

Analyse der Variabilität der Langzeitlichkurve von Markarian 421

Analysis of variability of the long-term light curve of
Markarian 421

von

Johannes Martin

geboren am

18. August 1988

Bachelor-Arbeit im Studiengang Physik

Universität Hamburg

2011

1. Gutachter: Prof. Dieter Horns
2. Gutachter: Prof. Peter Hauschildt

Deutsch

Daten aus 27 Veröffentlichungen wurden benutzt, um eine Langzeitlichtkurve von Markarian 421 zu erstellen, die mehr als 100 Jahre überdeckt. Mithilfe von vier Verfahren wurde anschließend geprüft, ob die Lichtkurve die Charakteristik von rotem Rauschen zeigt. Dazu wurden Eigenschaften der Lichtkurve mit denen simulierter Kurven verglichen, die rotes Rauschen darstellen. Die spektrale Leistungsverteilung der Lichtkurve lässt sich durch rotes Rauschen mit einem Index von $\beta = 1.2 \dots 1.6$ und einer Abbruchfrequenz $f_{\min} \approx 10^{-4.0 \dots -3.6} \text{ Tage}^{-1}$ darstellen. Für kleinere Frequenzen wird weißes Rauschen beobachtet. Aus Kausalitätsgründen ergibt sich eine Obergrenze der emittierenden Region von $r_{\max} \approx 5.3 \text{ pc}$

English

Using data from 27 different sources, a long-term light curve of Markarian 421 was assembled, spanning a time of about 100 years. The resulting light curve was analyzed using four different methods. Those same procedures were applied to simulated light curves that followed the behaviour of red noise up to a break frequency, whereas for frequencies below that threshold, white noise was assumed. Finally, those results were compared to the original light curve, in order to find the best fit. As a result, it is found that the power spectral density function follows the expectation on red noise with a power law with index $\beta \approx 1.2 \dots 1.6$ and a break frequency of $f_{\min} \approx 10^{-4.0 \dots -3.6} \text{ days}^{-1}$, with white noise behaviour for frequencies below that. This constrains the emitting region to be of size smaller than $r_{\max} \approx 5.3 \text{ pc}$.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	4
2	Grundlagen	5
2.1	Aktive Galaxienkerne (AGN)	5
2.1.1	Aufbau und Klassen	5
2.1.2	Spektrum und Variabilität	10
2.2	Variabilität	14
2.3	Verwendete Verfahren	15
2.3.1	Strukturfunktion	16
2.3.2	Lomb-Scargle-Periodogramm	16
2.3.3	Multiple Fragment Variance Function	17
2.4	Markarian 421	18
3	Lichtkurve	20
3.1	Daten und Datenreduktion	20
3.2	Fehlerdiskussion und Anmerkungen zu einzelnen Quellen	22
3.3	Fehlerzusammenhang für simulierte Lichtkurven	28
4	Analyse	29
4.1	Ergebnisse der Lichtkurvenanalyse ohne Daten aus Miller (1975)	29
4.2	Vergleich mit rotem Rauschen (ohne Daten aus Miller (1975))	33
4.3	Fehlerabschätzung (ohne Daten aus Miller (1975))	36
4.4	Ergebnisse der Lichtkurvenanalyse mit allen Datenpunkten	38
4.5	Vergleich mit rotem Rauschen (Lichtkurve mit allen Datenpunkten)	42
4.6	Fehlerabschätzung	45
4.7	Goodness of Fit	47
5	Zusammenfassung	51
6	Danksagung	53

1 Einleitung

Aktive Galaxienkerne (AGN) gehören zu den leuchtkräftigsten Objekten im Universum. Viele Details zu ihrer Struktur und ihrem Verhalten konnten in den letzten Jahren erklärt werden, doch nach wie vor gibt es offene Fragen. Unter den Klassen der AGNs gehören Blazare zu den interessantesten. Sie zeigen ein glattes Spektrum ohne Linien mit veränderlicher Helligkeit. Von den heute weitgehend akzeptierten Theorien werden diese Beobachtungen auf extreme Bedingungen sowohl im innersten Kern der aktiven Galaxie - einem supermassiven schwarzen Loch - als auch in den vom Kern ausgehenden, kegelförmigen Materiebündeln, den sogenannten „Jets“, zurückgeführt. Die beobachtete Strahlung erlaubt Rückschlüsse auf die Zentralregion der aktiven Galaxie. Weiter können AGNs durch ihre großen Entfernungen und sehr hohen Leuchtkräfte Aufschluss über sehr weit entfernte Objekte im Universum geben.

Thema dieser Arbeit ist der Blazar *Markarian 421* (Mkn421, Mrk421). Er ist ungefähr 90Mpc, also etwa 290 Millionen Lichtjahre entfernt (nach Ulrich et al. (1975)). Wie bei allen Blazaren ist seine Helligkeit veränderlich. Sie variiert auch auf kurzen Zeitskalen um fast fünf Magnituden, das entspricht einer Variation im Fluss von zwei Größenordnungen. Diese Variabilität von Mkn 421 wird hier genauer untersucht. Dazu wurde zunächst aus siebenundzwanzig verschiedenen Quellen eine Langzeitlichtkurve von Markarian 421 aufgestellt. Dann wird *rotes Rauschen* mit verschiedenen Parametern simuliert und mit dieser Lichtkurve verglichen. Damit wird es etwa möglich abzuschätzen, ob die in der Lichtkurve vielleicht erkennbaren Periodizitäten real sind oder lediglich zufällig innerhalb des beobachteten Zeitraums auftreten.

Das Kapitel „Grundlagen“ enthält eine kurze Darstellung der aktiven Galaxienkerne. Rotes Rauschen und die hier verwendeten Methoden zur Analyse der Lichtkurven werden vorgestellt. Der Blazar Markarian 421 wird beschrieben. Das Kapitel „Lichtkurve“ umfasst die Erstellung der Langzeitlichtkurve. Dort sind die verwendeten Quellen angegeben und die Methoden und Daten beschrieben. Das Kapitel „Analyse“ beschäftigt sich dann mit der Auswertung dieser Daten und dem Vergleich mit dem simulierten roten Rauschen. Das letzte Kapitel fasst alle Ergebnisse zusammen.

2 Grundlagen

Dieses Kapitel umreißt kurz die Grundlagen von aktiven Galaxienkernen, erklärt rotes Rauschen, beschreibt die verwendeten Verfahren und gibt einige Details zu Markarian 421.

2.1 Aktive Galaxienkerne (AGN)

Zahlreiche Publikationen existieren, die eine umfassende Einführung in das Thema der aktiven Galaxienkerne bieten. Hier soll beispielhaft auf Urry und Padovani (1995) verwiesen werden. Dieser Abschnitt folgt den Darstellungen in Schneider (2006).

2.1.1 Aufbau und Klassen

Der größte Teil des Lichtes einer Galaxie stammt in der Regel von den dort enthaltenen Sternen, die in Näherung das Spektrum eines schwarzen Strahlers aufweisen (mit einigen Emissions- und Absorptionslinien). Daher ergeben sich als Gesamtspektrum in der Regel Überlagerungen solcher Spektren. Bei einigen Galaxien werden jedoch in Energiebereichen, in der man keine Emission durch Sterne erwartet, noch signifikante Flüsse gemessen. Diese Strahlung stammt von einem zentralen, kleinen Raumgebiet, dem *aktiven Galaxiekern* (AGN). Er besitzt häufig eine hohe Rotverschiebung (man kennt mehrere hundert mit $z \geq 4$). Der Kern kann jedoch nicht räumlich aufgelöst werden, das heißt diese Strahlung wird aus einem sehr kleinen Raumgebiet ($r \leq 1$ pc) emittiert.

1963 fand Marteen Schmidt für 3C 273, einer punktförmigen Radioquelle, eine Rotverschiebung von $z = 0.158$, und errechnete daraus eine absolute Helligkeit von $M_B \approx -25.3$. Dann muss in dem kleinen Raumgebiet eine enorme Leuchtkraft erzeugt werden. Solche Objekte nennt man Quasare (von „Quasi-stellar radio source“). Mit verbesserten Instrumenten fand man schnell weitere. Es sind die Kerne von Galaxien, die viel heller strahlen, als die sie umgebene Heimatgalaxie (engl. „Hostgalaxy“), so dass sie sternförmig erscheinen.

Man unterscheidet mehrere Arten von AGN, die auf den beobachteten Eigenschaften, wie etwa dem Vorhandensein oder Fehlen breiter und/oder schmaler Emissionslinien oder dem Verhältnis von Radiofluss zu optischem Fluss abhängt. Dabei handelt es sich um rein beobachtungstechnische Unterscheidungsmerkmale. Es gibt Theorien zur Vereinigung all dieser verschiedenen Objekte. Das weitgehend akzeptierte Modell des Aufbaus eines AGNs wird im Folgenden erläutert.

Abbildung 1 zeigt den schematischen Aufbau eines AGN. Im Zentrum befindet sich ein **supermassives schwarzes Loch** (denkbar sind auch mehrere). Diese Vermutung wird dadurch gestützt, dass - wie eine simple Abschätzung (vgl. Schneider (2006), S. 189) zeigt

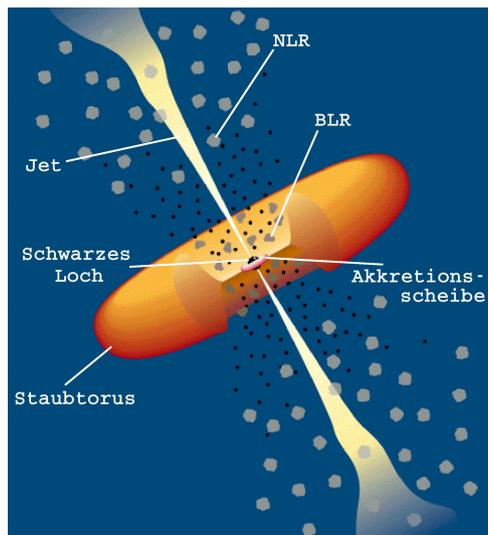


Abbildung 1: **Schematischer Aufbau eines aktiven Galaxiekerns.** Im Zentrum befindet sich ein schwarzes Loch, welches von einer Akkretionsscheibe umgeben ist. Direkt oberhalb der Scheibe befinden sich Gaswolken, die sogenannte Broad-Line-Region (BLR) und schließlich die Narrow-Line-Region (NLR). Ebenso bilden sich zwei senkrecht zur Scheibe verlaufende Jets aus. Bild von <http://www.pm.ruhr-uni-bochum.de/pm2005/msg00210.htm>, ursprünglich von Urry und Padovani (1995).

- lediglich gravitative Quellen für die Energieumwandlung in Frage kommen. Nur sie sind effizient genug. Typische Massen für das schwarze Loch betragen $10^6 \dots 10^9$ Sonnenmassen. Durch Rotation eines schwarzen Lochs kann die Effizienz der Energieumwandlung enorm gesteigert werden. Möglicherweise führt bei sonst identischen AGNs der Drehimpuls des schwarzen Lochs zu unterschiedlichen Beobachtungsmerkmalen und damit zur Einordnung in die verschiedenen Klassen

Das schwarze Loch ist von einer **Akkretionsscheibe** aus Gas umgeben. Dabei handelt es sich um Materie, die in das supermassive schwarze Loch stürzt. Da diese Materie jedoch Drehimpuls besitzt, und dieser erhalten bleibt, entsteht eine Scheibe (in der Ebene senkrecht zum Drehimpulsvektor). Die Materie in dieser Scheibe bewegt sich auf Keplerbahnen, und rotiert daher differentiell, innen schneller als außen. Durch Reibung (vermutlich hydrodynamischer oder magnetohydrodynamischer Ursachen) heizt sich die Materie auf. Man kann die Temperatur dieser Scheibe abzuschätzen und findet:

$$T(r) \propto \left(\frac{\dot{m} M_{\text{BH}}}{r^3} \right)^{1/4}. \quad (1)$$

Dabei bezeichnet \dot{m} die Akkretionsrate des schwarzen Lochs und M_{BH} ist die Masse desselben. Die Temperatur nimmt mit wachsendem Radius ab. Abschnitte mit festem r in

der Scheibe strahlen in guter Näherung wie ein schwarzer Strahler. Als Gesamtspektrum der Akkretionsscheibe ergibt sich so die Überlagerung all dieser Anteile, die dann über einen weiten Energiebereich verläuft.

Durch Strahlung kann Impuls übertragen werden ($p = E/c$). Dadurch entsteht ein Strahlungsdruck auf die Materie, der dem gravitativen Einfluss des schwarzen Lochs entgegenwirkt, ihn aber nicht ausgleichen kann. Aus dieser Bedingung $F_{\text{rad}} < F_g$ erhält man eine Obergrenze für die Leuchtkraft, die Eddington-Leuchtkraft. Diese lässt sie sich umformen zu einer Grenze der Masse M des schwarzen Lochs:

$$L_{\text{Eddington}} \approx 1.3 \cdot 10^{31} \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right) \frac{\text{J}}{\text{s}} \quad M_{\text{Eddington}} \approx 8 \cdot 10^7 \left(\frac{L}{10^{39} \text{J/s}} \right) M_{\odot} \quad (2)$$

Dabei wurde aber eine isotrope Abstrahlung angenommen. Nimmt man eine richtungsabhängige Abstrahlung an, so vergrößert sich das Ergebnis, die Größenordnung bleibt jedoch dieselbe.

Die Akkretionsscheibe ist von einem dichten **Torus** aus Staub umgeben. Dieser besitzt eine hohe optische Tiefe, und ist daher weitgehend undurchlässig für Strahlung. Er kann die Akkretionsscheibe mit Materie versorgen. Die genaue Struktur ist nicht bekannt - es muss keine axialsymmetrische Verteilung sein, denkbar wären auch verformte Scheiben oder ähnliches. Dieser Torus kann den Blick auf das Zentrum versperren.

Senkrecht zur Akkretionsscheibe erstrecken sich bis zu etwa 1 pc durch die Strahlung ionisierte Gaswolken, die breite Emissionslinien zeigen. Dieses Gebiet nennt man **Broad-Line Region (BLR)**. Die Breite der Linien kann nicht allein durch thermische Verbreiterung erklärt werden. Stattdessen geht man davon aus, dass sich diese Wolken mit hohen Geschwindigkeiten (mehrere Tausend km/s), zueinander bewegen. Aufgrund der Tatsache, dass halbverbotene, aber keine verbotenen Übergänge beobachtet werden, kann die Dichte zu $n_e \approx 3 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-3}$ abgeschätzt werden. Das Gas füllt das umgebende Volumen nicht homogen, sondern ist in ungefähr 10^{10} Wolken mit typischen Radien von etwa 10^9 m angeordnet.

Weiter vom schwarzen Loch entfernt ist die **Narrow-Line-Region (NLR)**. Sie erstreckt sich von hundert Parsec bis zu wenigen Kiloparsec. In nahen AGNs kann sie räumlich aufgelöst werden (Abb. 2). Deutlich erkennt man die anisotrope Verteilung in Form zweier „Kegel“. Auch hier entstehen Emissionslinien, die aber deutlich schmaler sind als die der BLR. Aus dem Verhältnis der Linienintensitäten verbotener und erlaubter Übergänge schätzt man die Dichte zu $n_e \approx 10^9 \text{ m}^{-3}$ ab.

