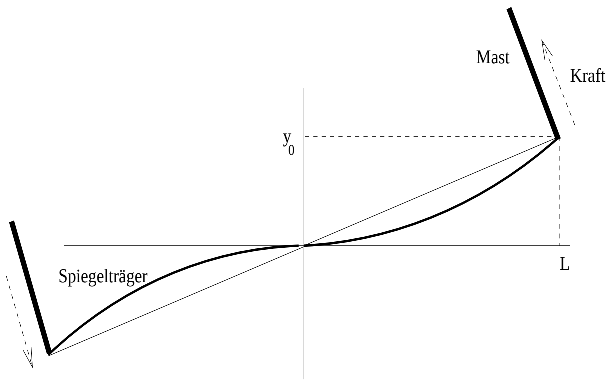


Abbildung 11.6: *Angenommenes Verhalten der Verbiegung des Spiegelträgers. Ohne die durch die Masten übertragenen Kräfte sei er gerade. Durch sie verbiege er sich zu einer Parabel.*

11.4 Abhängigkeit vom Abstand zur opt. Achse

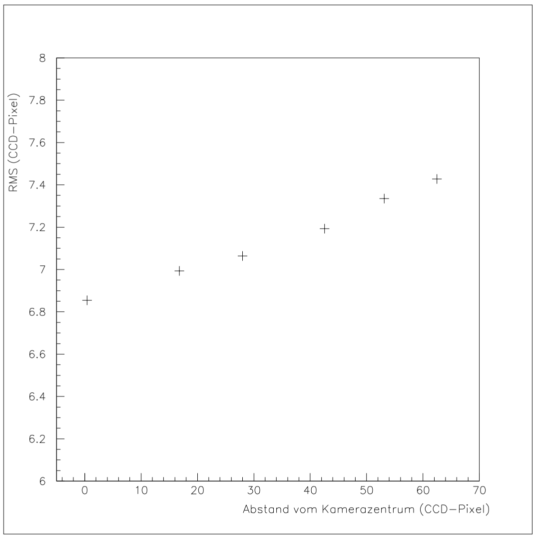


Abbildung 11.7: *Die Breite der Abbildungsfunktion ist abhängig vom Einfallswinkel des Sternlichts auf den Spiegelträger.*

Beobachtet man einen Stern off-axis (das heißt, sein Licht fällt unter einem Winkel ungleich Null auf den Spiegelträger), so sieht man wegen der Abbildungsfehler des Spiegelträgerdesigns einen verbreiterten Lichtfleck. Leider stand nicht genügend Meßzeit zur Verfügung, um diese Abhängigkeit der Abbildungsfunktion vom Einfallswinkel systematisch zu untersuchen. Lediglich bei einem Objekt wurden einige Aufnahmen bei verschiedenen Einfallswinkeln und sonst gleichen Bedingungen gemacht. Abb. 11.7 zeigt die erwartete Aufweitung des Spots, wenn sich der Einfallswinkel vergrößert. Der maximale Winkel betrug nur $0.69°$ und die geringe Zahl der Meßpunkte erlaubt keine Bestimmung einer (polynomialen) Fitfunktion. Sonst hätte man die aus Pointruns empirisch ermittelte Gl. 4.1 überprüfen können.

Im Prinzip steckt die gleiche Information auch noch in den Abbildern schwacher Feldsterne, die auf einigen Aufnahmen neben dem eigentlichen Abbild des angefahrenen Sterns zu sehen sind. Allerdings ergaben sich wegen der zu geringen Helligkeit dieser Sterne keine quantitativ verwertbaren Aussagen über die Verbreiterung der Abbildungsfunktion zum Rand des Gesichtsfelds hin.

Kapitel 12

Automatische Spiegeljustierung

Die vollautomatische Spiegeljustierung wurde an CT-2 getestet. Damit wurden zum einen die Bildverarbeitungsroutinen überprüft, zum anderen auch die mechanische Konstruktion der Aktuatoren. Dabei wurde untersucht, wie sich Strom und Spannung an den Motoren verhalten und ob die Abschaltung am Ende des erlaubten Bereichs zuverlässig funktioniert. Diese mechanischen Tests werden in einer späteren Arbeit von I. Jung vorgestellt. In diesem Kapitel werden die Fragen untersucht, die die Bildgewinnung betreffen.

12.1 Test der automatischen Spiegeljustierung

Das Prinzip der automatischen Spiegeljustierung ist in Kap. 4.1.2 beschrieben. Konkret wurde sie folgendermaßen getestet: Zum Beispiel mit einem Zufallsgenerator wurde eine Position auf dem CCD-Chip bestimmt, auf die der Lichtfleck eines bestimmten Spiegels justiert werden sollte. Dann wurde ein Bild gemacht, der gewählte Spiegel um 50 Motorumdrehungen bewegt und ein zweites Bild gemacht. Durch Differenzbildung und mithilfe der Funktion *find_spot* wurde dann die aktuelle Position des Lichtflecks bestimmt. Daraus kann man nach Kap. 8.4.1 ausrechnen, wieviel man die Motoren bewegen muß, um die gewünschte Position zu erreichen. Direkt vor der Fahrt der Motoren und direkt danach wurden zwei weitere Bilder aufgenommen und durch Differenzbildung wieder festgestellt, wo sich der Lichtfleck des Spiegels hinbewegt hat. Um die Fähigkeit des vollautomatischen Systems zu demonstrieren, wurden anstelle des Zufallsgenerators auch einmal die Zielkoordinaten einer geometrischen Figur (s. Abb. 12.1) gewählt. Die Genauigkeit, mit der Punkte angefahren werden können ergibt sich in den gezeigten Daten zu $\Delta x \approx 0.8$ CCD-Pixel und $\Delta y \approx 0.7$ CCD-Pixel ($0.007°$). In weiteren Tests wurden 100 zufällig gewählte

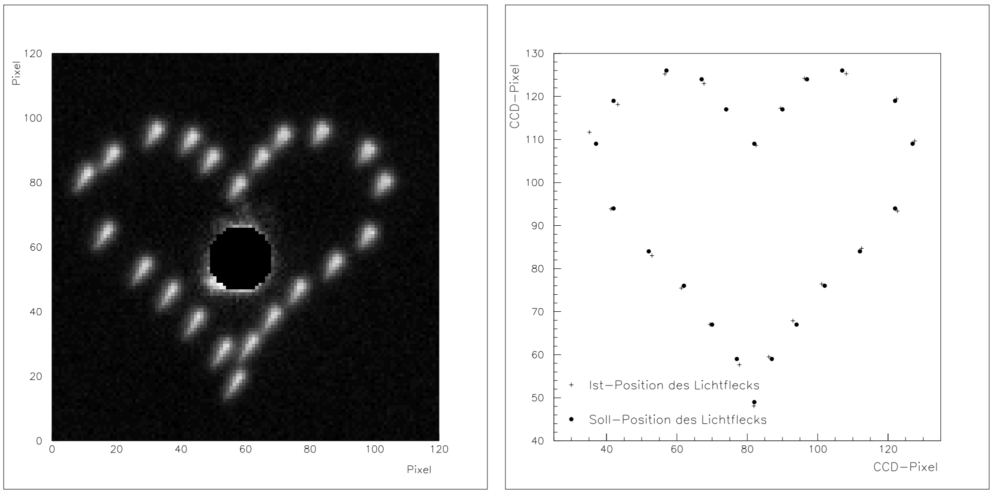


Abbildung 12.1: *Links: Überlagerung der Bilder aus den Justiertests, bei denen die Positionen entsprechend einer Herzfigur gewählt wurden. Rechts: Die tatsächlich angefahrenen Positionen unterscheiden sich nur wenig von den Soll-Positionen.*

Positionen angefahren, die Genauigkeit hierbei betrug $\Delta x \approx 0.5$ CCD-Pixel und $\Delta y \approx 0.4$ CCD-Pixel. Diese Genauigkeit ist ausreichend für die Spiegeljustierung, die bei den HESS-Teleskopen nötig sein wird: Spezifiziert ist eine Genauigkeit von 0.1 mrad entsprechend 0.6 CCD-Pixeln oder 20 Bogensekunden.

12.2 Subtraktion der Bilder

Durch Nachführung und Wind zeigt das Teleskop zwischen einer Aufnahme und der nächsten nicht immer an die gleiche Stelle. Dies macht sich als eine kleine Hin- und Herbewegung des Lichtflecks von einer Aufnahme zur nächsten bemerkbar. Deshalb bleibt bei der Differenzbildung zweier Bilder oft nicht nur der Lichtfleck des bewegten Spiegels übrig, sondern man sieht auch noch Teile des Lichtflecks aller anderen Spiegel. Dies ist sehr störend für die Positionsbestimmung des einzelnen Lichtflecks. Übersteigt die Resthelligkeit des Hauptspots die des einzelnen Lichtflecks, so erkennen die Bildverarbeitungsroutinen fälschlicherweise dieses Restlicht als das interessierende Signal. Damit werden falsche Positionen bestimmt, und die Justierung klappt nicht.

Man kann dieses Problem mit mehreren Methoden vermindern.