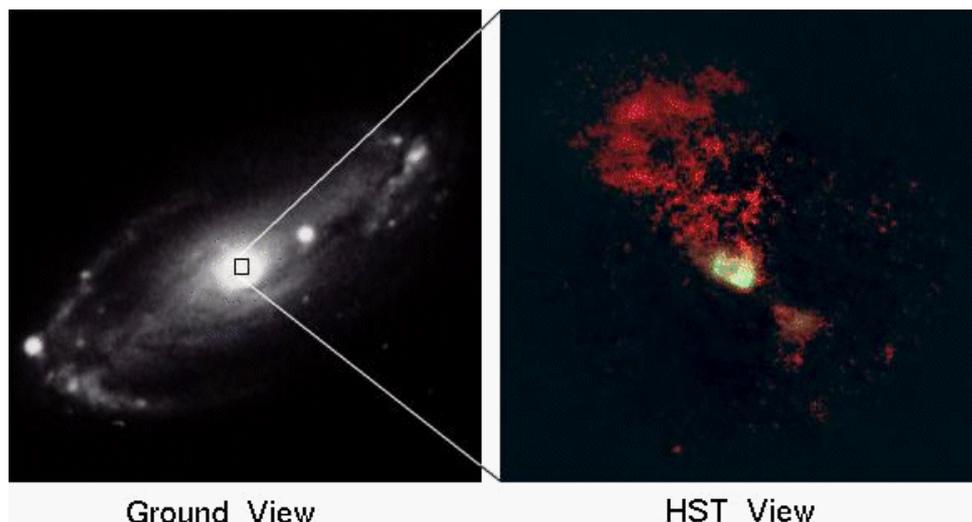


Abbildung 2: **Aufnahmen der Seyfert-Galaxie NGC 5728.** Links eine bodenbasierte, rechts eine vom Hubble Space Telescope im Filter einer Emissionslinie durchgeführte Aufnahme. Man erkennt deutlich den kegelartigen Verlauf der Narrow-Line-Region. Bild von <http://hubblesite.org/newscenter/archive/releases/1993/15/image/a/>. *This image is being presented at the American Astronomical Society meeting in Berkeley, California by Dr. Andrew Wilson of the Space Telescope Science institute (STScI), Baltimore, Maryland.*

Senkrecht zur Akkretionsscheibe verlaufen die **Jets**, bestehend aus relativistischen geladenen Teilchen. Man nimmt an, dass Gasteilchen aus der Akkretionsscheibe durch helixartige Magnetfelder „mitgerissen“ werden, und schließlich den Jet formen. Diese Struktur reicht mehrere hundert Kiloparsec aus der Galaxie heraus. Optische Jets sind kürzer und schmäler als Radio-Jets, und sie emittieren ein glattes Spektrum zwischen Radio- und Gammabereich. Im Optischen folgt das Spektrum annähernd einem Potenzgesetz. Abbildung 3 zeigt eine Aufnahme des Hubble-Teleskops, in dem ein Jet klar erkennbar ist. In der Regel gibt es zwei entgegengerichtete Jets, die zumeist mit „Jet“ und „Counterjet“ bezeichnet werden. Dabei ist der Counterjet deutlich schwächer als der Jet.

Der Drehimpuls der Akkretionsscheibe definiert eine Vorzugsrichtung, die auch von den Jets beschrieben wird. Die Abstrahlungsrichtung dieser Jets ist über einen weiten Zeitbereich nahezu konstant, wie der Vergleich der Richtungen von Jet und Radio-Lobes zeigt. Da supermassive schwarze Löcher nahezu ideale Gyroskope mit einem konstanten Drehimpulsvektor bilden, stützt dies die Vermutung auf ein schwarzes Loch im Zentrum. Aufgrund des Aufbaus ergeben sich durch die Blickrichtung auf das Objekt unterschiedliche Beobachtungen. Schaut man senkrecht zum Jet auf das Objekt, so verdeckt der Torus die Akkretionsscheibe und die Broad-Line Region. Aus diesem Grund sind nur die Narrow-Line Region und ggf. die Jets erkennbar. Solche Objekte heißen **Typ 2-AGNs**. Wird der

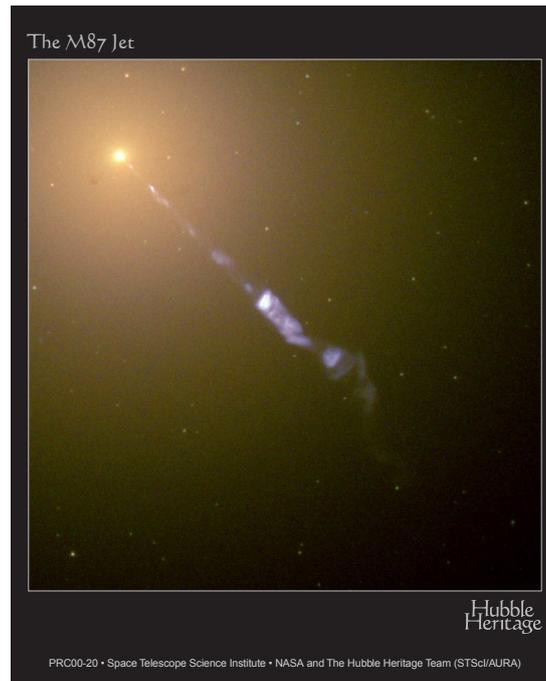


Abbildung 3: **Aufnahme des Hubble-Teleskops von M87 und einem seiner Jets.** Man erkennt deutlich den Jet, der weit aus der Aktiven Galaxie herausragt. Bildquelle: *NASA and The Hubble Heritage Team (STScI/AURA)*, via <http://www.hubblesite.org/gallery/album/pr2000020a/>

Winkel zwischen Jet und Blickrichtung verringert, so wird die Broad-Line-Region und das Zentrum der Aktiven Galaxie sichtbar. Solche Objekte nennt man **Typ 1-AGNs**. Schaut man schließlich direkt in den Jet, so überstrahlt dieser Broad- und Narrow-Line-Regions, und auch das Licht der Akkretionsscheibe. Man sieht keine (oder nur sehr schwache) Linien. Das sind **Blazare**, zu denen auch Markarian 421 gehört. Tabelle 1 zeigt eine mögliche Vereinheitlichung der verschiedenen Klassen.

Die Klassifizierung der Objekte erfolgt historisch nach den Beobachtungsmerkmalen, insbesondere im Vorhandensein/Fehlen breiter Linien und dem Verhältnis des Radiofluss im Vergleich zum optischen Fluss.

QSO (Quasi-Stellar-Objects) sind punktförmige, im optischen „blaue“ Quellen (Kriterium: $U - B$ ist klein). Man spricht von einem QSO, wenn der Radiofluss des Objektes sehr gering gegen den optischen Fluss ist („radioleise“). Sie besitzen starke, breite Emissionslinien. Weisen sie zusätzlich eine hohe Variabilität schon auf kurzen Zeitskalen auf, so spricht man von **Optically Violently Variables (OVVs)**.

Seyfert-Galaxien sind Spiralgalaxien mit hellem Kern. Man spricht von **Seyfert 1-Galaxien**, wenn sowohl breite als auch schmale Emissionslinien auftreten. Fehlen die breiten Linien, so spricht man von **Seyfert 2-Galaxien**. Es gibt aber auch Zwischenstufen, die nur sehr schwache breite Linien aufweisen. Der Unterschied zwischen Seyfert

Tabelle 1: **Modell zur Vereinheitlichung der verschiedenen AGN-Klassen.** Nach dem beschriebenen Aufbau liegt der Hauptunterschied im Blickwinkel auf das Objekt. Möglicherweise ist der entscheidende Unterschied von radiolauten/-leisen Quellen im Drehimpuls des schwarzen Lochs zu suchen: Demnach würde der Drehimpuls zu den radiolauten Objekten hin, zunehmen. Nach Schneider (2006).

	Typ 2	Typ 1	Typ 0	
radioleise	Seyfert 2-Galaxien	Seyfert 1-Galaxien QSO		→ Drehimpuls des schwarzen Lochs steigt →
radiolaut	NLRG	BLRG Radioquasare (SSRQ, FSRQ)	Blazare (BL Lac, OVV)	
→ Winkel zwischen Jet und Sichtlinie nimmt ab →				

1-Galaxien und QSOs liegt in der höheren Helligkeit der QSOs.

Radiogalaxien sind elliptische Galaxien mit einem hohen Radiofluss aus dem Kern. Weiter unterscheidet man zwischen Radiogalaxien mit breiten Emissionslinien (BLRG) und solchen ohne (NLRG).

BL Lac-Objekte sind nach dem „Prototyp“ BL Lac, ein veränderliches („BL“) Objekt im Sternbild Eidechse (lat. „Lacertae“) benannt. Sie zeichnen sich durch ein glattes Spektrum ohne Linien von Radio- bis hin zu Gammastrahlung aus. Enorme Flussveränderungen auf kurzen Zeitskalen (Minuten) sind beobachtet worden (Fossati et al. (2008)). Die optische Strahlung besitzt einen hohen polarisierten Anteil. Das Modell erklärt auch, dass in Zeiten geringen Flusses Linien erkennbar sind: Nimmt der Fluss des Jets, der ein glattes Spektrum besitzt, ab, werden die Emissionslinien der verschiedenen Regionen nicht mehr überstrahlt. Objekte, die permanent einen solches Verhalten zeigen, klassifiziert man als Optically Violently Variables (OVV, siehe oben). Diese fasst man mit den BL Lacertae-Objekten zusammen in die Klasse der **Blazare**¹.

2.1.2 Spektrum und Variabilität

In dieser Arbeit wird die Variabilität von Markarian 421, einem Blazar untersucht. Wir schauen direkt in den Jet dieses AGN. Aufgrund des Beamings (siehe unten) ist das beobachtete Spektrum von der Emission aus dem Jet dominiert. Abbildung 4 zeigt das Spektrum von Markarian 421. Wie andere Blazare auch zeigt Markarian 421 ein glattes Spektrum ohne Linien, das sich aus zwei Komponenten zusammensetzen lässt. Sie sind

¹Einige Autoren zählen auch FSRQs zur Klasse der Blazare.

in der Abbildung durch gestrichelte Linien gekennzeichnet. Es wird vermutet, dass das Spektrum im optischen durch Synchrotron-Strahlung entsteht, wohingegen das Spektrum im Gammabereich durch inverse Compton-Streuung oder in Reaktionen mit Kaskaden von Sekundärteilchen erzeugt wird.

Die **optische Synchrotronstrahlung** entsteht nicht im Kern der aktiven Galaxie selbst, sondern erst im Jet: Elektronen strahlen nach genügend hoher Beschleunigung das Licht nach etwa 1 kpc ab, weit kürzer als die Länge der Jets. Die Elektronen bewegen sich im spiralförmigen Magnetfeld und werden durch die Lorentzkraft abgelenkt. Dabei entsteht Synchrotronstrahlung mit der charakteristischen Frequenz:

$$f_c = \frac{3\gamma^2 q B}{4\pi m_e c} \approx 4.2 \cdot 10^{10} \gamma^2 \left(\frac{B}{1 \text{ T}} \right) \text{ Hz.} \quad (3)$$

Hierbei ist $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$ mit $\beta = v/c$ der Lorentzfaktor der Elektronen. Nimmt man $B \approx 10^{-8} \text{ T}$ an, so erhält man $\gamma \approx 10^5$, also hochrelativistische Elektronen. Es sei erwähnt, dass Gleichung 3 nur gilt, wenn der Winkel zwischen Bewegungsrichtung der Elektronen und Magnetfeld 90° beträgt, sonst muss ein Faktor $\sin \alpha$ (α : Winkel zwischen Bewegungsrichtung und Magnetfeld) eingerechnet werden. Die Energieverteilung der Elektronen bestimmt dann die spektrale Form der Synchrotronstrahlung. Zusätzlich sei angemerkt, dass einige Theorien Protonen als Ursache der optischen Synchrotronstrahlung sehen.

Bei **inverse Comptonstreuung** streuen niederenergetische Photonen an hochrelativistischen Elektronen, und werden dadurch zu höheren Frequenzen und damit Energien gestreut. Im Ruhssystem des Elektrons ist das niederenergetische Photon blauverschoben, und es kommt zur Comptonstreuung am Elektron. Transformiert man nun zurück in das Ruhssystem des Beobachters, so findet man, dass das Photon nun sehr hohe Energie besitzt, und seine Frequenz im Röntgen- oder Gammabereich liegt. Diese Streuung kann sowohl durch Photonen, die selbst durch Synchrotronstrahlung im Jet entstanden sind (Synchrotron-Selbst Compton Effekt), als auch durch externe Photonen, bspw. aus der Narrow-Line-Region, der Emission anderer Galaxien oder der kosmischen Hintergrundstrahlung (Externer Compton Effekt) entstehen.

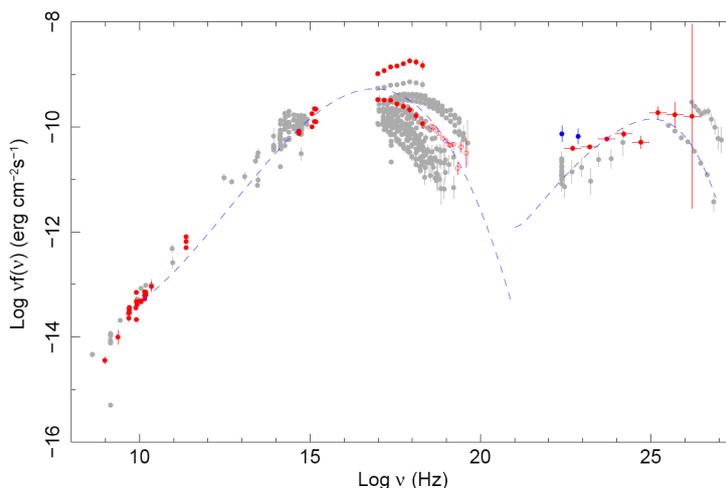


Abbildung 4: **Spektrum von Markarian 421**. Rote Kreise symbolisieren Datenpunkte aus einer (praktisch) simultanen Beobachtung, graue bezeichnen Archivdaten. Die gestrichelte Linie zeigt den besten Fit der Daten an die Anteile der Synchrotronstrahlung und Inverser Comptonstreuung. In dieser Arbeit werden Helligkeitsdaten des B-Bands bei etwa $670 \text{ THz} = 6.7 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ verwendet. Aus Abdo et al. (2010)

Ein weiterer Effekt, der die Intensität der Emission des Jets enorm verstärkt, ist das sogenannte **Beaming**. In seinem Ruhesystem strahlt das Elektron isotrop in alle Richtungen. Transformiert man dies in das Ruhesystem eines ruhenden Beobachters, so ergibt sich eine stark anisotrope Verteilung (Abb. 5). Dadurch ergibt sich in Bewegungsrichtung eine Verstärkung der Intensität um den Faktor D , der für ein Spektrum mit Spektralindex α

$$D = \left(\frac{1}{\gamma(1 - \beta \cos \phi)} \right)^{2+\alpha} \quad (4)$$

beträgt. So kann bereits bei kleinen Werten für β eine deutliche Verstärkung auftreten. Dabei ist ϕ der Winkel zwischen Geschwindigkeitsvektor der Quelle und Sichtlinie. Analog erhält man durch Einsetzen von $\phi' = \phi + \pi$ die Abschwächung des Counterjets. So erklärt sich das oftmals stark asymmetrisch erscheinende Helligkeitsverhältnis der beiden Jets. Ebenso bietet dies eine Möglichkeit, die Variabilität zu erklären: Kleine Abweichungen im Winkel ϕ verändern den Verstärkungsfaktor beträchtlich (Abb. 6)! Solche Abweichungen können dadurch entstehen, dass das schwarze Loch durch den Einfluss eines zweiten eine Präzessionsbewegung durchführt, oder aber durch die Eigenrotation des Jets selbst. Weitere Mechanismen sind denkbar. Ihre typischen Perioden lassen sich abschätzen (Rieger (2004)). Zu bedenken ist, dass die beobachtete Periode nicht der intrinsischen entspricht, sondern sich wegen der Rotverschiebung etwa um den Faktor $(1+z)/\gamma^2$ verändert.

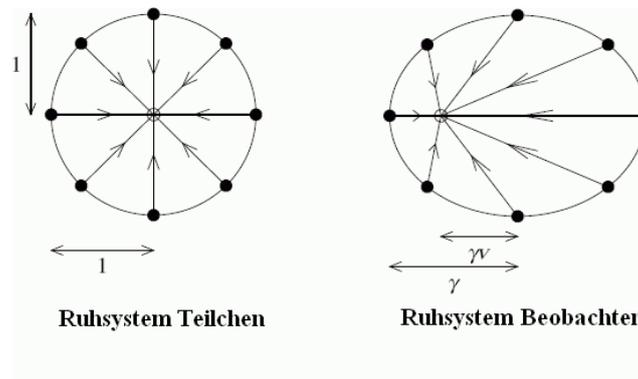


Abbildung 5: **Beamingeffekt**. Ein bewegtes Teilchen strahlt in seinem Ruhsystem isotrop in alle Richtungen gleich. Transformiert man dies jedoch in das Ruhsystem eines nicht mitbewegten Beobachters, so ergibt sich eine anisotrope Abstrahlung, verstärkt in Bewegungsrichtung des Teilchens. Je höher die Geschwindigkeit, umso stärker ist die Verzerrung. Bild von http://casa.colorado.edu/~ajsh/astr1120_05/summaries.html

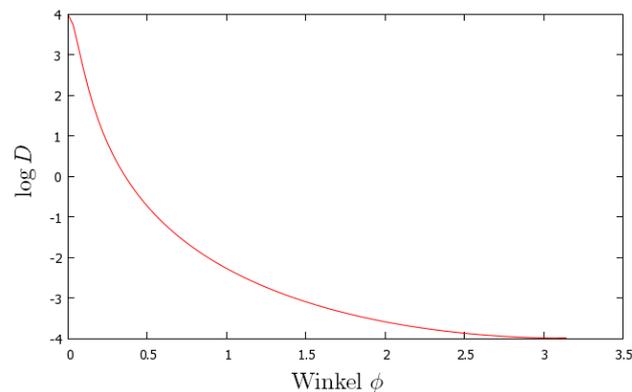


Abbildung 6: **Logarithmus des Verstärkungsfaktors in Abhängigkeit des Winkels ϕ** . Dabei ist ϕ der Winkel zwischen Bewegungsrichtung und Sichtlinie. Der Graph stellt den Verlauf für $\gamma = 15$ dar. Deutlich erkennt man, dass die Verstärkung um mehrere Zehnerpotenzen abnimmt, wenn sich der Winkel signifikant ändert. Dies könnte die hohe Variabilität im Fluss von Blazaren erklären.

2.2 Variabilität

Viele Untersuchungen bezüglich der Variabilität von Blazaren wurden bereits durchgeführt. Eine Sonderstellung nahm die Suche nach Periodizitäten ein. Sie können mit den Modellvorstellungen verbunden werden, um Rückschlüsse auf den Aufbau des innersten Kerns der AGN zu tätigen. In Rieger (2004) werden als mögliche Ursachen für Periodizitäten drei Gründe genannt. Periodendauern, die bei unter etwa 10 Tagen liegen, können auf eine Präzessionsbewegung des Jets hindeuten, die aufgrund von Variationen des Blickwinkels und des Beamings (Gleichung 4) Schwankungen im Fluss erzeugen. Handelt es sich um ein System, in dem neben dem zentralen, supermassiven schwarzen Loch noch ein weiteres schwarzes Loch vorhanden ist, so können Perioden durch verschiedene Effekte auftreten. Ist das zweite schwarze Loch klein verglichen mit dem zentralen, so wird der Jet von dem das zentrale schwarze Loch umkreisenden kleineren schwarzen Loch angezogen. Daher bewegt sich der Jet anschließend auf einer spiralförmigen Bahn. Aufgrund des Beamings ergeben sich durch die so entstehenden periodischen Winkelveränderungen Perioden im Fluss mit einer Länge von mehr als zehn Tagen. Höhere Periodendauern von mehr als hundert Tagen entstehen durch die Präzessionsbewegung des rotierenden, massiven schwarzen Lochs durch den Einfluss des kleineren (Begelman et al. (1980)).

Die Suche nach Periodizitäten ist bei unregelmäßig verteilten Datenpunkten schwierig. Ohnehin können aus den Lichtkurven signifikante Periodizitäten nur dann bestimmt werden, wenn die Lichtkurvendauer ein Vielfaches von ihnen umfasst. Weiter wird die Suche durch fehlerbehaftete Beobachtungen aus verschiedenen Quellen erschwert.

Eine Fouriertransformation erlaubt es, einer beliebig gearteten Kurve ein Frequenzspektrum zuzuordnen (anders als bei Fourierreihen muss die Kurve nicht periodisch sein). Periodizitäten sind dann dadurch erkennbar, dass die zu dieser Frequenz gehörenden Fourierkoeffizienten betragsmäßig deutlich größer als die umgebenden sind. Eine Sonderform einer Kurve ohne Struktur stellt **weißes Rauschen** dar: Dann nämlich sind alle Fourierkoeffizienten betragsmäßig gleich.

Viele Prozesse in der Natur zeigen ein anderes Verhalten, nämlich **rotes Rauschen**, genauer $1/f$ -Rauschen (vgl. Press (1978)). Dies ist dadurch gekennzeichnet, dass die Fourierkoeffizienten zu großen Zeitskalen (kleinen Frequenzen) groß sind verglichen mit denen zu kleinen Zeitskalen (großen Frequenzen). Das bedeutet, dass in kurzen Zeiträumen kleine, in langen große Variationen auftreten. Mathematisch formuliert bedeutet dies, dass $|A(f)|^2 \propto f^{-\beta}$, $\beta > 0$. Dabei bezeichnet $A(f)$ den Fourierkoeffizient zur Frequenz f . Ist $\beta = 0$, so ergibt sich weißes Rauschen. Dann sind alle Frequenzen gleichberechtigt.

Es gibt Grund anzunehmen, dass auch die Variabilität von Blazaren rotem Rauschen entspricht. So finden starke Variationen der Lichtkurven eher auf langen, schwache Variationen hingegen auf kurzen Zeitskalen statt. Man erkennt eine deutliche Struktur auf langen Zeitskalen, denen schwächere auf kurzen überlagert sind (Abb. 10 und Abb. 11).

Ein in Mineshige und Negoro (1999) vorgestelltes Modell erklärt das Phänomen so: Sie teilen die Akkretionsscheibe in einzelne, verbundene Zellen auf. Die äußeren Zellen werden vom Torus mit Materie versorgt. Hat eine Zelle zuviel Masse angesammelt, so gibt sie Masse an die Nachbarzellen ab. Simuliert man zusätzlich Diffusion, so ergibt sich ebenfalls rotes Rauschen: Große, lange andauernde Schübe von Materieaustausch der Zellen untereinander geschehen nur selten, kleinere hingegen öfter. Weiterhin gibt es eine maximale Zeitdauer und Intensität solcher Materieschübe - wenn alle Zellen dazu beitragen. Es erscheint plausibel, dass dieses Verhalten Einfluss auf den Fluss der Strahlung des Jets hat, die sich ebenfalls in rotem Rauschen äußern könnte.

In dieser Arbeit werden Lichtkurven simuliert, deren Verhalten weitgehend rotem Rauschen entspricht. Zusätzlich wird eine Abbruchfrequenz f_{\min} eingeführt. Die Fourierkoeffizienten zu Frequenzen unterhalb dieser zeigen nicht mehr den oben genannten Verlauf, dort sind die Koeffizienten konstant (weißes Rauschen). Diese Annahme liegt darin begründet, dass diesen kleinen Frequenzen sehr hohe Zeitdauern τ entsprechen. Es ist anzunehmen, dass Prozesse nicht mehr von Ereignissen, die länger als τ zurückliegen beeinflusst werden können. Zu höheren Zeitdauern hin sind die Prozesse unabhängig voneinander. Eine solche Breakfrequenz wird auch in dem oben beschriebenden Modell gefunden, sie entsteht dort durch die endliche Größe der Scheibe.

In dieser Arbeit soll die Lichtkurve von Markarian 421 mit rotem Rauschen verglichen werden. Dazu simulieren wir zu verschiedenen Parameterpaaren (β, f_{\min}) jeweils 5000 Mal rotes Rauschen. Da rotes Rauschen naturgemäß einer stochastischen Schwankung unterliegt, vergleichen wir die Lichtkurven nicht direkt. Stattdessen analysieren wir die Eigenschaften der spektralen Leistungsdichte mit denen der Lichtkurve von Markarian 421, die aus verschiedenen Verfahren abgeschätzt werden. Dazu ist es nötig, dass die simulierten Lichtkurven die gleiche Abtastrate und instrumentelle Effekte wie die reale besitzt, um mögliche Abtasteffekte, also scheinbare Abweichungen und Periodizitäten durch unregelmäßige Abtastung, zu berücksichtigen.

2.3 **Verwendete Verfahren**

Wie geschildert ist es nicht sinnvoll, die Lichtkurve von Markarian 421 direkt mit den Kurven roten Rauschens zu vergleichen. Stattdessen werden Eigenschaften der spektralen Leistungsdichte, ein Maß für die Leistung, die pro Frequenzintervall abgestrahlt wird, miteinander verglichen. Dazu werden drei verschiedene Verfahren auf die Kurven angewandt. Es handelt sich dabei um Verfahren, die in Kastendieck (2009) und Kastendieck et al. (2011) benutzt wurden. In dieser Arbeit wurde auf denselben Code zurückgegriffen.

2.3.1 Strukturfunktion

Vereinfacht gesagt vergleicht die Strukturfunktion die Lichtkurve mit der Lichtkurve zu einem späteren Zeitpunkt. $S(\tau)$ ist daher ein Maß für die Ähnlichkeit der Kurve mit sich selbst, nachdem die Zeit τ vergangen ist. Die Strukturfunktion erster Ordnung zur Kurve $a(t)$ ist in Simonetti et al. (1985) definiert als:

$$S(\tau) = \frac{1}{n} \sum_{t_i} (a(t_i + \tau) - a(t_i))^2 \quad (5)$$

Dabei bezeichnet n die tatsächliche Zahl der Summanden. Die Funktion ist nur dann definiert, wenn τ so gewählt ist, dass es einem Zeitunterschied der Datenpunkte entspricht. Wegen der ungleichmäßigen Verteilung der Datenpunkte wurden die erhaltenen Werte nach der Berechnung hinterher gemittelt, und zwar logarithmisch in hundert Intervallen pro Dekade. Man macht sich leicht klar, dass $S(\tau)$ bei einer echten Periodendauer (oder einem Vielfachen) ein Minimum einnimmt. Diese sind daher besonders interessant.

Ein Problem sind größere Lücken in der Lichtkurve. Diese haben einen starken Einfluss auf die Strukturfunktion und verzerren diese. Zusätzlich ist sie dann anfälliger für die Streuung der einzelnen Messwerte, da nun weniger Werte in die Berechnung eingehen. So entstehen unerwartete Fluktuationen und ggf. sogar Extremstellen, die Abtast-Effekte (Sampling-Effekte) genannt werden.

2.3.2 Lomb-Scargle-Periodogramm

Idealerweise erhält man die genaue spektrale Verteilung einer Kurve durch Fouriertransformation: Bei gleichmäßiger Abtastung kann dies für eine unendlich lange (bzw. periodische) Kurve mittels der diskreten Fouriertransformation numerisch berechnet werden. Daraus erhält man die Fourierkoeffizienten, aus der sofort Periodizitäten (betragsmäßig besonders große Werte) und, im Falle von rotem Rauschen, direkt β (sowie, falls vorhanden f_{\min}) bestimmt werden kann. Dies ist jedoch hier aufgrund der sehr unregelmäßigen Abtastung nicht möglich. Es gibt verschiedene Verfahren, um dennoch eine numerische Abschätzung zu erhalten. Eine davon ist das Lomb-Scargle-Periodogramm (Lomb (1976), erweitert in Scargle (1982)). Man erhält aus ihr nicht die Fourierkoeffizienten, sondern die spektrale Leistungsdichte. Dieses Verfahren wird aber nicht auf das Spektrum selbst angewandt, sondern auf die Lichtkurve (Helligkeit als Funktion der Zeit). Dann weisen Maxima auf Periodizitäten hin (da diese Frequenz stark in die Struktur der Lichtkurve eingeht).

Das Lomb-Scargle-Periodogramm einer Kurve mit den Messwerten a_i zu den Zeitpunkten t_i und dem Mittelwert \bar{a} ist definiert als:

$$LSP(\omega) = \frac{1}{2\sigma^2} \left(\frac{\left(\sum_j (a_j - \bar{a}) \cos(\omega(t_j - \epsilon)) \right)^2}{\sum_j \cos^2(\omega(t_j - \epsilon))} + \frac{\left(\sum_j (a_j - \bar{a}) \sin(\omega(t_j - \epsilon)) \right)^2}{\sum_j \sin^2(\omega(t_j - \epsilon))} \right) \quad (6)$$

Wobei wir ϵ verwenden, um Phaseninvarianz zu erreichen:

$$\epsilon = \frac{1}{2\omega} \tan^{-1} \frac{\sum_j \sin(2\omega t_j)}{\sum_j \cos(2\omega t_j)}. \quad (7)$$

Weitere Details zu ϵ und der praktischen Berechnung findet man in Press und Rybicki (1989).

Das Lomb-Scargle-Periodogramm bietet in der Regel eine gute Abschätzung der spektralen Leistungsdichte. Jedoch ist dieses Verfahren stark anfällig auf Leckeffekte, die durch die unregelmäßige Abtastung und die endliche Dauer der Lichtkurve zustande kommen. So sorgen die unterschiedlich großen Abstände zwischen den Datenpunkten zu *distant leaking*: Weit von der echten Frequenz entfernte Frequenzen wird eine höhere Leistungsdichte zugeordnet. Dass die Lichtkurve endlich ist, sorgt für *nearby leaking*. Hier wird für Frequenzen nahe der echten eine höhere Leistungsdichte gefunden (Scargle (1982)). Abschließend sei noch einmal hervorgehoben, dass dieses Verfahren das einzige verwendete ist, welches im Frequenzraum wirkt.

2.3.3 Multiple Fragment Variance Function

Dieses mit MFVF abgekürzte Verfahren wurde in Kastendieck et al. (2011) vorgestellt. Dabei wird zunächst für die gesamte Lichtkurve die Varianz $\langle (\bar{a} - a)^2 \rangle$ bestimmt. Anschließend wird die Lichtkurve in der Mitte geteilt, und für beide Teile wird erneut die Varianz berechnet. Diese Teile werden erneut aufgeteilt, usw. Dieses Verfahren wird rekursiv durchgeführt, bis in einem Teilstück weniger als zehn Datenpunkte liegen. Die einem Teilstück gehörige Fragmentlänge ist die Differenz der Zeitskala des letzten und ersten Datenpunkts in diesem Intervall. So ordnen wir den unterschiedlichen Zeitintervallen je eine Varianz zu. Abschließend werden die so erhaltenen Varianzwerte auf 100 Intervalle pro Dekade auf der Zeitskala gemittelt. Damit erhalten wir eine Aussage über die Varianz und damit Variabilität auf den einzelnen Zeitskalen. Abbildung 7 zeigt ein Flussdiagramm dieses Prozesses.

In dieser Arbeit wird neben diesem Verfahren noch das in Kastendieck et al. (2011) vorgeschlagene alternative Verfahren benutzt, die **Advanced Multiple Fragment Variance Function**. Dieses ist weitgehend identisch mit der MFVF, lediglich bei der Wahl des Schnittpunktes der Lichtkurve wird unterschieden, um längere Lücken der Fragmente der Lichtkurve zu vermeiden. Es wird in der größten Lücke geschnitten. Wir werden sehen,

dass dies die Ergebnisse leicht ändert.

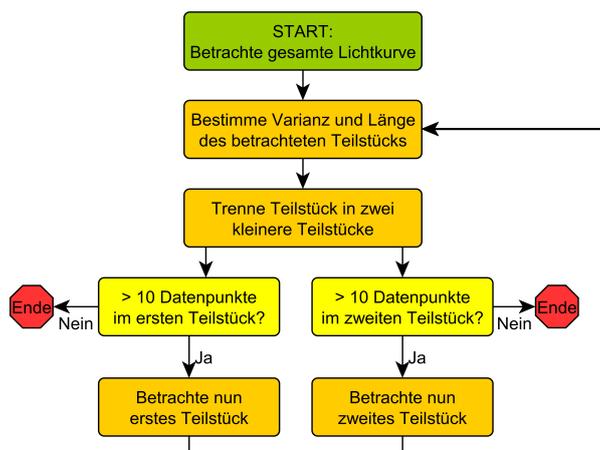


Abbildung 7: **Flussdiagramm des verwendeten Algorithmus der Multiple Fragment Variance Function.** Bei diesem Verfahren wird die Lichtkurve rekursiv in kleinere Teilstücke aufgeteilt und die Varianz dieser bestimmt, bis die Teilstücke nicht mehr genug Datenpunkte besitzen. So erhalten wir eine Verteilung der Variabilität (im Sinne der Varianz) in Abhängigkeit von der betrachteten Zeitdauer. Nach Kastendieck et al. (2011)

2.4 Markarian 421

Der Blazar Markarian 421 ist als Galaxie bereits im Catalogue of Galaxies and of Clusters of Galaxies von Zwicky und Mitarbeitern - Katalogbezeichnung: ZG 11686 - enthalten (Zwicky et al. (1966)). Der Katalog beruht auf einer visuellen Durchmusterung des Palomar Observatory Sky Surveys. In diesem Katalog wird Markarian 421 bereits als „extremely compact“ klassifiziert. Mit Objektivprisma-Aufnahmen entdeckten Markarian und seine Mitarbeiter zahlreiche Galaxien mit Ultraviolett-Exzess. Im fünften Teil ihres Kataloges ist Markarian 421 enthalten (Markarian und Lipovetskij (1972)). Fast zeitgleich erschien der dritte Teil des Bologna B2 Catalogue of radio sources. B2 1101 +38 ist eine Quelle aus diesem Katalog. M.-H. Ulrich konnte in Ulrich (1973) mit Spektren geringer Auflösung zeigen, dass Features im Spektrum fehlen und vermutete, dass B2 1101 +38 ein BL Lac Objekt ist. Zwei Jahre später bestätigte sie ihre Vermutung mit besseren Spektren und zeigte, dass Makarian 421 identisch ist mit B2 1101 +38 (Ulrich et al. (1975)).