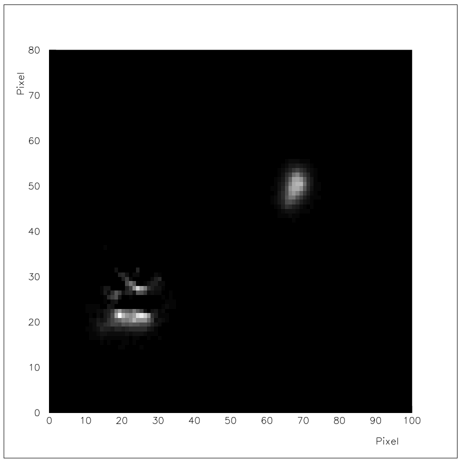


Abbildung 12.2: *Durch ungewollte Teleskopbewegungen lagen vor der Subtraktion zwei Bilder nicht exakt übereinander. Das Ergebnis der Subtraktion zeigt neben dem Licht des einzelnen Spiegels (rechts oben) auch noch Reste des Hauptspots (links unten).*

- Der Justieralgorithmus kann selbständig erkennen, ob die Differenzbildung geklappt hat oder nicht. Als Kriterium kann er die Position des einzelnen Spots und die des zentralen Lichtflecks verwenden: Sind die Positionen zu nah beieinander, so liegt der Verdacht nahe, daß die Differenzbildung nicht geklappt hat. Dann wird der bereits gefahrene Aktuator über die registrierten Umdrehungszahlen wieder in die Anfangsposition gebracht und der Justieralgorithmus startet neu. Eine geeignete Realisierung ist in Kap. 12.3 angegeben.

- Man kann helle Objekte und damit kurze Belichtungszeiten verwenden, was die Wahrscheinlichkeit dafür herabsetzt, daß sich ungewollte Teleskopbewegungen auswirken.

- Man kann die Bilder vor der Differenzbildung so verschieben, daß die Lichtflecke genau übereinanderliegen. Bei kurzen Belichtungszeiten ist es sehr wahrscheinlich, daß die beiden Bilder nur gegeneinander verschoben sind, und daß keine zusätzliche Verschmierung aufgetreten ist. Dazu muß das Bild um nichtganzzahlige Pixel-Beträge verschoben werden (s. Kap. 6.5.3).

Der letzte Punkt vermehrt den nötigen Rechenaufwand. Wenn man um nichtganzzahlige Beträge verschieben will, muß das Bild in einer größeres gefüllt werden. Dieses Bild wird dann um eine ganzzahlige Pixelzahl verschoben und das Ergebnis wieder in ein Bild der ursprünglichen Größe gefüllt. Dazu muß man wissen, wie groß das Zwischenbild sein muß. Ist es in jeder Richtung doppelt so groß wie das Original, so kann man effektiv um halbe Pixel verschieben. Genauer wird das Ergebnis, wenn das Zwischenbild größer ist, allerdings erhöht sich dadurch die Rechenzeit. Eine Zusammenschau des Einflusses des Vergrößerungsfaktors gibt die folgende Tabelle:

Vergrößerungsfaktor	Zahl ungeeigneter Differenzbilder	Mehr-Rechenzeit pro Bild (α-station)
1	127 von 276	0 s
2	48 von 276	11 s
3	21 von 276	14 s
4	19 von 276	18 s
5	17 von 276	31 s

Man erkennt, daß ein Vergrößerungsfaktor von 4 einen guten Kompromiß darstellt.

12.3 Einzelne Spiegel finden

Bei HESS wird man zu Beginn einzelne nur sehr grob justierte Spiegel haben, die der Justieralgorithmus in eine bestimmte Lage bringen soll. Dazu muß er sie im Blickfeld finden. Wie in Kap. 12.2 beschrieben, kann der Justier-Algorithmus durch die Bestimmung des Abstands zwischen bestimmter Spiegelposition und Position des Hauptlichtflecks selbständig erkennen, ob die Spiegelerkennung geklappt hat oder nicht. Allerdings gibt es eine kleine Komplikation dadurch, daß die erste (zufällige) Fahrt den Spiegel entweder zu nahe an den großen Lichtfleck oder aus dem Bild gefahren haben könnte. Im ersten Fall würde der Algorithmus den bewegten Motor zurückbewegen, weil er fälschlicherweise den eventuell korrekt bestimmten einzelnen Spiegel als Rest des Hauptspots ansehen würde. Im zweiten Fall ist es richtig, den Spiegel zurückzubewegen, um ihn wieder im Gesichtsfeld zu haben. Der Algorithmus wird in beiden Fällen den Spiegel wieder bewegen müssen. Damit sich keines der beiden beschriebenen Szenarien wiederholt, bewegt er den Spiegel beim zweiten Versuch mit dem anderen Motor. Dadurch wandert der Lichtfleck in eine andere Richtung, und er kann gefunden werden. Um den Spiegel sicher finden zu können, bietet sich also folgendes Vorgehen an:

1. Fahre Motor 1 in die positive Richtung
2. Spiegel gefunden? Falls ja, stop.
3. Fahre Motor 1 zurück und Motor 2 in die positive Richtung
4. Spiegel gefunden? Falls ja, stop.

5. Fahre Motor 2 zurück und Motor 1 in die negative Richtung
6. Spiegel gefunden? Falls ja, stop.
7. Fahre Motor 1 zurück und Motor 2 in die negative Richtung
8. Spiegel gefunden? Falls ja, stop
9. Fahre Motor 2 zurück und gehe zu 1.

Dieses Verfahren funktioniert dann, wenn der Hauptlichtfleck in der Mitte des Bildes steht und um ihn herum in jede Richtung mindestens soviel des Schirms abgebildet wird, daß die doppelte Fahrtstrecke noch im Bild zu sehen ist. Wenn der Motor also stets um 100 Umdrehungen bewegt wird, dann sollte das Bild groß genug sein, 200 Umdrehungen eines Spiegels im Zentrum in jede Richtung noch zu umfassen. Der Algorithmus wird in diesem Beispiel einen Spiegel sicher finden können, wenn seine Anfangsposition maximal 100 Umdrehungen neben dem Hauptspot liegt (Dies dürfte eine sinnvolle Annahme für die Grobjustierung bei HESS sein.). Die nötige Bildgröße ergibt sich also neben der Güte der Grobjustierung aus der Fahrtstrecke, die man Spiegel bewegen muß, um sie sicher finden zu können.

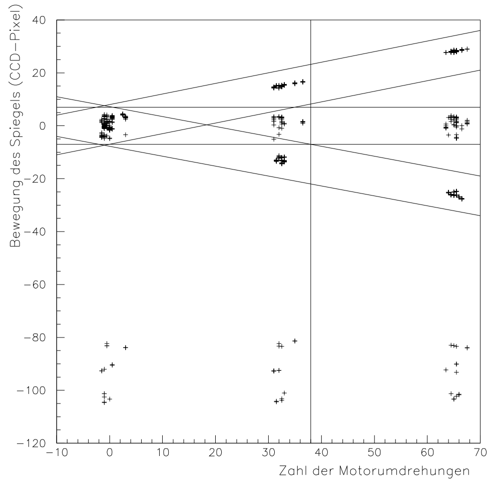


Abbildung 12.3: *Rekonstruierter Abstand des Lichtflecks eines Spiegels vom Hauptspot in Abhängigkeit der Motorumdrehungszahl. Zur Interpretation s. Text.*

Um die Frage der nötigen Fahrtstrecke zu klären, wurde bei ansonsten justiertem Teleskop ein Motor eines Spiegels um verschiedene Beträge gefahren. Der Lichtfleck dieses Spiegels wandert dann um eine zur Motorumdrehungszahl proportionale Strecke (s. Kap. 8.4.1) aus dem Hauptlichtfleck heraus. In den verschiedenen Motorstellungen wurden Aufnahmen gemacht und es wurden die Positionen des einzelnen Spiegels durch Differenzbildung zweier Bilder bestimmt. Es wird im folgenden der ungünstigste Fall untersucht, daß die Bilder vor der Subtraktion nicht gegeneinander verschoben werden.

Trägt man die so rekonstruierten Abstände zwischen Einzellichtfleck und Hauptlichtfleck gegen die registrierte Zahl an Motorumdrehungen auf, so ergibt sich Abb. 12.3. Man erkennt, daß der Abstand zwischen Einzellichtfleck und Hauptspot meistens proportional zur Motorschrittzahl ist. Dann hat die Positionsbestimmung geklappt. Manchmal wurde allerdings, obwohl der Motor bewegt wurde, der Lichtfleck in etwa mit Abstand Null rekonstruiert. Dies ist dann der Fall, wenn die Differenzbildung der beiden Bilder den Hauptlichtfleck nicht sauber entfernen konnte. Außerdem erkennt man Fälle, in denen gar kein Lichtfleck gefunden wurde. Dann bestimmt die Bildverarbeitung die Koordinaten zu Null. Die Differenz zur Position des Hauptlichtflecks ist dann sehr groß, diese Punkte liegen weit entfernt von den anderen (in Abb. 12.3 etwa zwischen -80 und -110 CCD-Pixel Abstand vom Hauptlichtfleck). Dieser letzte Fall kann vom Algorithmus leicht entdeckt werden. Schwieriger ist es, zu entscheiden, ob ein Rest des Hauptlichtflecks oder das Licht des einzelnen Spiegels entdeckt wurde. Dies gelingt nur, wenn der Spiegel so weit bewegt wurde, daß er sicher weit genug neben dem Hauptlichtfleck steht. Dazu wurden in Abb. 12.3 die Einhüllenden gezeichnet. Die verschiedenen „Bänder“ kann man nur dann unterscheiden, wenn der Spiegel so weit bewegt wurde, daß er sich in dem Bereich befindet, in dem die Bänder nicht mehr überlappen. Dies ist in Abb. 12.3 bei etwa 40 Umdrehungen der Fall, die minimale nötige Fahrtstrecke ergibt sich also zu diesem Wert.