Markarian 421 ist eine Galaxie im Sternbild des Großen Bären. Die Koordinaten sind $RA = 11^h04^m27.31^s$, $DEC = +38^\circ12'31''.8$ (Lambert und Gontier (2009)). Das Objekt hat eine Rotverschiebung von $z = 0.031$ (HST) und gehört damit zu den uns nächsten Blazaren. Seine Entfernung beträgt etwa 90 Mpc (Ulrich et al. (1975)). In seiner Nähe befinden sich weitere Galaxien (vgl. Abb. 8). Der Fluss aus der Zentralregion betrug in

den letzten hundert Jahren im Mittel im B-Band etwa 15 mJy, das entspricht einer Helligkeit von ca. 13 mag. Die Heimatgalaxie sowie die nahe gelegene Begleitgalaxie steuern einen kontaminierenden Fluss von etwa 3.4 mJy bei, der besonders in Phasen geringerer Aktivität der Zentralregion von Markarian 421 einen nicht mehr vernachlässigbaren Beitrag zum gemessenen Fluss liefert. Markarian 421 ist aufgrund seines geringen Abstandes zur Erde einer der hellsten Blazare am Nachthimmel.

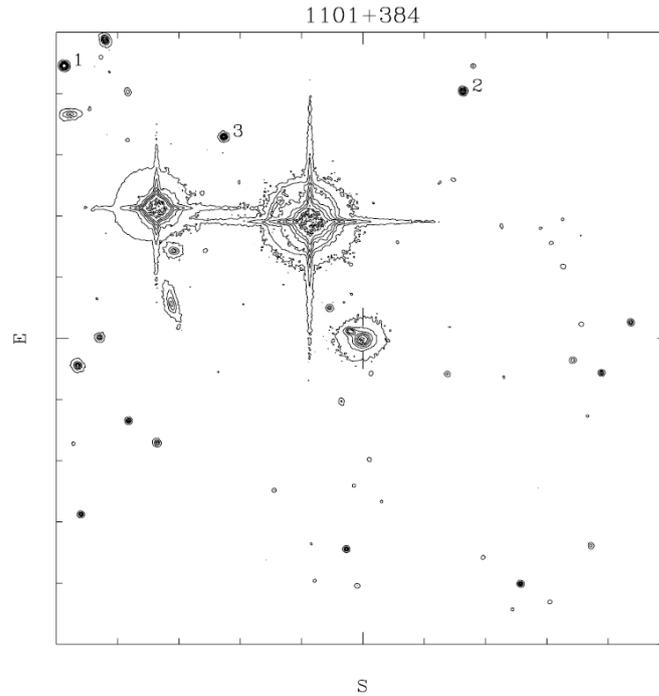


Abbildung 8: **Findingchart von Markarian 421.** Neben Markarian 421 (in der Mitte) erkennt man deutlich weitere Galaxien in geringem Abstand. Deren Einfluss muss für die Lichtkurve herausgerechnet werden. Aus Villata et al. (1998).

3 Lichtkurve

Die Lichtkurve enthält Daten aus 27 Veröffentlichungen, die einen Zeitraum von über 100 Jahren abdecken. Der erste Datenpunkt liegt im März 1899², der letzte Datenpunkt stammt vom 13. April 2011.

3.1 Daten und Datenreduktion

Als Quelle infrage kamen Arbeiten, in denen die Helligkeit von Markarian 421 im optischen mit einer eindeutigen Datumsangabe versehen waren. Es wurde angenommen, dass die verschiedenen Bänder im Optischen dieselbe Variabilität aufzeigen. Helligkeiten im V-Band und R-Band wurden ins B-Band (445nm) umgerechnet.

Uns erreicht nicht nur Licht des Blazars, sondern auch von der Hintergrundgalaxie mit einer Helligkeit von $m_B = (13.18 \pm 0.05)$ mag (Nilsson et al., 2007). Diese Strahlung ist jedoch in guter Näherung ein Schwarzkörperspektrum, sie ist im betrachteten Zeitraum konstant. Aus diesem Grund genügt es, einen konstanten Betrag herauszurechnen.

Die Hintergrundgalaxie ist keine punktförmige Quelle. Daher hängt der zu korrigierende Betrag sowohl von der Apertur, als auch von weiteren Parametern der Beobachtung (z.B. Seeing, optische Fehler, Beugung) ab. Dieser Effekt wird bei Markarian 421 dadurch verstärkt, dass sich nur wenige Bogensekunden entfernt eine weitere Galaxie befindet, die ebenfalls die Helligkeitsmessung beeinträchtigt. Diese Betrachtung wurde in Nilsson et al. (2007) durchgeführt. Die Autoren geben eine Tabelle an, die dem Parameterpaar Apertur und Halbwertsbreite (FWHM) den kontaminierenden Fluß der Hintergrundgalaxien im R-Band zuordnet. Davon ausgehend, dass beide Galaxien die gleichen Farbindizes haben, errechnen sich aus $V - R = 0.6$ mag und $B - R = 1.65$ mag entsprechenden Tabellen für das V-Band bzw. das B-Band.

Wie in Nilsson et al. (2007) gezeigt, hat das FWHM eine geringere Auswirkung auf die Kontamination als die Apertur. War in einer Veröffentlichung nur ein Wert für die Apertur, aber kein Wert für das FWHM genannt, so wurde der Mittelwert der kontaminierenden Flüsse zu allen in Nilsson et al. (2007) genannten FWHM bei dieser Apertur angesetzt. War auch keine Apertur gegeben und überlappte die Messreihe mit anderen Datenpunkten, so wurde aus der Tabelle ein passendes Wertepaar ausgesucht, so dass die Messreihen konsistent miteinander waren. Um auch Aperturen zu berücksichtigen, die größer als der in der Tabelle von Nilsson et al. angegebene maximale Wert sind, wurde an die Datenpunkte eine Fehlerfunktion gefittet. Damit wurde die Annahme gemacht, dass das Helligkeitsprofil gaussförmig ist. Da der Fit an die vorhandenen Datenpunkte zufriedenstellend ist, und diese Werte nur für hohe Aperturen außerhalb der Datenpunkte verwendet wurden, wo mit einer schnellen Sättigung zu rechnen ist, erscheint dies als eine

²Da diese Daten nur in Form einer Grafik vorlagen, aus der die Werte abgelesen werden mussten, ist das genaue Datum nicht bekannt, und schwankt um etwa eine Woche.

sinnvolle Maßnahme. Abbildung 9 zeigt den Fit (blau) an die Mittelwerte der zu einer bestimmten Apertur in der Tabelle gegebenen Datenpunkte, umgerechnet ins B-Band.

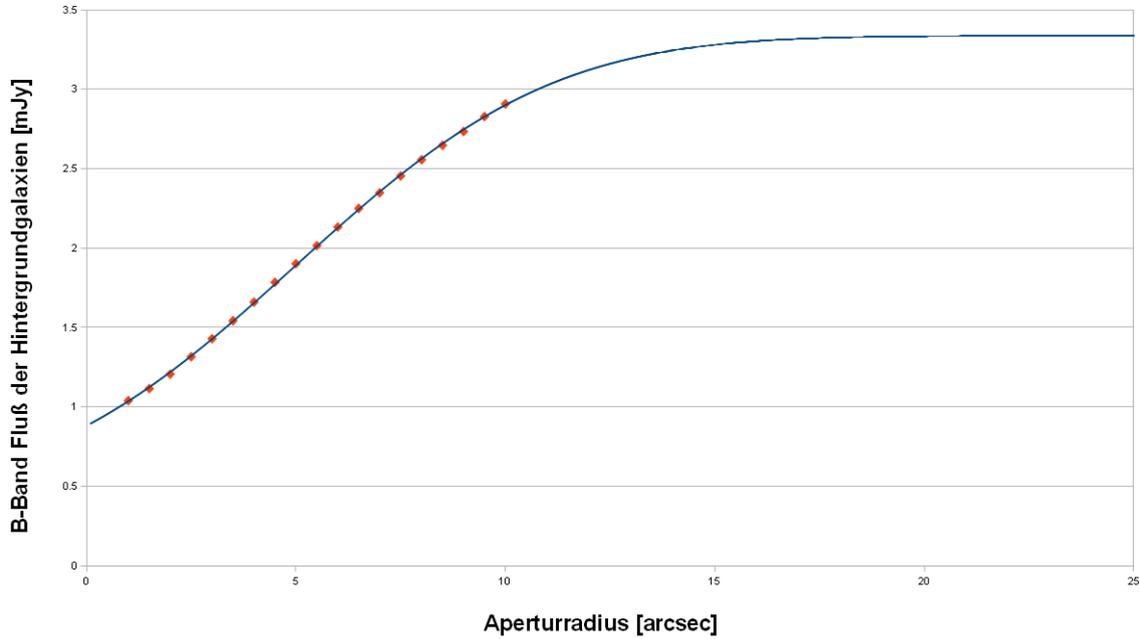


Abbildung 9: **Fluss der Hintergrundgalaxien in Abhängigkeit von der Apertur.** Die roten Datenpunkte sind die Mittelwerte zu einer bestimmten Apertur aus (Nilsson et al., 2007), umgerechnet ins B-Band. Die blaue Linie zeigt den von uns angelegten Fit an die Datenpunkte, der im Bereich größerer Aperturen verwendet wurde. Dieser sättigt gegen 3.34 mJy.

Alle angegebenen Werte sind nicht für galaktische Extinktion korregiert (sollte in einer Arbeit diese bereits herauskorregiert sein, so wurde sie wieder hineingerechnet), der Fluss der Hintergrundgalaxien ist nicht enthalten. Zur Umrechnung vom V-Band oder R-Band ins B-Band muss der Farbindes sowohl von der Hintergrundgalaxie, als auch von dem Blazar bekannt sein. Da die Helligkeit des Blazars stark variiert, und somit auch der Anteil des Flusses, der von diesem herrührt, variiert auch $B - V$ bzw. $V - R$. Es wurde in Hagen-Thorn et al. (1994) gezeigt, dass die beobachtete Variabilität erklärt werden kann, wenn man ein zweikomponentiges System - variabler Blazar und konstante Hintergrundgalaxie - mit jeweils konstantem Farbindes annimmt. In der Veröffentlichung wird dann als Wert für den Blazar $B - V = 0.24$ mag und $B - R = 0.54$ mag angegeben. Die Werte sind leider ohne Fehlerangabe. Wir haben für die Fehlerfortpflanzung jeweils einen Fehler von 0.01 mag angenommen.³ Magnituden wurden in Flüsse umgerechnet, wobei eine Magnitude von $m_0 = 0$ mag einem Fluss im B-Band von $S_{0,B} = 4260$ Jy entspricht (Bessell

³Eine weitere Angabe liegt in (Hickson et al., 1982) vor. Dort ist $V - R = 0.30$ angegeben, was mit dem hier verwendeten Wert übereinstimmt.

(1979)). Letzendlich ergibt sich somit zum Umrechnen einer unkorregierten Magnitude im V-Band in einen korregierten Fluss des Blazars im B-Band zu:

$$S_{\text{Blazar},B} = S_{0,B} \left(10^{-(B-V)/2.5} 10^{-m_V/2.5} - \frac{S_{gal,V}}{S_{0,V}} \right) \quad (8)$$

Eine entsprechende Formel für eine Umrechnung aus unkorrigierter R-Band-Magnitude erhält man durch Ersetzen von $m_V \rightarrow m_R$, $(B - V) \rightarrow (B - R)$, $S_{gal,V} \rightarrow S_{gal,R}$ und $S_{0,V} \rightarrow S_{0,R}$.

Damit ist es möglich, eine Lichtkurve im B-Band aus 1710 Datenpunkten zu erstellen, die einen Zeitraum von über 100 Jahren bedeckt. Abbildung 10 zeigt die Lichtkurve, Abbildung 11 zeigt den Ausschnitt ohne die Datenpunkte aus (Miller, 1975). Sie wurde für die erste Analyse verwendet.

3.2 Fehlerdiskussion und Anmerkungen zu einzelnen Quellen

Für die Werte wurde nach Möglichkeit der in der zugehörigen Quelle angegebene Fehler verwendet. Sind für einzelne keine Fehlerangaben vorhanden, so wurde der größte genannte Fehler für alle Datenpunkte des Datensatzes benutzt. Zusätzlich zu den Fehlern aus der Beobachtung erhalten wir Fehler durch das Herausrechnen der Hintergrundgalaxien. In Nilsson et al. (2007) wurden sie zu $\approx 12\%$ bestimmt. Dieser recht hohe Fehler wird von den Autoren erklärt:

Only one very faint star ($R = 17.5$ mag) is available in the field as a PSF star and a secondary calibrator. Thus the errors for Mrk 421 are larger than for the other well-resolved objects.

Für einige Datenpunkte der Lichtkurve ist der Fehler aus dieser Korrektur der dominante. Dennoch ist die Korrektur des Flusses notwendig, wenn die Datenpunkte aus verschiedenen Zeiten, aufgenommen mit unterschiedlichen Instrumenten, miteinander verglichen werden sollen. Der kontaminierende Einfluss der Hintergrundgalaxien ist zu hoch. Eine größere Apertur einer anderen Beobachtungsreihe würde sonst durch den höheren Fluß des Lichts der Hintergrundgalaxien eine Phase erhöhter Aktivität des Blazars vortäuschen. In Tabelle 2 werden die siebenundzwanzig verwendeten Quellen vorgestellt, und ein kurzer Kommentar zu den Daten und durchgeführten Korrekturmaßnahmen gegeben.

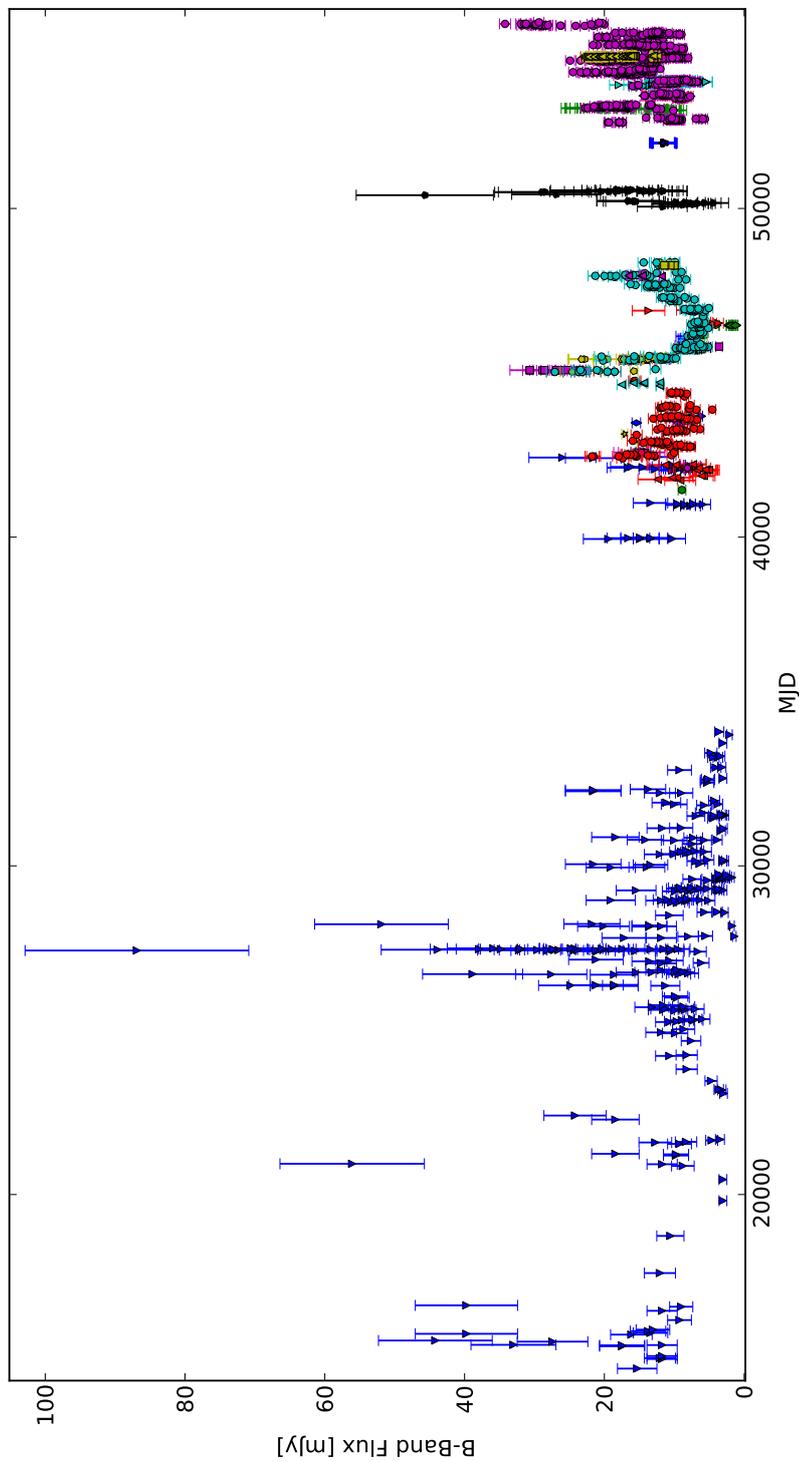


Abbildung 10: **Langzeitlichtkurve von Markarian 421 im B-Band, ohne Hintergrundgalaxien, galaktische Extinktion nicht korrigiert.** Datenpunkte aus verschiedenen, benachbarten Datensätzen unterscheiden sich in Farbe und Form, sie sind in Tabelle 2 angegeben. Vgl. mit Abbildung 11, in denen die Daten aus (Miller, 1975) nicht geplottet sind. Diese Lichtkurve deckt 39936 Tage ab (etwa 109 Jahre).

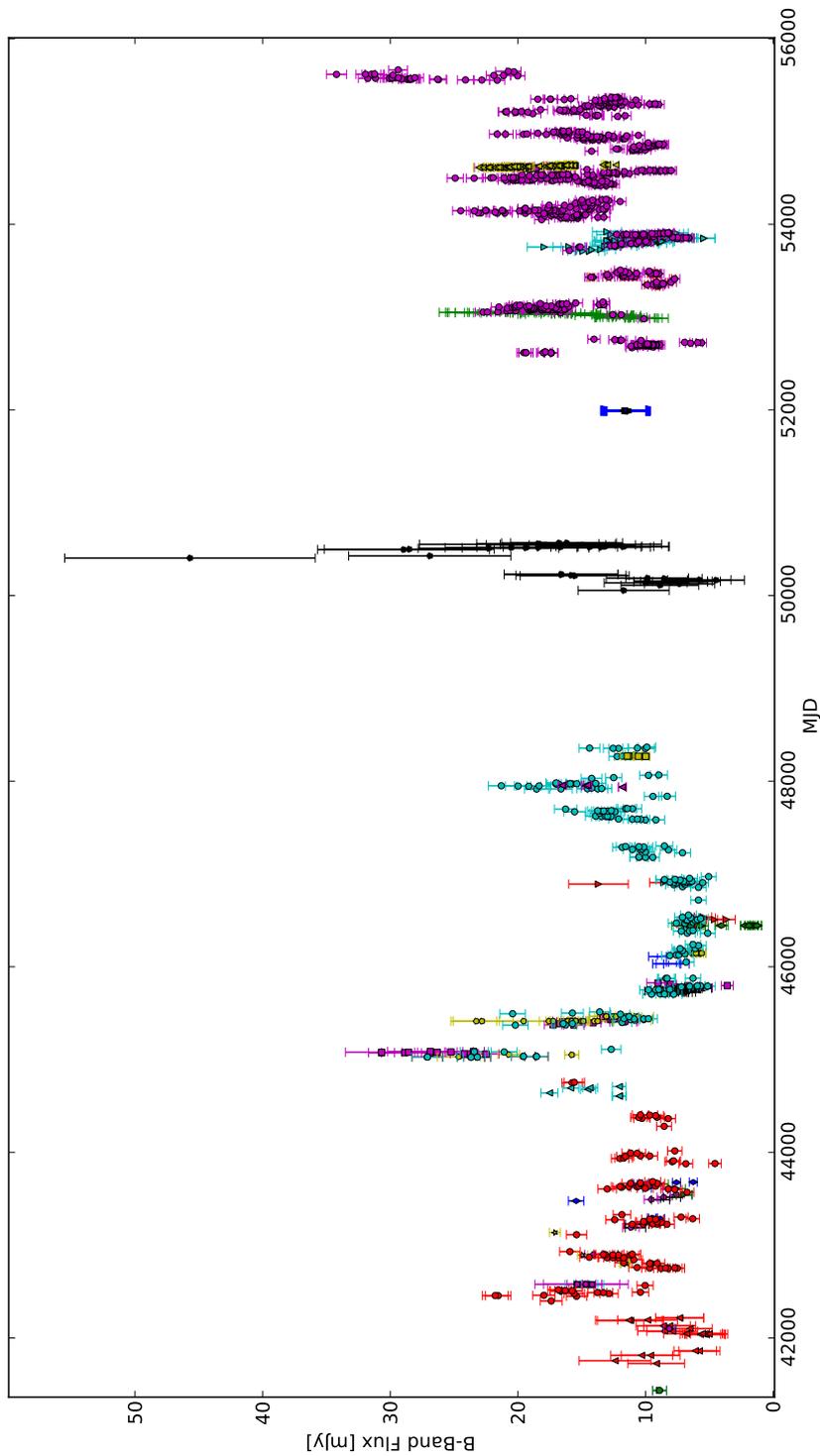


Abbildung 11: **Detailansicht der Lichtkurve von Markarian 421 im B-Band, ohne Hintergrundgalaxien, aber mit galaktischer Extinktion.** Datenpunkte aus verschiedenen, benachbarten Datensätzen unterscheiden sich in Farbe und Form, sie sind in Tabelle 2 angegeben. In dieser Detailansicht fehlen die Daten aus (Miller, 1975), die für die erste Analyse nicht verwendet wurde. Vgl. mit Abbildung 10, die alle Datenpunkte beinhaltet. Diese Lichtkurve deckt 13206 Tage ab (etwa 36 Jahre).

Tabelle 2: **Übersichtstabelle zu den verwendeten Quellen.** Hier wird ein Überblick über die verwendeten Quellen gegeben, und die durchgeführten Korrekturen beschrieben. In der dritten Spalte „*Symbol*“ ist das Symbol aus den Langzeitlichtkurven (Abb. 10) angegeben, welches für diese Datenpunkte verwendet wurde. Bei Datensätzen ohne Kommentar handelte es sich um Magnituden im B-Band, der Einfluss der Hintergrundgalaxie wurde in dieser Arbeit korrigiert.

Quelle	Daten	Symbol	Zeitraum	Kommentar
Miller (1975)	267	▼	≈ 14705 - 42434	Helligkeiten aus Photoplatten mit hohem Fehler. Keine Angaben zur Korrektur, hier keine durchgeführt.
Ulrich et al. (1975)	2	●	41435 - 42099	-
Véron und Véron (1975)	23	▲	417250 - 42216	Magnitudenangaben im B-Band, aufgenommen mit „large aperture“, daher hohe Korrektur.
Véron und Véron (1976)	3	■	42575 - 42577	Angaben im B-Band über gemessene Farbinizes. Wurden korrigiert.
Cruz-Gonzalez und Huchra (1984)	15	◆	42101 - 43662	-
Miller et al. (1977)	5	★	42802 - 43136	-
O’Dell et al. (1978)	6	+	42898 - 43543	-
Mufson et al. (1980)	10	◆	43286 - 43680	-
Puschell und Stein (1980)	3	▼	43543 - 43660	B-Band Flüsse, korrigiert um Extinktion. Diese wurde wieder hineingerechnet.
Gagen-Torn et al. (1983)	100	●	42399 - 45034	-

Fortsetzung auf nächster Seite...

Tabelle 2 – Fortgesetzt

Quelle	Daten	Symbol	Zeitraum	Kommentar
Sitko et al. (1983)	7	▲	44606 - 44709	Um Extinktion korregierte B-Band-Magnituden. Wurden um Hintergrundgalaxie korregiert, aber der Einfluss der Extinktion wurde wieder hineingerechnet.
Sillanpaa et al. (1988)	30	■	45060 - 45826	-
Xie et al. (1987)	33	◆	45029 - 46146	-
Makino et al. (1987)	38	★	45723 - 45772	Korrektur wurde bereits im Paper selbst durchgeführt.
Sitko und Sitko (1991)	4	+	46031 - 46110	-
Xie et al. (1987)	27	◆	46442 - 46444	-
Sillanpaa et al. (1991)	8	▼	46463 - 46907	Teilweise Magnituden im V-Band, welche ins B-Band umgerechnet wurden.
Hagen-Thorn et al. (1994)	165	●	45025 - 48366	-
Takalo (1991)	8	▲	47936 - 47956	Korrekturabschätzung mittels Vergleichswerte des gleichen Teleskops aus anderen Datensätzen
Takalo et al. (1992)	5	■	48266 - 48270	<i>siehe vorigen Eintrag</i>
Sillanpää et al. (1999)	38	◆	50055 - 50567	Magnituden im V-Band (aus Graph abgelesen). Wurden ins B-Band umgerechnet.

Fortsetzung auf nächster Seite...

Tabelle 2 – Fortgesetzt

Quelle	Daten	Symbol	Zeitraum	Kommentar
Fossati et al. (2008)	35	★	51988 - 51993	V-Band Fluss, der schon von dem Hintergrundgalaxieneinfluss korregiert wurde. Ins B-Band umgerechnet.
Błażejowski et al. (2005)	52	+	52987 - 53052	Werte nur schlecht aus Graph ablesbar, daher wurden höhere Fehler angesetzt, als im Paper angegeben. Ist aber konsistent mit anderen Datensätzen.
Albert et al. (2007)	37	◆	53331 - 53480	Fluss im R-Band ohne Beitrag der Hintergrundgalaxie. Ins B-Band umgerechnet.
Lee et al. (2008)	90	▼	53709 - 53921	Magnituden im R-Band. Mit Schätzwert zur Apertur korregiert und ins B-Band umgerechnet.
Donnarumma et al. (2009)	88	▲	54610 - 54641	R-Band-Flüsse, bereits von Hostgalaxie und Extinktion korregiert. Extinktion wieder eingerechnet und ins B-Band umgerechnet.
<i>Direktdaten des Tuorla Observatory</i>	615	●	52615 - 55664	Mit bestem Dank an das Tuorla Observatory, die diese Daten zur Verfügung gestellt haben!

Im weiteren wurde aufgrund der hohen Fehler in den Daten von Miller (1975) zunächst nur mit den anderen, neueren 26 Datensätzen weitergearbeitet. Damit ergibt sich eine Lichtkurve, die 13206 Tage abdeckt. Anschließend wurden die Verfahren jedoch auf die gesamte Lichtkurve, die 39936 Tage abgedeckt, angewandt.

3.3 Fehlerzusammenhang für simulierte Lichtkurven

Bei der Simulation werden ebenfalls Fehler für die Datenpunkte simuliert. Um maximale Übereinstimmung mit der realen Lichtkurve zu erhalten, werden abschnittsweise unterschiedlich große Fehler simuliert, und zwar in der gleichen Größenordnung, wie man sie aus den Datenpunkten erwarten würde. Um den Fehler als Funktion des Flusses zu ermitteln, wurde eine lineare Regression der Form $\delta(F) = aF + b$ durchgeführt. Dies ist gerechtfertigt, denn in unserem Falle ergibt sich für den Zusammenhang von Fehler und Fluss fast ausschließlich Geraden. Angesetzt wurde stets eine lineare Regression mit positivem Achsenabschnitt und positiver Steigung. Abbildung 12 zeigt die Abhängigkeit des Fehlers vom zugehörigen Fluss.

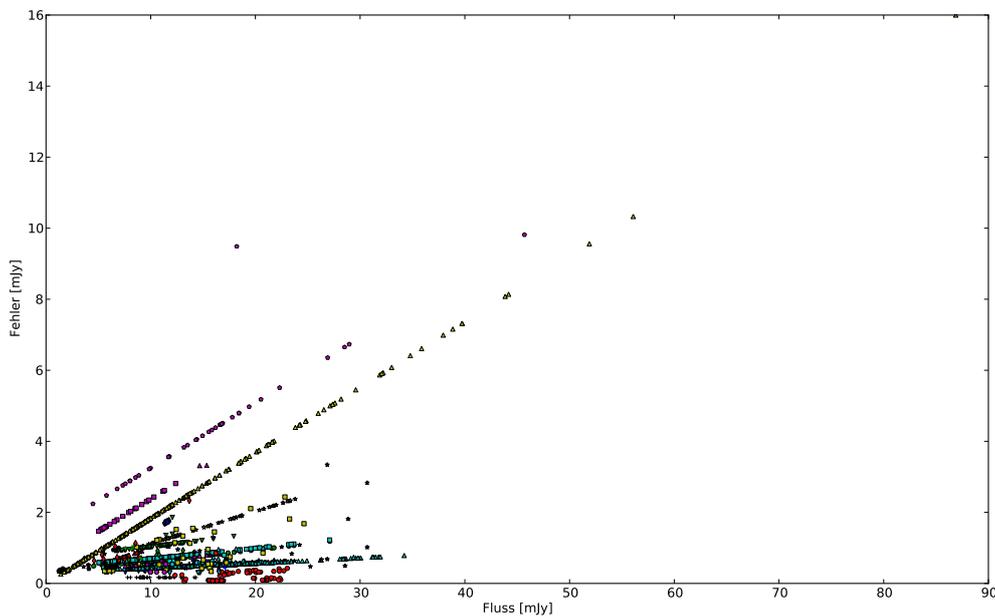


Abbildung 12: **Fehler in Abhängigkeit des zugehörigen Flusswerte.** Man erkennt deutlich, dass sich für alle Quellen ein linearer Zusammenhang ergibt.

4 Analyse

Betrachtet man die Langzeitlichtkurve (Abb. 10), so scheinen einige Periodizitäten aufzutreten. In Abb. 11 treten mehrere Maxima in regelmäßigen Abständen kurz hintereinander auf. Dies können tatsächlich vorhandene Periodizitäten mit physikalischer Ursache (etwa durch zwei umeinander rotierende schwarze Löcher) sein, können aber auch nur scheinbar durch Auswahleffekte oder den beschränkten Beobachtungszeitraum solche vortäuschen. Ist nämlich tatsächlich rotes Rauschen für die Periodizität der Lichtkurve verantwortlich, so wird man in endlichen Teilen immer scheinbare Periodizitäten entdecken können. Es ist daher ein Problem, überhaupt rotes Rauschen zu erkennen. In unserem Modell setzen wir rotes Rauschen mit einer „Abbruchfrequenz“ f_{\min} an. Sie sollte sich in den Ergebnissen der vier Verfahren bemerkbar machen. Mit logarithmischer Achsenskalierung sollte der Kurvenverlauf dann eine Gerade mit einer Steigung abhängig von β beschreiben bis zur Breakfrequenz f_{\min} . Bei niedrigeren Frequenzen verläuft die Kurve parallel zur x-Achse. Dies ist der Idealfall. Aufgrund der fehlerbehafteten Daten und Abtasteffekte werden die Kurven „verzerrt“, wobei der Einfluss solcher Effekte stark vom verwendeten Verfahren abhängt.

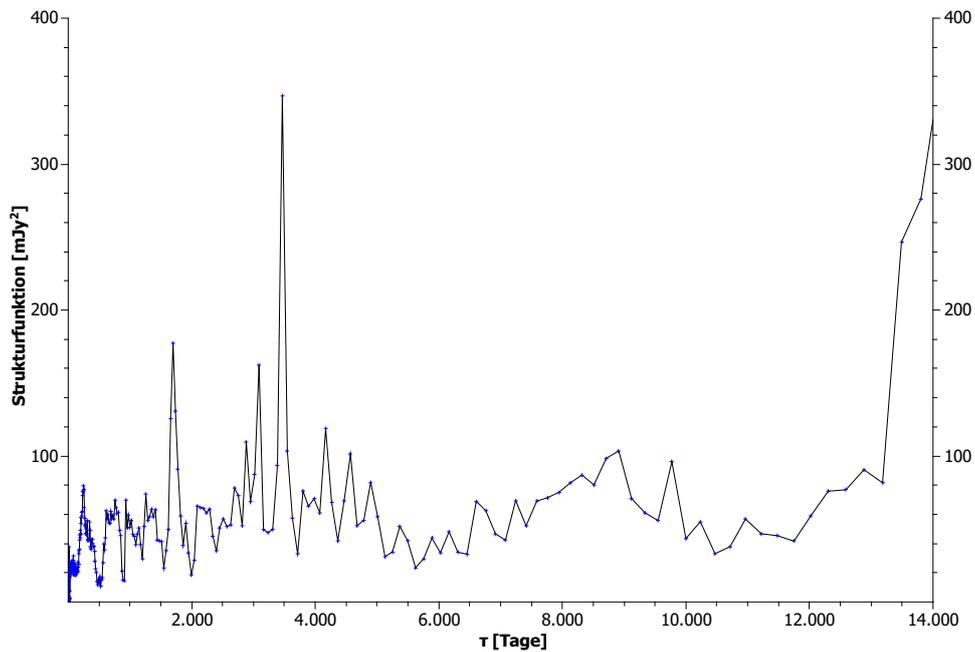
Wegen der hohen Fehler in den Daten aus Miller (1975) wurden diese zunächst nicht berücksichtigt.