12.4 Grenzhelligkeit für die Spiegeljustierung

In Abb. 12.4 ist für verschieden helle Objekte der Kontrast zwischen hellstem Pixel im Lichtfleck des Einzelspiegels und dem Untergrund gezeigt. Fordert man, daß das hellste Pixel wenigstens drei Standardabweichung des Hintergrundrauschens heller ist als der Himmelshintergrund (eingezeichnete Linie), so erkennt man, daß man in mondlosen Nächten auf jeden Fall Sterne bis zur Helligkeit $m = 2.5$ verwenden kann, aber auch $m = 3.5$ ist wohl als Grenzhelligkeit noch möglich. Konkret bedeutet dies, daß man alle Sterne der Liste in Anhang A verwenden kann. Dies bestätigt die Überlegungen aus Kap. 8.4.3, wo die Sterne ja dementsprechend ausgesucht wurden. Steht der Mond am Himmel, so kann man auf jeden Fall Sterne bis zu $m = 1.0$ verwenden, die Grenzhelligkeit beträgt in diesem Fall etwa $m = 2.5$. Da die

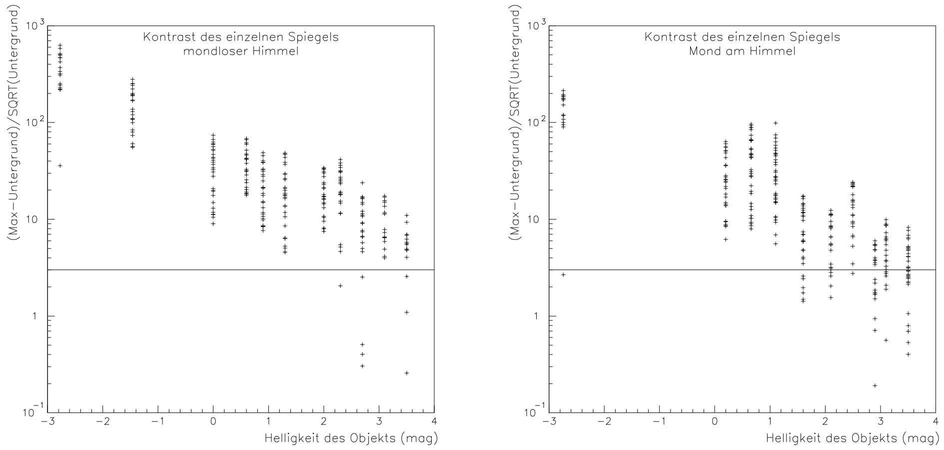


Abbildung 12.4: *Kontrast zwischen hellstem Pixel im Lichtfleck des Einzelspiegels und Untergrund mit (rechts) und ohne (links) Mond am Himmel*

Messungen bei Vollmond gemacht wurden, ist dies eine pessimistische Schätzung. Die Zahl der verwendbaren Sterne verringert sich bei Mond allerdings nochmals dadurch, daß nur Sterne in Frage kommen, die weniger als 90° vom Mond entfernt stehen, da er sonst direkt auf den Schirm scheint.

Für HESS gelten die gleichen Grenzhelligkeiten, da der Hintergrund vor allem durch das direkte Himmelslicht bestimmt ist (s. Kap. 13.2).

12.5 Genauigkeit der Einzelspiegelpositionen

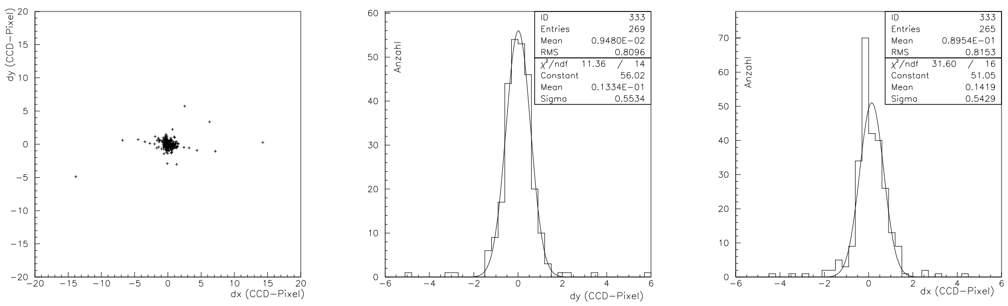


Abbildung 12.5: *Differenz der beiden rekonstruierten Positionen von Lichtflecken eines einzelnen Spiegels*

Da bei einem Objekt der einzelne Spiegel in je drei Positionen gefahren wurde, kann man seine Lage jeweils zweimal durch Differenzbildung mit den beiden anderen Bildern bestimmen. Die Breite der Verteilung der Differenz dieser zwei Positionen ist ein Maß für die Genauigkeit der Einzelspiegelpositionen (s. Abb. 12.5). Die Verteilungen haben ihr Maximum bei Null und eine typische Breite von 0.55 CCD-Pixel entsprechend einer Genauigkeit der Position von $0.55/\sqrt{2} \approx 0.4$ CCD-Pixel. Die Positionen einzelner Spiegel sind also rund einen Faktor 10 ungenauer bestimmbar als die Position des Hauptlichtflecks (s. Kap. 10.2) oder der LEDs (s. Kap. 9.4). Die Ursache ist, daß der Lichtfleck eines einzelnen Spiegels wesentlich kleiner als der Hauptlichtfleck und wesentlich dunkler als die LED-Abbilder ist. Er umfaßt nur wenige Pixel mit einem Signal relativ knapp über dem Untergrund.

Der limitierende Faktor bei der Justierung ist diese Ungenauigkeit der Spiegelposition, da sie etwa genauso groß ist wie die Genauigkeit, mit der Spiegel auf eine bestimmte Stelle justiert werden können (s. Kap. 12.1).

12.6 Spiegeljustierung bei HESS

Zusammenfassend erwartet man für die automatische Spiegeljustierung bei HESS:

- Man kann auch bei Vollmond justieren, wenn man sich auf die rund 30 Sterne mit ausreichender Helligkeit ($m < 2.0$) beschränkt. Bei mondlosem Himmel stehen rund 100 Sterne mit $m < 3.5$ zur Verfügung.
- Bei rund 20 der 300 Spiegeln wird der Algorithmus erst beim zweiten Versuch den zu justierenden Spiegel finden, wenn man vor der Subtraktion die Bilder um Viertel-Pixel verschiebt.
- Der Algorithmus kann vollständig automatisch ablaufen.
- Die Zahl der nötigen Motorumdrehungen, um einen Spiegel zu finden, führt zu Motorfahrzeiten von wenigen Sekunden. Die Belichtungszeiten und Auslesezeiten betragen ebenso wie die Bildbearbeitungszeiten einige Sekunden. Experimentell ergab sich, daß man pro Minute etwa einen Spiegel automatisch justieren kann.
- Die spezifizierte Genauigkeit von 0.1 mrad wird erreicht.

Kapitel 13

Photometrie

In der Zahl im Lichtfleck deponierter Photoelektronen ist photometrische Information über den verwendeten Stern enthalten. Man kann über diese Gesamtlichtmenge beispielsweise prüfen, ob die Bildverarbeitung fälschlicherweise schwache Teile des Signals nicht erkannt hat. Außerdem kann man über die mit der CCD-Kamera gemessene Sternhelligkeit abschätzen, wie empfindlich die Anordnung ist. Es wäre sehr bequem, wenn man allein photometrisch bemerken könnte, ob einzelne Spiegel aus dem Hauptlichtfleck herauswandern. Eine weitere Anwendung könnten Extinktionsmessungen mit der CCD-Kamera sein, um die Transparenz der Atmosphäre zu überwachen.

13.1 Bestimmung von Sternhelligkeiten

Die Zahl der im Lichtfleck deponierten Photoelektronen stellt ein Maß für die Helligkeit des Sterns dar. Folgende Effekte verändern allerdings die Linearität zwischen Photonenfluß und Elektronentstehungsrate:

- Die atmosphärische Extinktion bewirkt eine altitudeabhängige Abschwächung des Sternlichts.
- Die effektive spektrale Empfindlichkeit des CCD-Chips ist unterschiedlich je nach Spektraltyp des beobachteten Sterns.
- Die Reflektivität der Spiegel, des Schirms und die Transmission durch die Atmosphäre sind wellenlängenabhängig.
- Zwischen angegebener visueller Helligkeit und integralem Photonenfluß muß die in der Astronomie übliche bolometrische Korrektur angewendet werden.