4.1 Ergebnisse der Lichtkurvenanalyse ohne Daten aus Miller (1975)

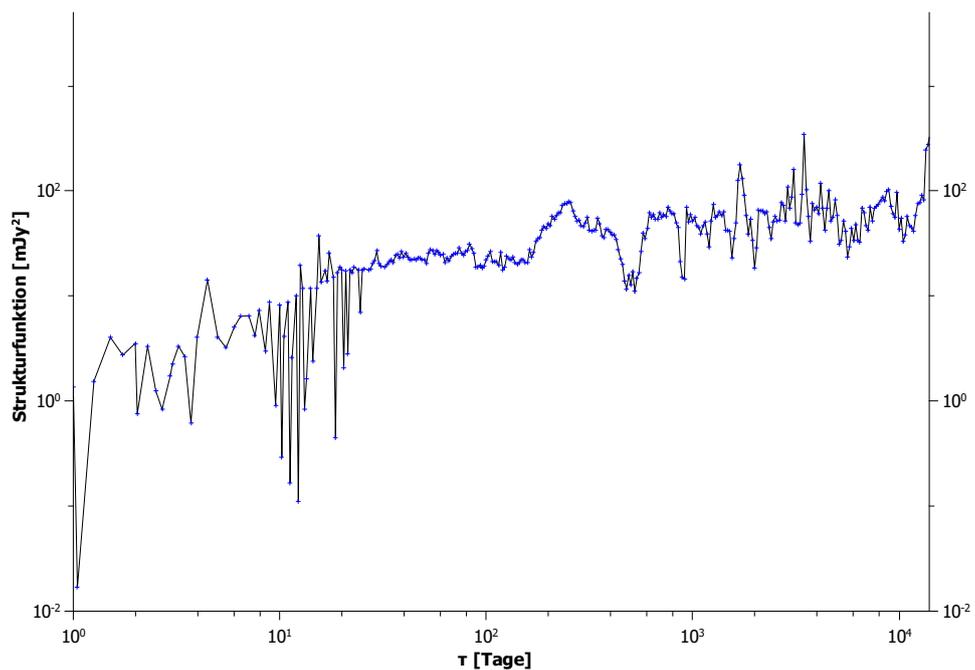
Zunächst wurden insgesamt drei Verfahren auf die Lichtkurve selbst angewandt: Zum einen wurde die **Strukturfunktion** bestimmt, dann das **Lomb-Scargle-Periodogramm** und schließlich wurde die **Multiple Fragment Variance Function** bestimmt. Eine Kurzbeschreibung zu jedem dieser Verfahren findet sich im Grundlagenkapitel.

Abbildung 13 zeigt die Strukturfunktion. Die **Strukturfunktion** zeigt einige Extremstellen. In rein periodischen Kurven deuten Minima auf (ganzzahlige Vielfache von) Perioden hin. Insbesondere in der doppelt logarithmischen Darstellung fallen die vielen Minima bei ca. 10 Tagen auf. Jedes von ihnen tritt jedoch bei ganzzahligen Vielfachen eines Tages auf, und stellen daher womöglich nur Abtasteffekte durch das nächtliche Beobachten dar. Die Kurve steigt gegen Ende hin stark an. Dort ist jedoch die Aussagekraft der Strukturfunktion begrenzt: In Zeitskalen, die der Gesamtdauer der Lichtkurve nahe kommt können nur wenige Datenpaare miteinander verglichen werden. Diese Werte sind mit höheren Ungenauigkeiten belastet.

Abbildung 14 zeigt das auf Frequenzabschnitte wirkende **Lomb-Scargle-Periodogramm**. Es ist besonders anfällig auf Samplingeffekte und Ungenauigkeiten. Insgesamt ist ein klarer Abfall der Kurve ab etwa 10^{-3} Tagen $^{-1}$ erkennbar. Zu niedrigeren Frequenzen



(a) Lineare Skala



(b) Doppelt logarithmische Skala

Abbildung 13: **Strukturfunktion der Lichtkurve ohne Datenpunkte von Miller (1975) in linearer bzw. doppelt logarithmischer Skala.** Die deutlichen Minima um ≈ 10 Tage treten stets bei Vielfachen von ganzen Tagen auf und sind daher vermutlich auf Abtasteffekte durch das nächtliche Beobachten zurückzuführen.

hin erscheint die Kurve abgeflacht, konsistent mit unserem Modell von rotem Rauschen mit einer Breakfrequenz f_{min} .

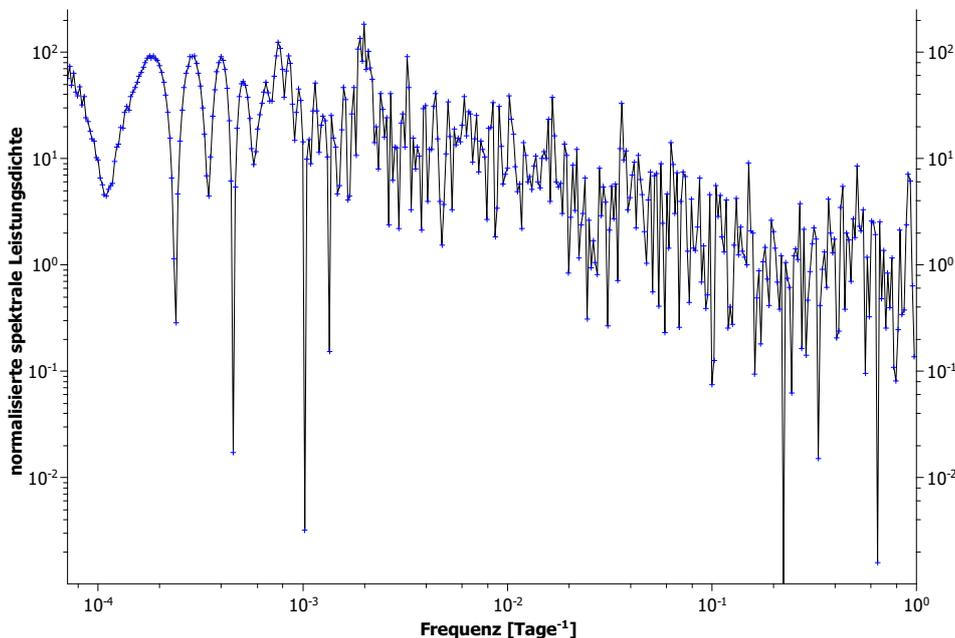
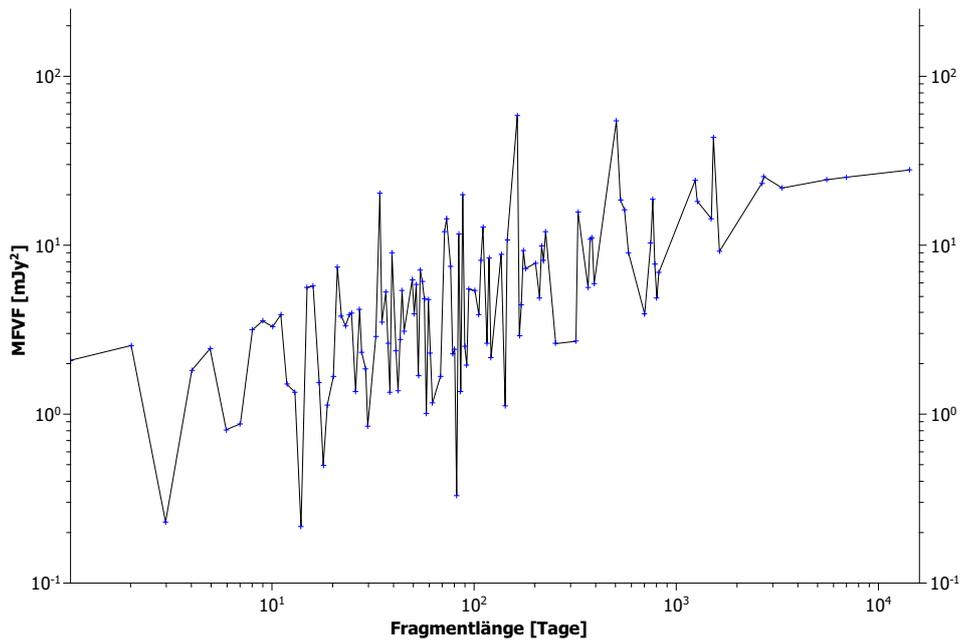
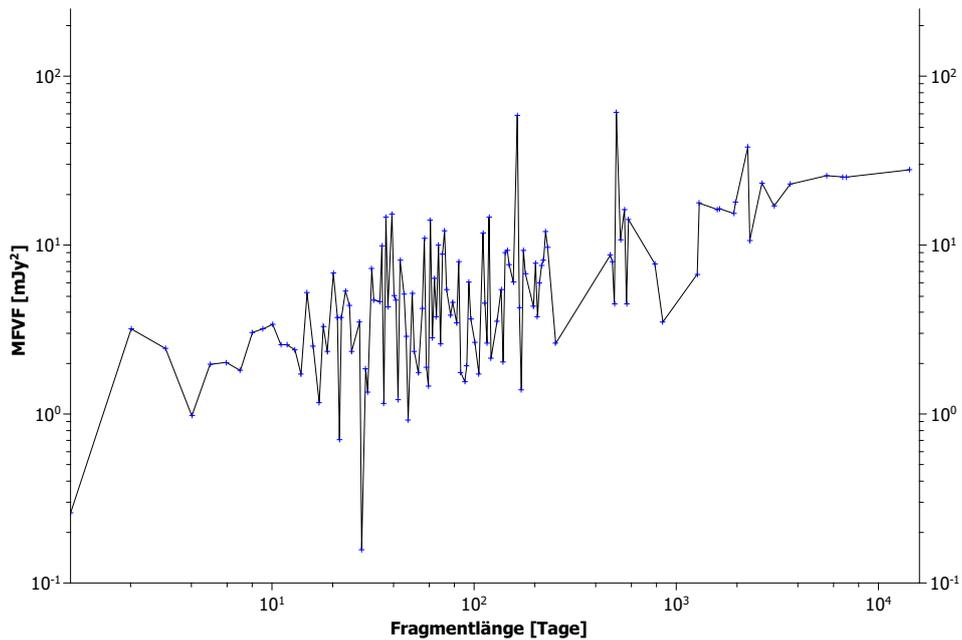


Abbildung 14: **Lomb-Scargle-Periodogramm der Lichtkurve ohne Datenpunkte aus Miller (1975)**. Anders als die anderen Diagramme hat dieses eine Frequenzskala. Man erkennt deutlich den Abfall hin zu höheren Frequenzen.

Die **Multiple Fragment Variance Function** wirkt wieder auf Zeitabschnitte. Dies ist ein relativ neues Verfahren, welches sich bereits als robuste Alternative herausgestellt hat. Abbildung 15 zeigt die Ergebnisse in doppelt logarithmischer Darstellung für die Lichtkurve von Markarian 421. MFVF und Advanced MFVF unterscheiden sich in der Aufteilung der Fragmentlängen. Letztgenanntes Verfahren versucht, große Lücken in den Fragmenten zu vermeiden. Daher ergeben sich leicht unterschiedliche Fragmentlängen, und insbesondere bei kleinen Fragmentlängen erkennt man Unterschiede zur MFVF (Abb. 15). Dennoch beschreiben beide Kurven einen sehr ähnlichen Verlauf. Beide Kurven zeigen bei höheren Fragmentlängen höhere Schwankungen, konsistent mit rotem Rauschen.



(a) MFVF



(b) Advanced MFVF

Abbildung 15: (Advanced) Multiple Fragment Variance Function angewandt auf die Lichtkurve ohne Datenpunkte aus Miller (1975). Die beiden Verfahren unterscheiden sich in der Auswahl der Fragmentlängen.

4.2 Vergleich mit rotem Rauschen (ohne Daten aus Miller (1975))

Um diese Ergebnisse nun genauer analysieren zu können, und insbesondere die Parameter (β, f_{\min}) zu bestimmen, wurden zu verschiedenen solcher Wertepaare jeweils 5000 Lichtkurven simuliert. Sie alle stellen rotes Rauschen mit vorgegebenem β und f_{\min} dar. Sie haben dieselbe Abtastrate wie die reale Lichtkurve, werden intern aber über einen zehnmal längeren Zeitbereich berechnet (Methode von Timmer und Koenig (1995), erweitert in Kastendieck et al. (2011)). Die verwendeten β laufen von 1.0 . . . 3.2 in 0.2er-Schritten, die Werte für f_{\min} sind so gewählt, dass $\log f_{\min}/\text{Tage}^{-1}$ in 0.2er-Schritten von $-4.4 \dots -1.6$ läuft. Somit ergeben sich insgesamt 180 Wertepaare, für die jeweils 5000 Lichtkurven erstellt wurden. Auf jede dieser Lichtkurven wurden die vier genannten Verfahren angewandt. So erhalten wir zu jedem (β, f_{\min}) -Paar und jeder Methode eine statistische Verteilung der Ergebnisse, die wir als Wahrscheinlichkeitsverteilung interpretieren, wie sie bei reinem rotem Rauschen zu erwarten ist.

Anschließend vergleichen wir die Daten unserer Lichtkurve mit diesen Wahrscheinlichkeitsverteilungen. Wir können so jedem x-Wert aus unserer Messung eine Wahrscheinlichkeit für ein bestimmtes (β, f_{\min}) zuordnen⁴. Dabei werden aber keine Wertepaare in Zeitskalen unter zehn Tagen berücksichtigt, da dort das instrumentelle Rauschen dominiert. Das Wertepaar mit der höchsten Gesamtwahrscheinlichkeit ist dann der beste Fit. Dies wird getrennt für jede der vier Methoden durchgeführt. Das Ergebnis zeigt Tabelle 3.

Abbildung 16 zeigt die Häufigkeitsverteilung der zum zugehörigen Wertepaar gehörigen simulierten Lichtkurven (farbskaliert) zusammen mit den Ergebnissen der realen Lichtkurve (grün). Man sieht, dass die Lichtkurvenverteilung fast immer innerhalb der Häufigkeitsverteilung liegt, was die Vermutung auf rotes Rauschen stützt. Interessant sind die Unterschiede in der Abbruchfrequenz f_{\min} . Deutlich erkennt man in den Abbildungen 16 sowohl bei der Strukturfunktion als auch beim Lomb-Scargle-Periodogramm ein Abknicken der Kurve bei der gefundenen Abbruchfrequenz. Lediglich beim Advanced MFVF und MFVF ist das nicht zu erkennen. Dies ist konsistent mit der Rechnung, die ein Abknicken erst

⁴Aufgrund der numerischen Schwierigkeiten, kleine Wahrscheinlichkeiten aufzumultiplizieren, addieren wir stattdessen die Logarithmen der Wahrscheinlichkeiten.

Tabelle 3: **Bestbeschreibendes Parameterpaar für rotes Rauschen mit einem Index von β und einer Abbruchfrequenz f_{\min} für die Lichtkurve ohne Miller (1975).** Während die Werte für β gut übereinstimmen, schwankt f_{\min} recht stark, und liegt bei MFVF sogar am Rand der simulierten Werte.

Verfahren	β	$\log f_{\min}/\text{Tage}^{-1}$
Strukturfunktion	$1.4^{+0.2}_{-0.1}$	$-3.6^{+0.4}_{-0.3}$
Lomb-Scargle-Periodogramm	$1.6^{+1.0}_{-0.3}$	$-3.0^{+0.4}_{-0.4}$
MFVF	$1.4^{+0.2}_{-0.1}$	$-4.4^{+0.9}$
Advanced MFVF	$1.4^{+0.2}_{-0.1}$	$-4.4^{+0.9}$

ab einer Zeitskala von $10^{4.4}$ Tage ≈ 25200 Tage vorhersagt. Das ist jedoch die höchste Zeitdauer für die Abbruchfrequenz, die wir simuliert haben, d.h. f_{\min} liegt am Rand der simulierten Werte. Dies könnte darauf hindeuten, dass ein rotes Rauschen *ohne* Abbruchfrequenz anzusetzen ist. Da die simulierten Lichtkurven die zehnfache Länge besitzen, ist das Verfahren sensitiv auf Abbruchfrequenzen bis zu $f_{\min} \approx 10^{-5.1}$ Tage $^{-1}$, wir haben aber keine Lichtkurven bis zu diesem Wert simuliert, da die zur Verfügung stehende Rechenzeit begrenzt war. Gleichzeitig ist bereits die in der Strukturfunktion gefundene Größenordnung von $10^{3.6}$ Tage ≈ 4000 Tage bemerkenswert. Da die hier betrachtete Lichtkurve aber nur 13206 Tage abdeckt, ist ein Ergebnis mit ähnlicher Periodendauer wenig signifikant.

Deutlich erkennt man, dass die Häufigkeitsverteilung im Lomb-Scargle-Periodogramm unschärfer als in den anderen Verfahren ist. Zudem ergibt sich nicht das bei rotem Rauschen erwartete Verhalten: Der lineare Verlauf mit der von β abhängigen Steigung ist wenig ausgeprägt, aber vorhanden, an den Grenzen jedoch ist die Kurve verzerrt. Im niederfrequenten Bereich gibt es anstelle des flachen Bereichs unterhalb der Abbruchfrequenz sogar ein Minimum bei etwa 10^4 Tagen. Da das simulierte rote Rauschen dies jedoch auch zeigt, ist dies auf Effekte des unregelmäßigen Samplings zurückzuführen.

Ein interessantes Ergebnis ist das breite Minimum bei ungefähr (460...560) Tagen in der Strukturfunktion. Es liegt unterhalb der Häufigkeitsverteilung. Schwächer ausgeprägt sind ein weiteres Minimum bei ca. 950 Tagen und ein Maximum bei 240 Tagen. Da es nicht bei einem Vielfachen eines Jahres auftritt, scheint es sich auch nicht durch einen reinen Beobachtungseffekt aufgrund der jährlichen Bewegung der Erde um die Sonne zu handeln. Das Lomb-Scargle-Periodogramm zeigt an dieser Stelle ein leicht verbreitertes Maximum, dieses liegt aber noch am Rand der Häufigkeitsverteilung. Schließlich zeigt das Ergebnis der Advanced MFVF bei etwa 500 Tagen einen Peak, der aber ebenfalls in den simulierten Lichtkurven auftritt. Dies kann bedeuten, dass es sich lediglich um einen Leckeffekt handelt - im MFVF selbst hingegen ist kein Peak erkennbar. Weitere Datenpunkte des Advanced MFVF in dem oben genannten Intervall liegen innerhalb der gefundenen Häufigkeitsverteilung. Möglicherweise ergibt sich aus den Samplingeffekten eine Anomalie bei etwa 500 Tagen, die zu den verbreiterten Extremstellen im Lomb-Scargle-Periodogramm bzw. in der Strukturfunktion geführt hat. Wir werden nach Anwendung der Langzeitlichtkurve mit allen Datensätzen erneut auf Extremstellen in diesem Bereich achten.

Im Bereich kurzer Zeiten von weniger als dreißig Tagen sind insbesondere in der Strukturfunktion starke Anomalien erkennbar - mehrere Peaks in der Häufigkeitsverteilung und dem Ergebnis der Lichtkurve sind erkennbar. In diesem Bereich dominieren die simulierten Fehler bzw. instrumentelles Rauschen. Diese Vermutung wird dadurch gestützt, dass dieses Verhalten nach Hinzunahme der Daten aus Miller (1975) deutlich verstärkt wird.

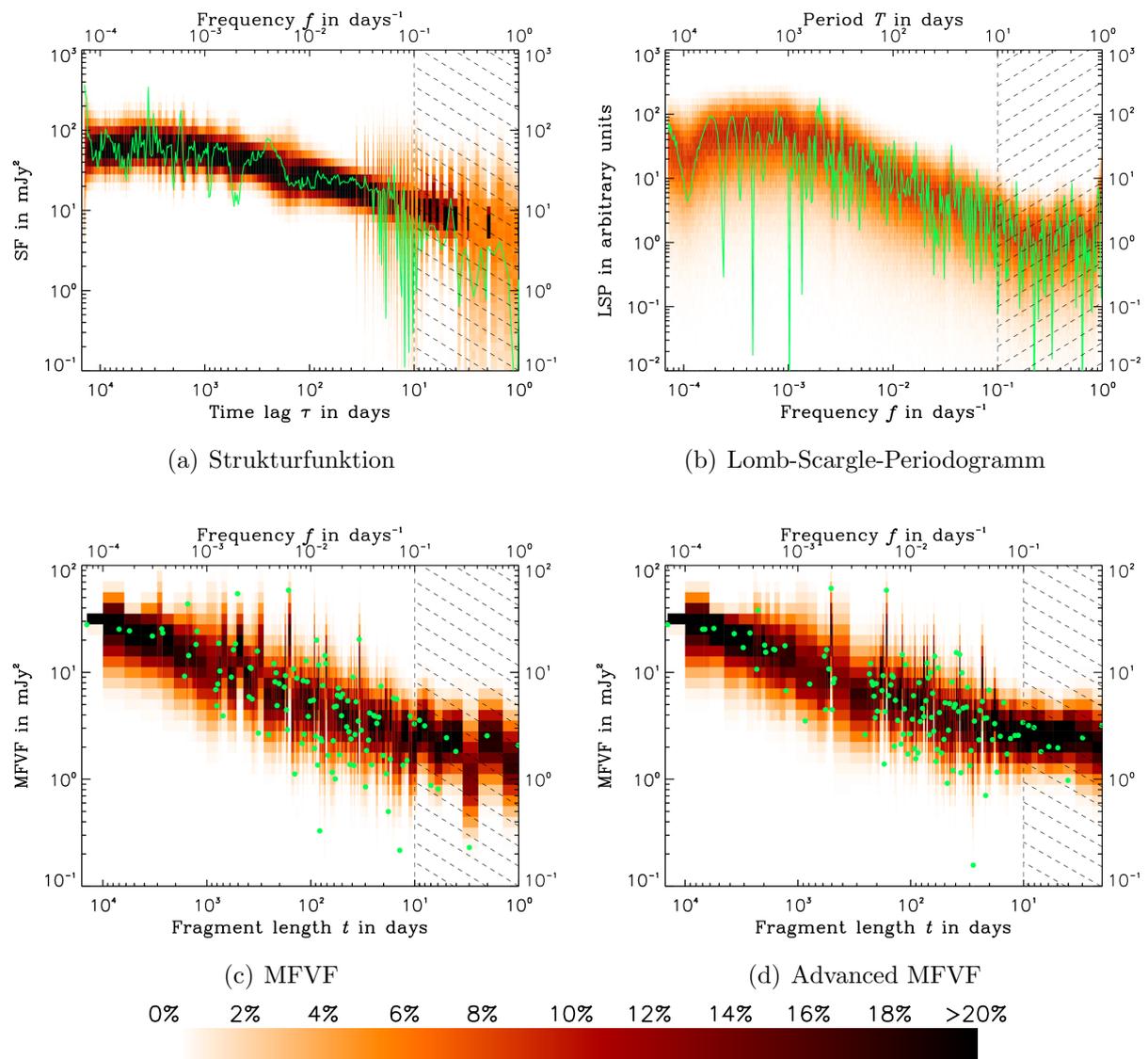


Abbildung 16: **Häufigkeitsverteilung (rot) der simulierten Lichtkurven im Vergleich mit der Verteilung aus der Lichtkurve von Markarian 421 (grün) ohne Daten aus Miller (1975).** Der Verlauf im gestrichelten Bereich (unter 10 Tagen) zeigt den Bereich, der nicht für die Bestimmung des Best-Fit-Parameterpaars benutzt wurde. Die Kurven verlaufen weitgehend innerhalb der Wahrscheinlichkeitsverteilung, was die Vermutung auf rotes Rauschen stützt. Bei der Strukturfunktion und dem Lomb-Scargle-Periodogramm ist ein Abknicken der Lichtkurve bei den gefundenen Breakfrequenzen f_{\min} erkennbar, bei den Daten aus der (Advanced) MFVF ist das nicht der Fall, konsistent mit der gefundenen Breakfrequenz von $10^{-4.4} \frac{1}{\text{Tage}}$.

4.3 Fehlerabschätzung (ohne Daten aus Miller (1975))

Um den Fehler abzuschätzen, werden zu den gefundenen besten Parameterpaaren $(\beta_0, f_{min,0})$ erneut jeweils 5000 neue Lichtkurven simuliert. Für diese wird dann ebenfalls wieder das beste Parameterpaar gesucht. Dieses sollte im Idealfall bei den bekannten Werten $(\beta_0, f_{min,0})$ liegen. Aufgrund der statistischen Schwankung ist dies jedoch nicht vollständig der Fall, und für einige Lichtkurven werden abweichende Parameterpaare gefunden. Aus dieser Histogrammverteilung lassen sich dann die Fehlergrenzen für β und f_{min} bestimmen, indem je 16% der Kurven hin zu höheren bzw. niedrigeren Werten gezählt werden. Die Ergebnisse hierzu zeigt die Abbildung 17.

Die Kurven zeigen die Histogrammverteilung der Best-Fit-Parameter der simulierten Lichtkurven. Bei den Graphen zu MFVF und Advanced MFVF ergibt sich hier ein Problem: Da die gefundenen Parameter am Rand der simulierten Verteilung liegen, kann keine untere Fehlergrenze gefunden werden. Schließlich wurden keine Lichtkurven mit niedrigerem Wert für $\log f_{min}/ \text{Tage}^{-1}$ simuliert, mit denen verglichen werden kann. Daher sind die durch diese Verfahren gefundenen Werte für f_{min} nur als Obergrenze verwendbar. Sie können aber als Hinweis darauf verstanden werden, dass es möglicherweise keine Abbruchfrequenz gibt. Man sollte hier aber berücksichtigen, dass die von MFVF- und Advanced MFVF-Verfahren gefundene Abbruchfrequenzen einer Zeitdauer entsprechen, die über der Lichtkurvenlänge liegt.

Weiterhin erkennt man bei dem Graphen zum Lomb-Scargle-Periodogramm eine Abweichung des gefundenen besten Parameterpaars zur Histogrammverteilung: So sitzt dieser nicht im dunkelroten Bereich, wie man es erwarten würde. Dies liegt vermutlich darin begründet, dass dieses Verfahren höhere Unsicherheiten aufweist. Deutlich erkennbar war dies bereits in den Häufigkeitsverteilungen, die im Vergleich zu denen aus anderen Verfahren verwaschen und unscharf wirken (vgl. Abb. 16). Durch die relativ geringe Zahl simulierter Lichtkurven (5000) gehen Ausreißer noch zu stark in die Berechnung ein und heben sich nicht vollständig weg. Das erklärt diese Abweichung. Die anderen Verfahren sind weniger anfällig, und geben daher bessere Ergebnisse. Andere Arbeiten kommen zu der gleichen Schlussfolgerung, man vergleiche dazu beispielsweise die Histogramme in Kastendieck et al. (2011), Abb. 7.

Die hier für β und f_{min} bestimmten Fehler sind rein aus simulierten Lichtkurven mit der Charakteristik von rotem Rauschen entstanden. Daher handelt es sich zunächst um Fehler dieses Verfahrens. Sie sind nur dann ein Maß für die Fehler aus der Lichtkurve, wenn die Prämisse korrekt ist, also tatsächlich rotes Rauschen vorliegt. Um dies zu testen, führen wir einen *Goodness-of-Fit*-Test aus, siehe dazu das entsprechende Kapitel.

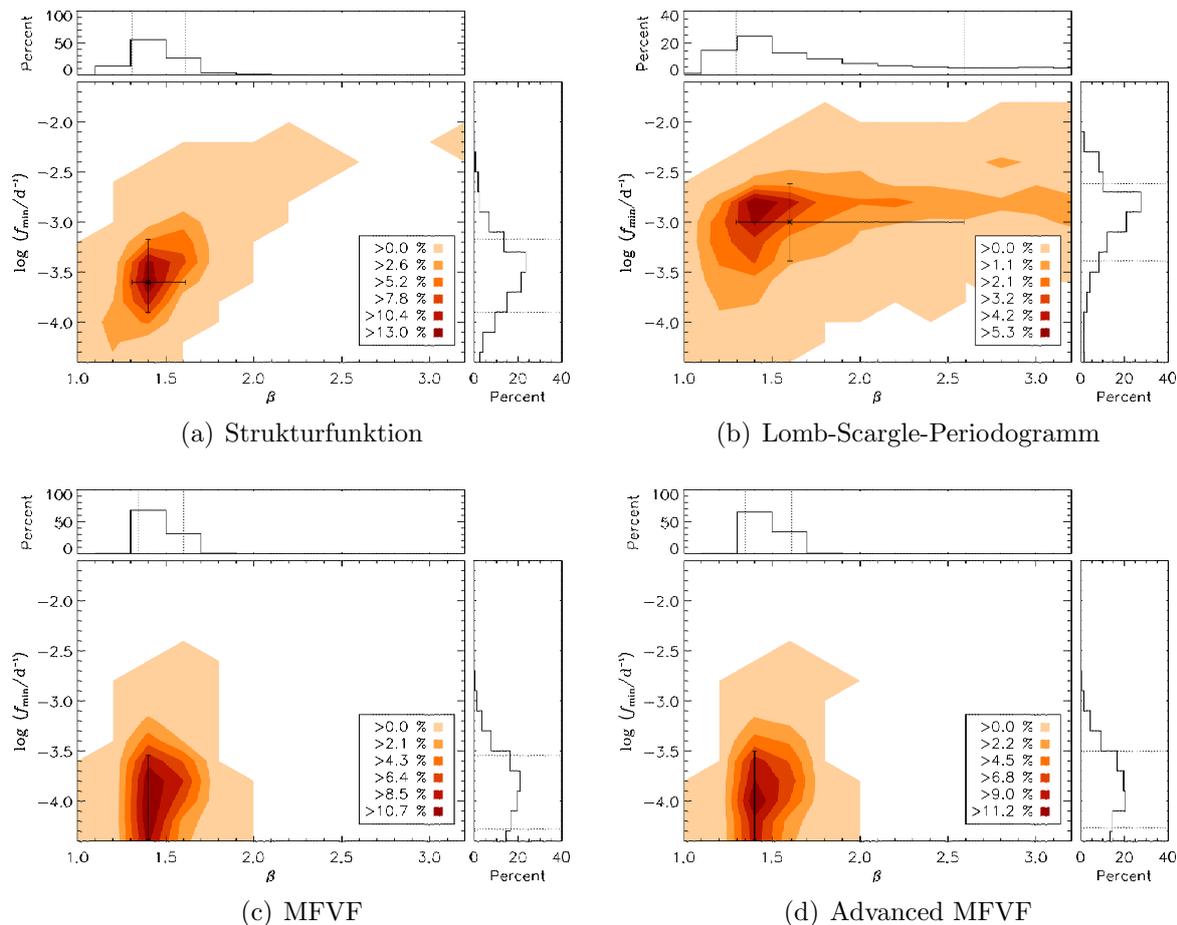


Abbildung 17: **Fehlerabschätzung der besten Fitparameter für die Analyse der Lichtkurve ohne Daten aus Miller (1975)**. Die verschiedenen Farbabstufungen deuten auf die Häufigkeitsverteilung der simulierten Lichtkurven bei diesem Parameterpaar, und sind in der Legende erklärt. Die Graphen oben bzw. an der Seite geben ein Histogramm nur für β bzw. $\log f_{\min}/ \text{Tage}^{-1}$. Zu den schlechten Abschätzungen und den am Rand liegenden Werten von $\log f_{\min}/ \text{Tage}^{-1}$, siehe Text.