13.1.1 Atmosphärische Extinktion

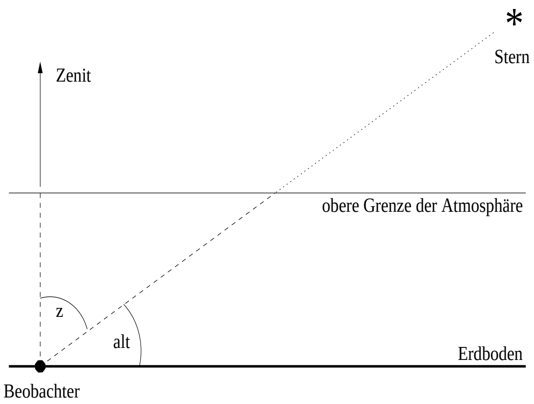


Abbildung 13.1: *Die Länge des Lichtwegs durch die irdische Atmosphäre hängt von der Altitude des beobachteten Sterns ab.*

Das Standard-Extinktionsmodell der Astronomie ([Kar 87]) nimmt einfach an, der Beobachter befinde sich am Grund eines homogenen Luftozeans auf einer ebenen Erde (s. Abb. 13.1). Die Extinktion ist in diesem Modell einfach durch die Länge des Lichtwegs gegeben, den das Sternlicht durch die Lufthülle zurücklegen muß. Dies führt zu folgender Formel für die Extinktions-korrigierten Helligkeit:

$$m_{ext} = m_{vis} + E \cdot \frac{1}{\cos(90^\circ - alt)} \tag{13.1}$$

Der Extinktionskoeffizient E hängt von der Höhe des Beobachtungsplatzes und den atmosphärischen Bedingungen ab. Für La Palma ist $E = 0.10$ einzusetzen ([Car 94]). Die Dichteverteilung in der Atmosphäre und die Erdkrümmung werden vernachlässigt, dies ist eine gute Näherung bis zu Zenitwinkeln von 70°.

13.1.2 Spektrale Korrektur

Je nach Spektraltyp emittiert ein Stern sein Licht unterschiedlich spektral verteilt. Man kann Sternspektren relativ gut durch die Spektren schwarzer Körper annähern, da die Ursache für die unterschiedlichen Spektraltypen hauptsächlich die unterschiedlichen Oberflächentemperaturen der Sterne sind. Aus der Planck-Formel

$$u(\nu)\, d\nu = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{h\nu/(kT)} - 1}\, d\nu \tag{13.2}$$

folgt, daß ein schwarzer Körper der Temperatur T einen Photonenfluß von

$$n_T(\lambda)\,d\lambda = \frac{8\pi}{\lambda^4}\,\frac{1}{e^{hc/(\lambda\,k\,T)}-1}\,d\lambda \qquad (13.3)$$

erzeugt. Die CCD-Kamera mißt diesen Fluß mit einer von der Wellenlänge abhängi-

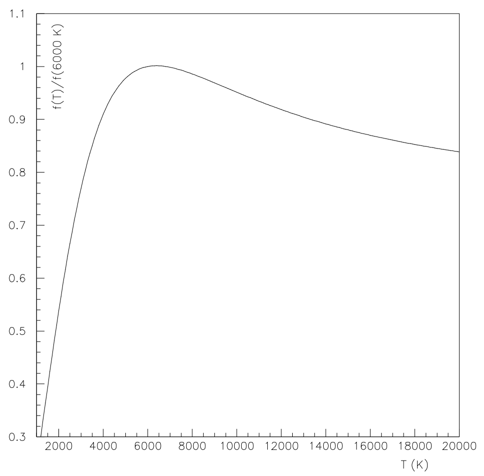


Abbildung 13.2: *Der spektrale Korrekturfaktor in Abhängigkeit der Temperatur des schwarzen Körpers, der das Spektrum des beobachteten Sterns am besten beschreibt.*

gen Quanteneffizienz. Bei bekannter spektraler Empfindlichkeit der CCD-Kamera $q(\lambda)$ (s. Abb. 5.4) erhält man also folgenden Korrekturfaktor, der die Faltung aus Spektrum und spektraler Empfindlichkeit beschreibt:

$$f_{sp}(T) = \frac{\int q(\lambda)\,n_T(\lambda)\,d\lambda}{\int n_T(\lambda)\,d\lambda} \qquad (13.4)$$

Die korrigierte Helligkeit ergibt sich als:

$$m_{sp,ext} = m_{ext} - \sqrt[5]{100}\cdot \lg\frac{f_{sp}(T)}{f_{sp}(T_0)} \qquad (13.5)$$

Der Verlauf von $f_{sp}(T)$ für die verwendete CCD-Kamera ist in Abb. 13.2 gezeigt. Die Effektiv-Temperatur eines Sterns kann aus dem Spektraltyp bestimmt werden. Für die verschiedenen Sterne sind die Spektraltypen klassifiziert und können leicht nachgesehen werden ([Alm 98]). Die frei wählbare Konstante T_0 in Gl. 13.5 ist für die ohnehin willkürlich definierte Helligkeitsskala nur eine additive Konstante. Sie wurde für diese Arbeit zu 6000 K angenommen, dann bleibt die übliche Helligkeitsskala für normale Sterne in etwa bestehen.

Bei dieser spektralen Korrektur wurde vernachlässigt, daß die Atmosphäre und die CCD-Optik spektral unterschiedlich durchlässig sind. Außerdem wurde die Reflektivität der Spiegel und der weißen Platte als wellenlängenunabhängig angenommen.

13.1.3 Bolometrische Korrektur

Die in Anhang A angegeben Helligkeiten sind visuelle Helligkeiten. Sie entsprechen nur in etwa einer bolometrischen Information. Im blauen Bereich des Spektrums absorbiert die Atmosphäre einen Teil des ankommenden Lichts, im roten nimmt die Empfindlichkeit des Auges ab. Die visuelle Helligkeit ist durch diese beiden Effekte also geringer, als es dem Photonenfluß oberhalb der Erdatmosphäre entspricht.

Korrekterweise müßte man die bolometrische Korrektur für alle Sterne vornehmen und dann die Wellenlängenabhängigkeit der atmosphärischen Extinktion berücksichtigen. Für diese Arbeit genügte ein einfacheres Vorgehen. Die CCD-Kamera sieht im Blauen nur den durch die atmosphärische Extinktion verminderten Photonenfluß. Im Blauen entspricht ihre Empfindlichkeitskurve in etwa dem menschlichen Auge. Im Roten registriert sie allerdings mehr Photonen als das menschliche Auge, da ihre spketrale Empfindlichkeit bis ins nahe Infrarot reicht. Folglich kann man die Korrektur zumindest näherungsweise erreichen, wenn man bei roten Sternen die bolometrische Korrektur vornimmt, bei blauen hingegen nicht. In dieser Arbeit wurde die bolometrische Korrektur für Sterne röter als die Sonne (Spektraltyp G2) vorgenommen. Es ergibt sich also

$$m_{bol,sp,ext} = m_{sp,ext} + B.C. \tag{13.6}$$

mit $B.C. = 0$ für Spektraltypen früher als G2 und $B.C.$ wie in Anhang C für Spektraltypen später als G2.

Die so korrigierten Helligkeitswerte sind ein logarithmisches Maß für die erwartete Entstehungsrate an Elektronen im CCD-Chip. In Abb. 13.3 ist links die korrigierte Helligkeit gegen die Entstehungsrate aufgetragen, rechts ist die Abweichung von der erwarteten Geraden gezeigt. Wenn man aus der Elektronentstehungsrate auf die Helligkeit schließen möchte, so ist dies folglich mit einer Genauigkeit von rund 0.1 mag möglich. Dies bedeutet, daß man den Photonenfluß mit einer Genauigkeit von etwa 7% messen kann.

Genauere photometrische Aussagen sind mit den gewonnen Daten nicht möglich, da für die Aufnahmen das Teleskop mit zwischen 28 und 30 abbildenden Spiegeln

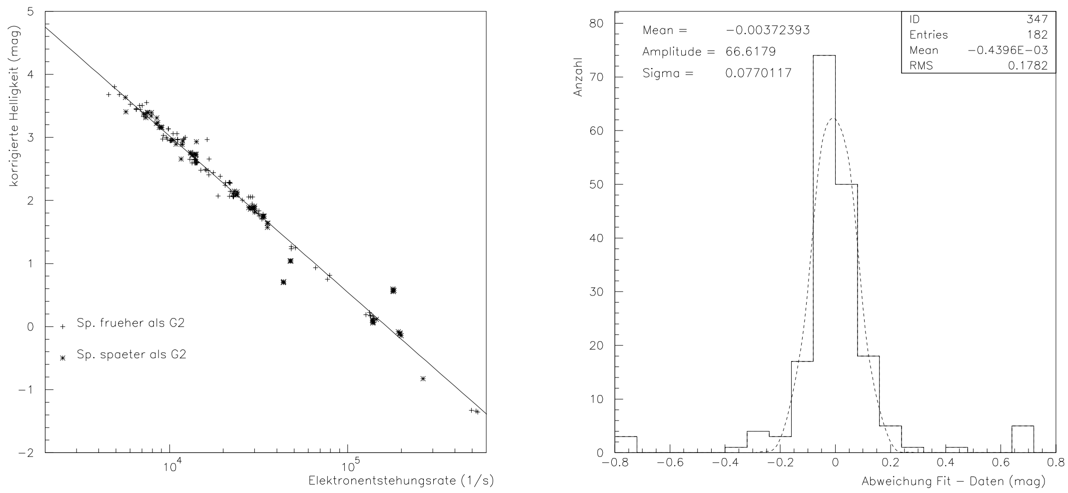


Abbildung 13.3: *Links: Die korrigierte Helligkeit ist gegen die Rate aufgetragen, mit der Photoelektronen gebildet wurden. Die Daten folgen der erwarteten Geraden im logarithmischen Diagramm. Rechts: Die Abweichung zwischen Fit-Gerade und Daten ist kleiner als 0.1 mag.*

betrieben wurde. Wenn zwei der 30 Spiegel fehlen, so entspricht dies gerade einer Flußänderung von rund 7%, also obiger Genauigkeit. Konsistent damit ist, daß die Residuen der Daten nach dem Fit keine systematische Abhängigkeit mehr vom Spektraltyp oder von der Helligkeit der Sterne zeigen.

Nach Gl. 8.10 und Gl. 8.11 erwartet man

$$\ln\left(\frac{N_e}{t[s]}\right) = -0.92 \cdot m + 14.5, \tag{13.7}$$

wenn man die in Kap. 8.4.2 abgeschätzten Zahlenwerte einsetzt. Der in Abb. 13.3 links gezeigte Fit ergibt:

$$\ln\left(\frac{N_e}{t[s]}\right) = (-1.07 \pm 0.06) \cdot m + (12.9 \pm 0.6) \tag{13.8}$$

Die Übereinstimmung ist nicht hervorragend, aber die Erwartung wird im Rahmen der Fehler bestätigt.

Man kann die Anordnung also für einfache photometrische Aufgaben einsetzen. Im Rahmen dieser Diplomarbeit wurde darauf verzichtet, die Genauigkeit weiter zu erhöhen. Allerdings kann man versuchen, die Effekte, die die Zahl der registrierten Photonen beeinflussen, in Zukunft noch besser zu quantifizieren und dann entsprechende Tests mit konstanter aktiver Spiegelzahl am Teleskop vornehmen.

13.2 Die Helligkeit des Untergrunds

In Kap. 8.4.3 wurde abgeschätzt, daß das direkte Licht des Himmelshintergrundes die Untergrundhelligkeit dominiert. Dies ist wesentlich für die Übertragbarkeit der Ergebnisse aus Kap. 12.1 auf die Spiegeljustierung bei HESS. Deshalb möchte man diese Aussage überprüfen.

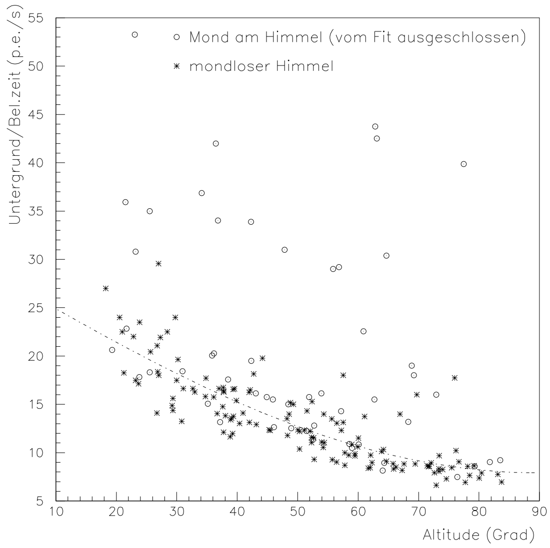


Abbildung 13.4: *Die Helligkeit des Untergrunds in Abhängigkeit der Altitude mit und ohne Mond am Himmel*

Da der Teil des Himmels, der auf die weiße Platte scheint, mit dem Zenitwinkel zunimmt, erwartet man eine Altitudeabhängigkeit der Untergrundhelligkeit, die in erster Näherung hat die Funktionalität $\sim \cos alt$ haben sollte. Abb. 13.4 bestätigt dies. Dies steht also im Einklang mit der Abschätzung aus Kap. 8.4.3.

13.3 Das Rauschen im Bild

Man kann untersuchen, ob das Rauschen in den Bildern den in Kap. 5.2.1 angegebenen Gesetzmäßigkeiten gehorcht. Als Maß für das Rauschen wurde hierzu die Breite des Untergrundpeaks im Histogramm eines Bildes verwendet.

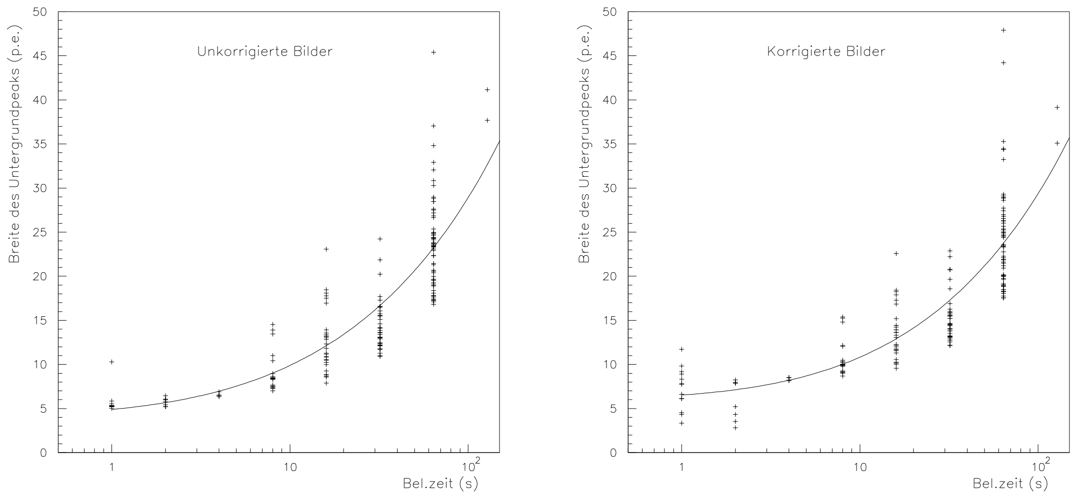


Abbildung 13.5: *Links: Die Breite des Untergrundpeaks in den Rohbildern in Abhängigkeit von der Belichtungszeit. Rechts: Die Breite des Untergrundpeaks in den korrigierten Bildern in Abhängigkeit von der Belichtungszeit.*

Bei den Dunkelbildern erhält man übereinstimmend eine Breite von 4.4 ± 0.1 p.e. unabhängig von der Belichtungszeit ($r_D = 0$). Folglich spielt der mit der Zeit anwachsende Dunkelstrom noch keine Rolle, die Kamera bleibt also wie vom Hersteller angegeben bei Belichtungszeiten unter einer Minute vom Ausleserauschen dominiert.

Die verwendeten Flat-Fields hatten eine sehr gut Photonenstatistik. Da die relative Breite des Peaks mit $1/\sqrt{N_{p.e.}}$ abnimmt, ergibt sich quantitativ für den zweiten Term in Gl. 5.11 ein sehr kleiner Wert, den man vernachlässigen kann.

In Abb. 13.5 links ist das Rauschen in den Rohbildern abhängig von der Belichtungszeit gezeigt. Man erkennt die Funktionalität aus Abb. 5.5 wieder. Für die Rohbilder ergibt der Fit:

$$\sigma_{roh} = \sqrt{(4.0 \pm 0.2) + (8.2 \pm 0.1)\frac{t}{\text{sec}}} \text{ p.e.} \tag{13.9}$$

Das Rauschen in den korrigierten Bilder ist in Abb. 13.5 rechts gezeigt. Der Fit ergibt hier:

$$\sigma_{korr.} = \sqrt{(5.9 \pm 0.2) + (8.3 \pm 0.1)\frac{t}{\text{sec}}} \text{ p.e.} \tag{13.10}$$

Das Rauschen in den korrigierten Bildern entspricht also gerade dem, was man nach Gl. 5.11 erwartet mit den Werten:

$$\begin{aligned} R_{const} &= (4.1 \pm 0.1) \\ r_D &= 0\,\frac{1}{\text{s}} \\ r_I &= (8.25 \pm 0.2)\,\frac{1}{\text{s}} \end{aligned} \tag{13.11}$$

Der durch das Ausleserauschen dominierte konstante Beitrag beträgt also (4.1 ± 0.1) Photoelektronen, der Dunkelstrom trägt nicht bei, und durch den direkt auf den Schirm scheinenden Himmel entstehen im Mittel (8.25 ± 0.2) Photoelektronen pro Sekunde.

Zusammenfassung

An einem der Čerenkov-Teleskope des HEGRA-Systems wurde eine CCD-Kamera und ein Schirm installiert, um die Abbilder von Sternen in der Fokalebene des Teleskops untersuchen zu können. Gegenüber den bisher eingesetzten Methoden hat man mit der Anordnung verbesserte Verfahren zur Bestimmung der Teleskopausrichtung, der Abbildungsfunktion und der Spiegeljustierung zur Verfügung. Außerdem wurden die photometrischen Möglichkeiten der Anordnung getestet.

Die Bildverarbeitungssoftware wurde entwickelt und an Probebildern getestet. Im Anschluß wurde sie auf die zahlreichen Aufnahmen von Sternabbildern angewendet, die auf La Palma gewonnen wurden. Daraus konnten weitreichende Schlüsse gezogen werden, die für den Aufbau des HESS-Experiments wichtig sind.

Die Position von Referenz-LEDs auf dem Schirm konnte mit einer Genauigkeit von $(2 \cdot 10^{-4})^\circ$ bestimmt werden. Dadurch war es möglich, zu überprüfen, wie genau das Teleskop eine bestimmte Ausrichtung in alt, az reproduziert. Die Genauigkeit beträgt $(1 \cdot 10^{-3})^\circ$. Aus den LED-Positionen folgt, daß sich die Kameramasten des Teleskops abhängig von der Altitude gemäß $0.095^\circ \cdot \cos alt$ durchbiegen. Außerdem kann man mit den LEDs die Fokussierung der CCD-Optik überprüfen.

Die Positionen von Lichtflecken lassen sich auf $(2 \cdot 10^{-4})^\circ$ genau bestimmen. Diese Auflösung ist besser als die Auflösung der nachführenden Schrittmotoren, so daß die Nachführung kontrolliert werden konnte. Das Teleskop führte auf etwa $(1 \cdot 10^{-3})^\circ$ genau nach. Die Positioniergenauigkeit ist geringer, da die Auflösung der Winkelkodierer nur 0.022° beträgt. Die Teleskopausrichtung stimmt durch mechanische Effekte nur auf rund 0.15° mit der gewählten Himmelsposition in α, δ überein. Die Abweichungen hängen systematisch von alt und az ab. Mit dem in der Arbeitsgruppe verwendeten mechanischen Modell dafür konnten die Positionen der Sternabbilder auf 0.013° genau korrigiert werden, was nur noch wenig schlechter als die maximal erreichbare Genauigkeit von $0.022/\sqrt{12}$ ist. Außerdem wurde ein vollständiges Funktionensystem verwendet, um eine Fitfunktion zu finden, die die Pointingfehler korrigiert. Diese Methode lieferte ebenso gute Ergebnisse wie das mechanische

Modell und soll bei HESS angewendet werden.

Bislang ergaben die Pointingkorrekturen stets ein scheinbar falsches Vorzeichen für die altitudeabhängige Durchbiegung der Kameramasten. Es konnte gezeigt werden, daß die Verbiegung der Spiegelaufhängung mit dergleichen Funktionalität den erstgenannten Effekt überkompensiert und so das falsche Vorzeichen mimt.

Die Genauigkeit, mit der man bildbeschreibende Parameter wie das RMS oder die zweiten Momente bestimmen kann, ergab sich zu $(7 \cdot 10^{-4})^\circ$. Bei der Untersuchung der Abhängigkeit der Abbildungsfunktion von der Teleskopausrichtung zeigte sich, daß sich die Parameter stetig über den Himmel ändern. Dominant ist der Effekt, daß sich die Spiegelaufhängung abhängig von der Altitude verbiegt. Die daraus resultierende Aufweitung des Lichtflecks konnte durch ein einfaches Modell beschrieben werden. Da sowohl die Verschiebung als auch die Verbreiterung des Lichtflecks durch den Spiegelträger hervorgerufen werden, konnte die als polynomial angenommene Funktionalität der Verbiegung abgeschätzt werden.

Durch das Spiegelträgerdesign erwartet man eine Aufweitung der Abbildungsfunktion abhängig vom Einfallswinkel des Lichts. Diese konnte nachgewiesen werden.

Die Spiegeljustierung für HESS wurde getestet. Es wurde ein System entworfen, das vollautomatisch funktioniert. Die spezifizierte Genauigkeit von 0.006° für die Genauigkeit, mit der einzelne Spiegel positioniert werden sollen, wurde erreicht. Dies ist begrenzt durch die Genauigkeit von, mit der einzelne Spiegel gefunden werden können. Die Justage eines Spiegels dauert bei einem hellen Objekt etwa eine Minute. Die Justierung kann bei Vollmond vorgenommen werden und man wird genügend Sterne zur Verfügung haben.

Nach Anwendung der nötigen Korrekturen enthält das Abbild eines Sternes photometrische Information über den Stern. Die Genauigkeit, mit der visuelle Sternhelligkeiten gemessen werden können, beträgt 0.1 mag.

Genauigkeit	in °	in mm in der Fokalebene
Position LEDs	$2 \cdot 10^{-4}$	0.02
Reproduzierbarkeit der LED-Positionen *alt*, *az*	$1 \cdot 10^{-3}$	0.1
Position Sternabbild	$2 \cdot 10^{-4}$	0.02
Nachführgenauigkeit	$1 \cdot 10^{-3}$	0.1
Positioniergenauigkeit in α, δ	$1.3 \cdot 10^{-2}$	1.3
RMS, 60%-Radius, ...	$7 \cdot 10^{-4}$	0.07
Spiegeljustierung	$5 \cdot 10^{-3}$	0.5
Nachführmotor-Auflösung	$3.7 \cdot 10^{-4}$	0.037
Winkelkodierer-Auflösung	$2.2 \cdot 10^{-2}$	0.022

Literaturverzeichnis

[Akh 95] **A. Akhperjanian et. al.**
The Optical Layout of the HEGRA Cherenkov Telescopes
Heidelberg, internes Papier, 1995

[Alm 98] **K. Foster, J. Wall**
The Astronomical Almanac 1998
U.S. Government Printing Office, 1994, 1995, 1996

[Aug 96] **Auger Collaboration**
Pierre Auger Project Design Report
Auger Collaboration, S. 8, 1996

[Bin 98] **J. Binney, M. Merrifield**
Galactic Astronomy
Princeton University Press, Princeton, 1998

[Ber 98] **K. Bernlöhr**
CORSIKA and SIM_TELARRAY - A package for the simulation of the imaging atmospheric Cherenkov technique and an investigation of important environmental parameters for such simulations
Interner Bericht, MPI für Kernphysik, Heidelberg 1998

[Bol 99] **O. Bolz**
Diplomarbeit
MPI für Kernphysik, Heidelberg 1999

[Bul 98] **N. Bulian et. al.**
Tests of a mirror support/drive unit for HESS
Interne Mitteilungen, MPI für Kernphysik, Heidelberg 1998

[Bur 81] **P. J. Burt, T. H. Hong, A. Rosenfeld**
Segmentation and estimation of image region properties through cooperative hierarchical computation.

IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics 11, S. 802 - 809, 1981

[Car 94] **D. Carter, R. E. S. Clegg**
Observers' Guide
Isaac Newton Group, La Palma, 1994

[Dav 57] **J. M. Davies, E. S. Cotton**
Journal of Solar Energy, 1, No. 2 and 3, 16-22, 1957

[Fra 97] **A. Fraß**
Diplomarbeit
MPI für Kernphysik, Heidelberg 1997

[Gai 92] **T. K. Gaisser**
Cosmic Rays and Particle Physics
Cambridge University Press, 1992

[Hei 54] **W. Heitler**
Quantum Theory of Radiation
Oxford, 1954

[Hil 85] **A. Hillas**
19^{th}1 ICRC, La Jolla 3, 445, 1985

[Hof 98] **W. Hofmann**
Alignment of the HESS mirrors using images of stars
Interne Mitteilungen, MPI für Kernphysik, Heidelberg 1998

[Hun 96] **S. Hunklinger**
Skript zur Vorlesung Festkörperphysik, WS 96/97
Universität Heidelberg, Heidelberg 1996

[Jac 82] **J. D. Jackson**
Klassische Elektrodynamik
de Gruyter Berlin, New York, 1982

[Jäh 93] **B. Jähne**
Digitale Bildverarbeitung
Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, New York, 3. Auflage 1993

[Jun 99] **I. Jung**
Private Mitteilung

[Kar 96] **O. Karschnick**
Absoluteichung von Čerenkov-Teleskopen mit Sternenlicht
Diplomarbeit, Universität Kiel, 1996

[Kar 87] **H. Karttunen**
Fundamental Astronomy
Springer Verlag, Heidelberg, 1987

[Köh 98] **C. Köhler**
Doktorarbeit
MPI für Kernphysik, Heidelberg 1998

[Koh 95] **Antje Kohnle**
Diplomarbeit
MPI für Kernphysik, Heidelberg 1995

[Kra 99a] **H. Krawczynski et. al.**
The temporal characteristics of the TeV gamma-radiation from Mkn 501 in 1997
Astrononmy and Astrophysics 342, 69-86, 1999

[Kra 99b] **H. Krawczynski**
Private Mitteilung

[Mar 98] **P. Martinez and A. Klotz**
A Practical Guide to CCD Astronomy
Cambridge Universal Press, Cambridge, 1998

[Mel 77] **R. Melen and D. Buss**
Charge-Coupled-Devices: Technology and Applications
IEEE-Press, New York, 1977

[Mir 94] **R. Mirzoyan et. al.**
The first telescope of the HEGRA air Cherenkov imaging telescope array
Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A 351 (1994) 513-526

[Mül 92] **N. Müller**
Diplomarbeit
Universität Kiel, 1992

[Püh 96] **G. Pühlhofer**
Diplomarbeit
MPI für Kernphysik, Heidelberg 1996

[Püh 98] **G. Pühlhofer**
Interne Web-Seite zur Kalibration des HEGRA-Systems
MPI für Kernphysik, Heidelberg 1998

[Püh 99] **G. Pühlhofer**
A scan of the galactic plane in the TeV-band with the HEGRA stereoscopic IACT system
Proceedings of the 26^{th} ICRC, OG.2.4.11, 1999

[Sch 95] **V. Schönfelder**
Exotische Astronomie mit den Compton-Observatorium
Physik in unserer Zeit, 26. Jahrg. 1995, Nr. 6

[Sok 89] **P. Sokolsky**
Introduction to Ultrahigh Energy Cosmic Ray Physics
Addison Wesley, 1989

[Tlu 99] **M. Tluczykont**
Private Aufnahme
Universität Hamburg, 1999

[Tru 85] **M. Trueblood, R. Genet**
Microcomputer Control of Telescopes
Willmann-Bell, Inc., Richmond, Virginia 1985

[Wee 92] **T. C. Weekes**
Space Sci. Rev., 59, 319, 1992

[Wie 94] **B. Wiebel**
Chemical composition in the high energy cosmic rays
Fachbereich Physik BUGH, (1994)

Danke,

- Gerd, für die unerschöpfliche Bereitschaft zur Hilfe mit den Computern und die vielen guten Diskussionen über diese Arbeit.
- Herr Hofmann, für die hervorragende Betreuung im letzten Jahr und die Bereitstellung der guten Arbeitsmöglichkeiten.
- Ira, für die technische und moralische Unterstützung während der nächtlichen Messungen sowie die Nachhilfe in PAW.
- Hubert, für all die Bücher auf Deinem Tisch und die gute Zusammenarbeit auf La Palma.
- Michael S., für die Hilfe beim Aufbau der Meßapparaturen an CT-2.
- Hans, für die Hilfe (und Lehrstunden) in allen mechanischen Problemen.
- Antje, für die vielen Tips zu dieser Arbeit während des letzten Jahres.
- Thomas K., für die perfekte Unterstützung in allen Computer-Fragen.
- Martin, für die Hilfe auf La Palma.

Auch bei den restlichen Mitgliedern der Arbeitsgruppe (F. Aharonian, K. Bernlöhr, O. Bolz, J. Dost, A. Heusler, G. Hermann, T. Hirsch, A. Katona, J. Kettler, A. Konopelko, H. Krawczynski, M. Panter, S. Preuß, B. Schäfer, T. Scholl, H. J. Völk, C. A. Wiedner, H. Wirth) möchte ich mich ganz herzlich für die gute Zusammenarbeit, die nette Arbeitsatmosphäre und ihre Hilfsbereitschaft bedanken.

Wesentlich zum Gelingen der Arbeit trug die ausgezeichnete Unterstützung durch die Werkstätten des Instituts bei. Insbesondere bedanke ich mich bei N. Bulian, R. Kankanian, R. Nett und S. Oedel für die Unterstützung beim Bau der für diese Arbeit nötigen Hardware. Ebenso hilfreich war die organisatorische Unterstützung von J. Suppanz, für die ich mich ebenfalls bedanken möchte.

Anhang A

Liste der ausgewählten Sterne

Folgende Sterne wurden entsprechend Kapitel 8.4.3 für die Messungen ausgewählt:

Stern	Rektaszension	Deklination	Helligkeit	Spektraltyp	Kommentar
α *And*	00 : 08 : 23	+29 : 05	2.1	B9	
β *And*	01 : 09 : 44	+35 : 37	2.4	M0	
δ *And*	00 : 39 : 20	+30 : 52	3.5	K3	
α *Aql*	19 : 50 : 47	+08 : 52	0.9	A7	Atair
ζ *Aql*	19 : 05 : 25	+13 : 52	3.0	A0	
α *Ara*	17 : 31 : 54	−49 : 53	0.9	B2	1
β *Ari*	01 : 54 : 39	+20 : 48	2.7	A4	
α *Aur*	05 : 16 : 41	+46 : 00	0.2	G6	Capella
β *Aur*	05 : 59 : 32	+44 : 57	2.1	A1	
ϵ *Aur*	05 : 01 : 58	+43 : 49	3.5	A9	
ι *Aur*	04 : 57 : 00	+33 : 10	2.9	K3	
θ *Aur*	05 : 59 : 43	+37 : 13	2.7	A0	
α *Boo*	14 : 15 : 42	+19 : 11	0.0	K1	Arktur, 1
ϵ *Car*	08 : 22 : 30	−59 : 31	1.7	K3	1
α *Cas*	00 : 40 : 31	+56 : 32	2.5	K0	
δ *Cas*	01 : 25 : 49	+60 : 14	2.8	A5	
ϵ *Cen*	13 : 39 : 54	−53 : 28	2.6	B1	1
ι *Cen*	13 : 20 : 36	−36 : 43	2.9	A2	1
θ *Cen*	14 : 06 : 42	−36 : 22	2.3	K0	1
α *Cep*	21 : 18 : 35	−62 : 35	2.6	A7	
β *Cet*	00 : 43 : 35	−17 : 59	2.2	G9	
α *CMa*	06 : 45 : 06	−16 : 43	−1.6	A0	Sirius
β *CMa*	06 : 22 : 42	−17 : 57	2.0	B1	
δ *CMa*	07 : 08 : 20	−26 : 24	2.0	F8	1
ϵ *CMa*	06 : 58 : 36	−28 : 58	1.6	B2	1
ω_2 *CMa*	07 : 02 : 58	−23 : 50	3.1	B3	1
α *CMi*	07 : 39 : 18	+05 : 13	0.5	F5	Prokyon, 1
α *CrB*	15 : 34 : 42	+26 : 43	2.3	A0	1
γ *Cru*	12 : 31 : 12	−57 : 07	1.6	M3	1
β *Crv*	12 : 34 : 24	−23 : 24	2.8	G5	1
ϵ *Crv*	12 : 10 : 06	−22 : 37	2.8	K2	1
α *Cyg*	20 : 41 : 24	+45 : 17	1.3	A2	Deneb
α *Dor*	04 : 33 : 58	−55 : 03	3.5	A0	1
β *Dra*	17 : 30 : 26	+52 : 18	3.0	G2	1

Stern	**Rektaszension**	**Deklination**	**Helligkeit**	**Spektraltyp**	**Kommentar**
γ *Dra*	17 : 56 : 34	+51 : 29	2.4	K5	
ζ *Dra*	17 : 08 : 47	+65 : 43	3.2	B6	
α *Eri*	01 : 37 : 42	−57 : 14	0.6	B3	1
α *Gem*	07 : 34 : 36	+31 : 53	1.6	A1	
γ *Gem*	06 : 37 : 43	+16 : 24	1.9	A1	
ϵ *Gem*	06 : 43 : 56	+25 : 08	3.2	G8	1
μ *Gem*	06 : 22 : 52	+22 : 31	3.2	M3	1
α *Gru*	22 : 08 : 12	−46 : 58	2.2	B7	1
δ *Her*	17 : 14 : 58	+24 : 50	3.2	A1	1
ζ *Her*	16 : 41 : 18	+31 : 36	3.0	G0	1
α *Hya*	09 : 27 : 36	−08 : 40	2.2	K3	1
α *Ind*	20 : 37 : 36	−47 : 17	3.2	K0	1
α *Leo*	10 : 08 : 24	+11 : 58	1.3	B7	Regulus, 1
α *Lyr*	18 : 36 : 54	+38 : 47	0.1	A0	Wega
α *Oph*	17 : 34 : 54	+12 : 34	2.1	A5	1
κ *Oph*	16 : 57 : 42	+09 : 22	3.4	K2	1
ν *Oph*	17 : 58 : 57	+09 : 46	3.5	G9	1
α *Ori*	05 : 55 : 10	+07 : 24	0.6	M1	Beteigeuze
β *Ori*	05 : 14 : 32	−08 : 12	0.3	B8	Rigel
γ *Ori*	05 : 25 : 08	+06 : 21	1.7	B2	
κ *Ori*	05 : 47 : 08	−09 : 40	2.2	B0	
α *Pav*	20 : 25 : 42	−56 : 44	2.1	B2	1
α *Peg*	23 : 04 : 46	+15 : 12	2.6	A0	
β *Peg*	23 : 03 : 47	+28 : 05	2.6	M2	
γ *Peg*	00 : 13 : 14	+15 : 11	2.9	B2	
ϵ *Peg*	21 : 44 : 11	+09 : 53	2.5	K2	
γ *Per*	03 : 04 : 48	+53 : 30	3.1	G5	
ζ *Pup*	08 : 03 : 36	−40 : 00	2.3	O5	
α *Sco*	16 : 29 : 24	−26 : 26	1.1	M1	Antares, 1
δ *Sco*	16 : 00 : 18	−22 : 37	2.5	B0	1
η *Sco*	17 : 12 : 06	−43 : 14	3.4	F2	1
κ *Sco*	17 : 42 : 30	−39 : 02	2.5	B1	1
σ *Sco*	16 : 21 : 12	−25 : 36	3.1	B1	1
θ *Sco*	17 : 37 : 18	−43 : 00	2.0	F1	1
τ *Sco*	16 : 35 : 54	−28 : 13	2.9	B0	1
δ *Sgr*	18 : 21 : 00	−29 : 50	2.8	K2	1
π *Sgr*	19 : 09 : 48	−22 : 01	3.0	F2	1
σ *Sgr*	18 : 55 : 18	−26 : 18	2.1	B3	1
α *Tau*	04 : 35 : 55	+16 : 31	1.1	K5	Aldebaran
β *Tau*	05 : 26 : 18	+28 : 36	1.8	B7	
β *Tri*	02 : 09 : 33	+34 : 59	3.1	A5	
α *UMa*	11 : 03 : 42	+61 : 45	2.0	K0	1
β *UMa*	11 : 01 : 48	+56 : 23	2.4	A0	1
γ *UMa*	11 : 53 : 48	+53 : 42	2.5	A0	1
ϵ *UMa*	12 : 54 : 00	+55 : 58	1.7	A0	1
η *UMa*	13 : 47 : 30	+49 : 19	1.9	B3	1
ω *UMa*	08 : 30 : 16	+60 : 43	3.5	G5	
ψ *UMa*	11 : 09 : 42	+44 : 30	3.1	K1	1
α *UMi*	02 : 31 : 54	+89 : 16	2.1	F5	Polaris
β *UMi*	14 : 50 : 42	+74 : 09	2.2	K4	1
δ *Vel*	08 : 44 : 42	−54 : 42	2.0	A1	1
α *Vir*	13 : 25 : 12	−11 : 10	1.2	B1	Spica, 1

(1): Diese Sterne waren zur Meßzeit nicht sichtbar.

Die angegebenen Koordinaten sind Äquinoktium 2000.0. Die Genauigkeit dient nur zur Identifizierung der Sterne, die tatsächlich verwendeten Koordinaten wurden dem Astronomie-Programm xephem entnommen. Ein Präzessionskorrektur ist für diese Arbeit nicht notwendig gewesen: Da sich die Koordinaten innerhalb eines Jahres maximal um 50 Bogensekunden ändern können, und die Messungen im September 1999 ausgeführt wurden, waren alle Koordinaten auf mindestens 17 Bogensekunden genau. Dies liegt unterhalb der Positioniergenauigkeit der Teleskope von rund einer Bogenminute.

Neben diesen Sternen wurden Jupiter und Saturn als Lichtquellen eingesetzt. Ihre Koordinaten waren jeweils um 0h UTC:

Datum	**Planet**	**Rektaszension**	**Deklination**	**Helligkeit**	**Spektraltyp**
3.9.1999	Jupiter	02:12:19	11:46:19	-2.8	G2
6.9.1999	Jupiter	02:11:56	11:43:36	-2.8	G2
8.9.1999	Jupiter	02:11:36	11:41:25	-2.8	G2
3.9.1999	Saturn	03:01:44	14:34:29	0.7	G2
6.9.1999	Saturn	03:01:38	14:33:20	0.7	G2
9.9.1999	Saturn	03:01:27	14:31:54	0.7	G2

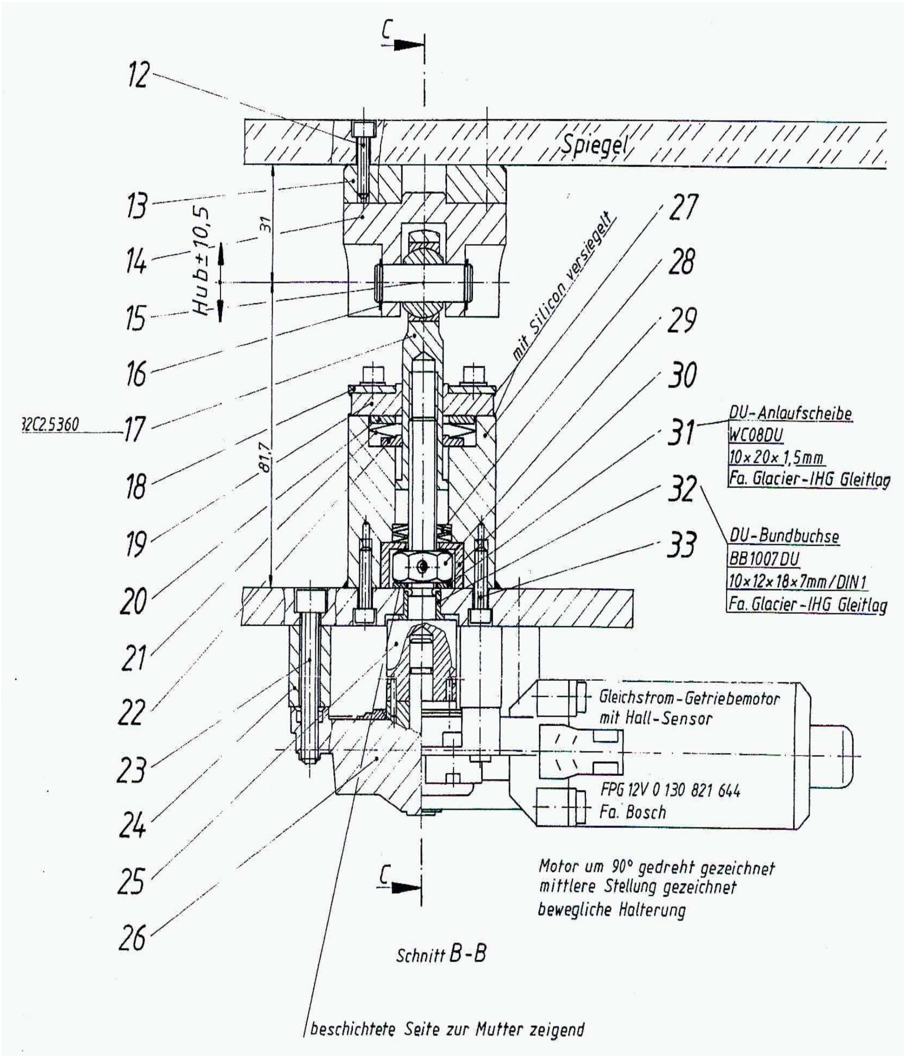
Außerdem wurden folgende Sterne verwendet, die nicht alle in Kapitel 8.4.3 gesetzten Bedingungen erfüllen:

Stern	**Rektaszension**	**Deklination**	**Helligkeit**	**Spektraltyp**	**Kommentar**
γ *And*	02 : 03 : 54	+42 : 20	2.3	K3	
β *Aqr*	21 : 31 : 29	−05 : 34	2.9	G0	
δ *Cap*	21 : 47 : 02	−16 : 08	2.9	F2	
β *Cas*	00 : 09 : 11	+59 : 09	2.3	F2	
ϵ *Cas*	01 : 54 : 24	+63 : 40	3.4	B3	
ζ *Cas*	00 : 36 : 58	+53 : 54	3.7	B2	
γ *Cep*	23 : 39 : 21	+77 : 38	2.9	K1	
ζ *Cep*	22 : 10 : 51	+58 : 12	3.4	K1	
γ *Cet*	02 : 43 : 18	+03 : 14	3.5	A2	
ι *Cet*	00 : 19 : 26	−08 : 49	3.6	K1	
τ *Cet*	01 : 44 : 04	−15 : 56	3.5	G8	
ζ *Cyg*	21 : 12 : 56	+30 : 14	3.2	G8	
δ *Eri*	03 : 43 : 15	−09 : 46	3.5	K0	
υ *Eri*	04 : 35 : 33	−30 : 34	3.8	K0	
η *Ori*	05 : 24 : 29	−02 : 24	3.4	B1	
π^3 *Ori*	04 : 49 : 50	+06 : 58	3.2	F6	
η *Peg*	22 : 43 : 00	+30 : 13	2.5	G8	
θ *Peg*	22 : 10 : 12	+06 : 12	2.9	A2	
β *Per*	03 : 08 : 10	+40 : 57	2.1	B8	Algol
ϵ *Per*	03 : 57 : 51	+40 : 01	2.9	B0	
γ *Psc*	23 : 17 : 10	+03 : 17	3.7	G9	

Alle Daten nach [Alm 98].

Anhang B

Konstruktionszeichnung der Aktuatoren



Anhang C

Effektivtemperaturen und B.C. für verschiedene Spektraltypen

nach [Bin 98]

The effective-temperature and bolometric-correction scales

Spectral type	V		III		I	
	$T_{\mathrm{eff}}/\mathrm{K}$	BC_V	$T_{\mathrm{eff}}/\mathrm{K}$	BC_V	$T_{\mathrm{eff}}/\mathrm{K}$	BC_V
O3	52 500	−4.75	50 000	−4.58	47 300	−4.41
O5	44 500	−4.40	42 500	−4.05	40 300	−3.87
O7	38 000	−3.68	37 000	−3.58	35 700	−3.48
O9	33 000	−3.33	32 000	−3.13	32 600	−3.18
B0	30 000	−3.16	29 000	−2.88	26 500	−2.49
B2	22 000	−2.35	20 300	−2.02	18 500	−1.58
B3	18 700	−1.94	17 100	−1.60	16 200	−1.26
B5	15 400	−1.46	15 000	−1.30	13 600	−0.95
B7	13 000	−1.02	13 200	−0.97	12 200	−0.78
B8	11 900	−0.80	12 400	−0.82	11 200	−0.66
A0	9 520	−0.30	10 100	−0.42	9 730	−0.41
A5	8 200	−0.15	8 100	−0.14	8 510	−0.13
F0	7 200	−0.09	7 150	−0.11	7 700	−0.01
F5	6 440	−0.14	6 470	−0.14	6 900	−0.03
G0	6 030	−0.18	5 850	−0.20	5 550	−0.15
G2	5 860	−0.20	5 450	−0.27	5 200	−0.21
G5	5 770	−0.21	5 150	−0.34	4 850	−0.33
K0	5 250	−0.31	4 750	−0.50	4 420	−0.50
K5	4 350	−0.72	3 950	−1.02	3 850	−1.01
M0	3 850	−1.28	3 800	−1.25	3 650	−1.29
M5	3 240	−2.73	3 330	−2.48	2 800	−3.47
M8	2 640	−4.1				

Erklärung:

Ich versichere, daß ich diese Arbeit selbständig verfaßt und keine anderen als die angegebenen Quellen oder Hilfsmittel benutzt habe.

Heidelberg, den