4.4 Ergebnisse der Lichtkurvenanalyse mit allen Datenpunkten

Wir haben bisher nur die Lichtkurve ohne die Daten aus Miller (1975) verwendet. Diese haben deutlich höhere Fehler, da die Helligkeit von Markarian 421 aus alten Photoplatten abgeschätzt wurde. Weiterhin lagen die Datenpunkte in dieser Arbeit nur als Grafik vor. Die Datenpunkte konnten nicht genau einem Tag zugeordnet werden. Diese Datenpunkte unterliegen daher auch einem Fehler in x-Richtung, der bei etwa einer Woche liegt. Wir sind jedoch hauptsächlich an Verhalten auf langen Zeitskalen interessiert: Insbesondere der möglichen Periodizität bei 460...510 Tagen und der Abbruchfrequenz, die einer Zeitdauer von bisher etwa $10^{3.6}$... $10^{4.4}$ Tagen entspricht. Auf solchen Zeitskalen sollte der Fehler der Datenpunkte aufgrund der deutlich kleineren Größenordnung nichts ausmachen.

Die **Strukturfunktion** der gesamten Lichtkurve ist in Abbildung 18 zu sehen. Im direkten Vergleich mit dem vorigen Ergebnis (Abb. 13) erkennt man, dass der grundsätzliche Verlauf sehr ähnlich ist. Jedoch streuen nun die einzelnen Punkte im Bereich von bis zu zehn Tagen sehr stark. Auch die hohen Fehler der einzelnen Datenpunkte tragen dazu bei, dass sich ein irregulärer Kurvenverlauf ergibt. Dies ist bereits ein Indiz darauf, dass wir die Ergebnisse aus dieser Analyse nur für Aussagen über lange Zeiträume nutzen können. Nach wie vor erkennbar ist ein deutlich verbreitertes Minimum, dass wieder bei etwa 460...510 Tagen liegt.

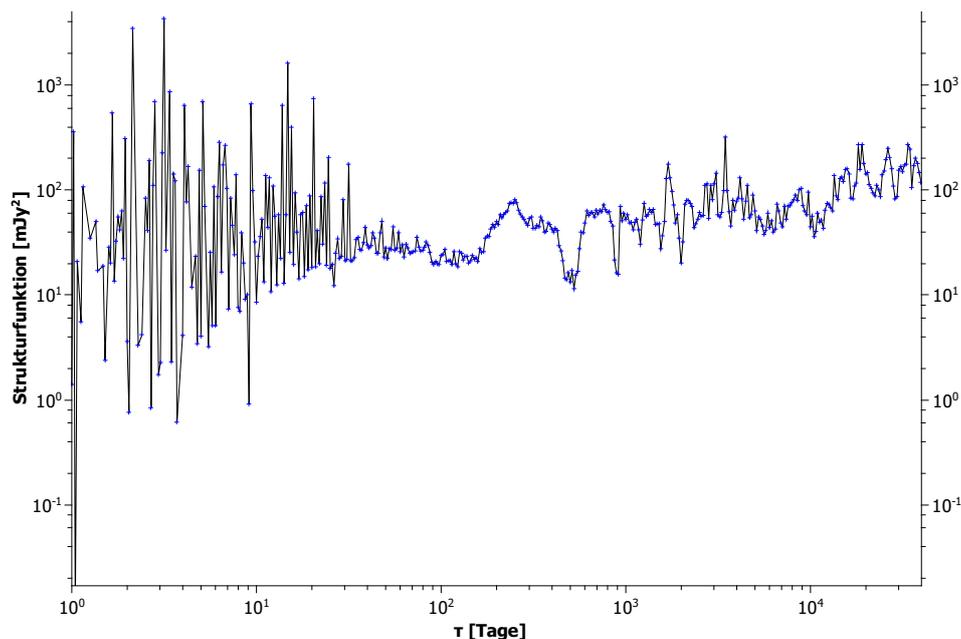


Abbildung 18: **Strukturfunktion der gesamten Lichtkurve in doppelt logarithmischer Skala.** Zwar ähnelt der grundlegende Verlauf im gleichen Zeitbereich der von 13, jedoch streuen die Werte deutlich stärker bei Zeitdauern bis zu etwa zehn Tagen. Nach wie vor deutlich erkennbar ist das verbreiterte Minimum bei etwa 500 Tagen.

Das **Lomb-Scargle-Periodogramm** aus dem langen Zeitintervall (Abb. 19) ähnelt dem zuvor betrachteten (Abb. 14). Im direkten Vergleich mit diesem scheint aber die Steigung der Kurve betragsmäßig kleiner zu sein. Davon ausgehend können wir erwarten, dass das im besten Fit zu den Daten aus dem Lomb-Scargle-Periodogramm gefundene β kleiner als zuvor sein wird.

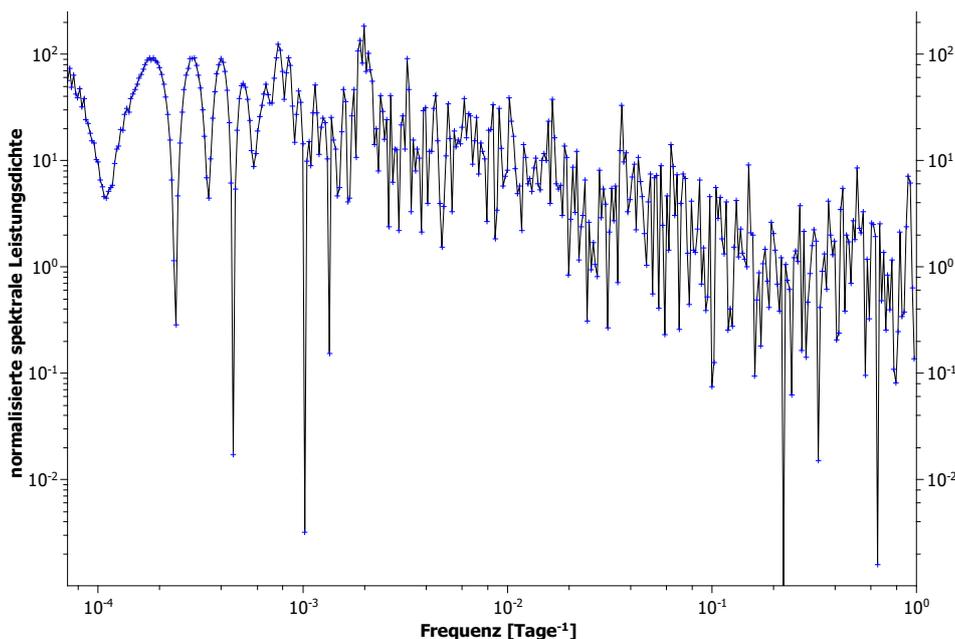
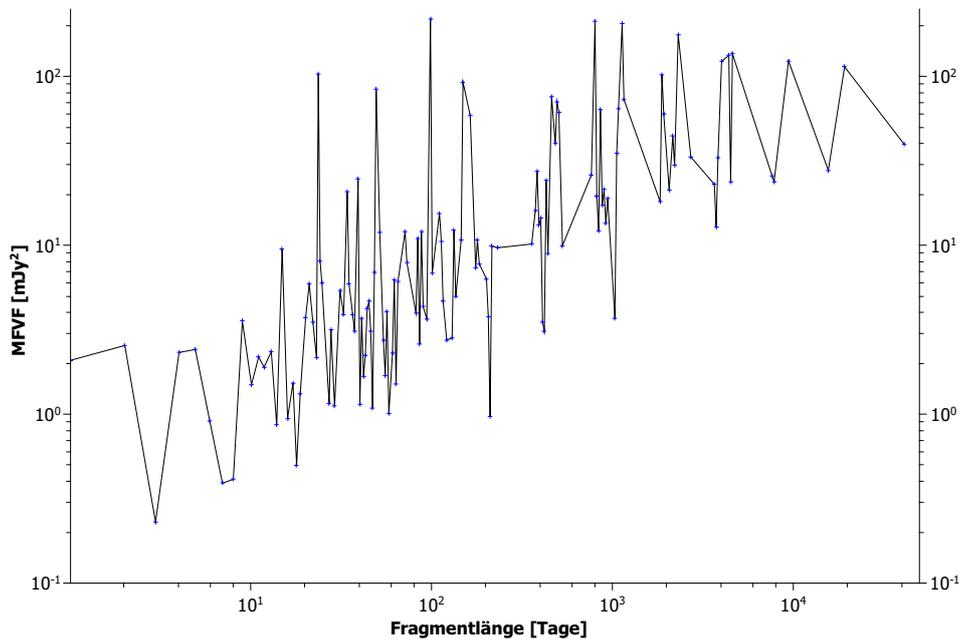
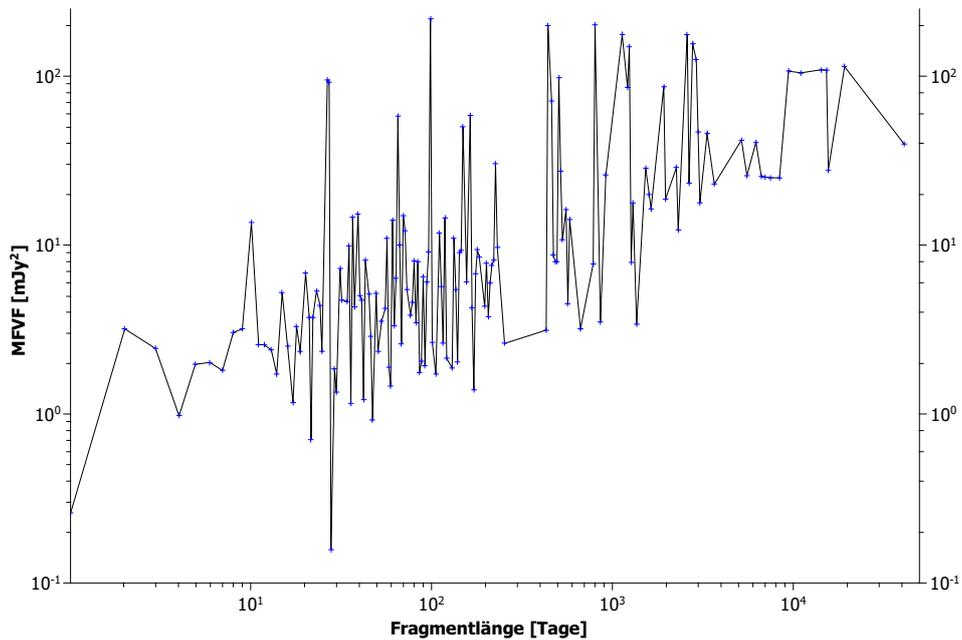


Abbildung 19: **Lomb-Scargle-Periodogramm der Lichtkurve.** Man erkennt, dass die Gesamtheit der Datenpunkte den bei Rotem Rauschen erwarteten Verlauf einer abknickenden Gerade beschreibt. Im Vergleich mit Abbildung 14 erwarten wir hier aber aufgrund der betragsmäßig kleineren Steigung einen kleineren Wert für β .

Der Verlauf der Kurve aus der **Multiple Fragment Variance Function** unterscheidet sich kaum von der aus der Advanced MFVF (Abb. 20). Abgesehen von einzelnen Datenpunkten ist der Verlauf identisch. Das gilt insbesondere für die Steigung der beiden Graphen, so dass wir wieder mit gleichen Werten für β rechnen können. Anders als zuvor (Abb. 15) ist diesmal auch ein Abknicken mit flacher Steigung bei hohen Fragmentlängen zu erkennen, der Abknickpunkt scheint zwischen $\approx 10^{3.2} \dots 10^{3.6}$ Tagen zu liegen. Möglicherweise finden wir also diesmal, anders als zuvor, einen Wert für f_{\min} , der in etwa diesem Bereich liegt. Ebenfalls scheint diesmal die Steigung des Graphen größer zu sein als zuvor, so dass wir jetzt für diese Verfahren mit einem höheren β als zuvor rechnen. Auffällig ist in beiden Graphen, dass einige Datenpunkte stark abweichen, und deutlich über dem Kurvenverlauf liegen.



(a) MFVF



(b) Advanced MFVF

Abbildung 20: (Advanced) Multiple Fragment Variance Function angewandt auf die gesamte Lichtkurve. Die beiden Verfahren unterscheiden sich in der Auswahl der Fragmentlängen.

4.5 Vergleich mit rotem Rauschen (Lichtkurve mit allen Datenpunkten)

Wieder wurden jeweils 5000 Lichtkurven mit bekanntem (β, f_{\min}) simuliert. Aufgrund der vorigen Ergebnisse wurde der simulierte Bereich für f_{\min} angepasst, so dass $\log f_{\min}/\text{Tage}^{-1}$ nun von -4.6 bis -1.6 in 0.2er-Schritten läuft. Der weitere Verlauf der Analyse ist identisch mit dem zuvor beschriebenen.

Die besten Fitparameter (β, f_{\min}) haben sich leicht verändert (Tabelle 4). Die Werte für β streuen jetzt stärker, die Abbruchfrequenzen f_{\min} aus den vier Verfahren sind jetzt konsistent und entsprechen einem Wert von $f_{\min} \approx 10^{-3.8}$. Dieser Wert liegt innerhalb fast aller gefundenen Fehlergrenzen und ist damit auch konsistent mit den zuvor gefundenen Werten. Diese Abbruchfrequenz entspricht einer Länge von ca. 6310 Tagen. Unsere Lichtkurve deckt einen Bereich von 39936 Tagen ab. Dies ist etwa das sechsfache, es liegen also genug Daten vor, um Aussagen über diesen Zeitbereich zu tätigen. Die Werte sind miteinander konsistent und passen gut zu den gefundenen Kurvenverläufen. Die zuvor gefundenen Werte für f_{\min} haben erheblich stärker gestreut. Insbesondere ist hier festzuhalten, dass nun auch die Abbruchfrequenzen der (Advanced) MFVF innerhalb des betrachteten Intervalls liegen.

Erhöht sich der Wert für $\log f_{\min}/\text{Tage}^{-1}$, so verschiebt sich die Stelle des „Abknickens“. Bei sonst ähnlichem Verlauf der Datenpunkte muss die Steigung der Kurve betragsmäßig steigen, d.h. β vergrößert sich ebenfalls. Möglicherweise sind die kleineren Werte für β lediglich auf die jetzt gefundene Abbruchfrequenz f_{\min} zurückzuführen, die Parameter sind nicht unabhängig voneinander.

Abbildung 21 zeigt wieder die aus dem simulierten roten Rauschen erhaltene Häufigkeitsverteilung des besten Parameterpaares im Vergleich mit dem Verlauf der Lichtkurve.

Die Werte streuen bei niedrigen Zeitdauern stark. Das ist auf die sehr unregelmäßige Abtastung der Daten zurückzuführen, denn auch die simulierten Lichtkurven zeigen das Verhalten in der Häufigkeitsverteilung. Zusätzlich bewirken die simulierten Fehler eine solche Streuung, dies erklärt auch, warum diese Effekte nach Zunahme der fehlerbelaste-

Tabelle 4: **Bestbeschreibendes Parameterpaar für Rotes Rauschen mit einem Index von β und einer Abbruchfrequenz f_{\min} für die gesamte Lichtkurve.** Alle Verfahren scheinen auf ein rotes Rauschen mit Abbruchfrequenz hinzudeuten.

Verfahren	β	$\log f_{\min}/\text{Tage}^{-1}$
Strukturfunktion	$1.4_{-0.1}^{+0.2}$	$-4.0_{-0.3}^{+0.5}$
Lomb-Scargle-Periodogramm	$1.2_{-0.4}^{+0.2}$	$-3.6_{-0.5}^{+0.6}$
MFVF	$1.6_{-0.1}^{+0.1}$	$-3.8_{-0.3}^{+0.3}$
Advanced MFVF	$1.6_{-0.1}^{+0.1}$	$-3.8_{-0.3}^{+0.3}$

ten Daten aus Miller (1975) stärker geworden sind.

Die Lichtkurvenverteilung liegt recht gut innerhalb der Häufigkeitsverteilung. Man erkennt jedoch, dass einige Punkte beim MFVF und beim Advanced MFVF über der Häufigkeitsverteilung liegen.

In allen Häufigkeitsverteilungen ist das Abflachen bei kleinen Frequenzen erkennbar. Wie erwartet liegt dieser Abknickpunkt bei den in Tabelle 4 genannten Ergebnissen, mit leichten Abweichungen bei der Strukturfunktion. Dieses Verhalten wurde schon zuvor beobachtet (beispielhaft sei auf die Ergebnisse in Kastendieck et al. (2011) verwiesen)

Erneut ist das verbreiterte Minimum der Strukturfunktion bei (460 . . . 560) Tagen erkennbar, mit einem weiteren schwachen Minimum bei etwa (900 . . . 1000) Tagen, also etwa dem Doppelten. Ebenso erkennt man bei etwa ≈ 230 Tagen, etwa der Hälfte, ein Maximum. Dies könnten Hinweise auf eine Periodizität bei etwa 500 Tagen sein. Im Lomb-Scargle-Periodogramm erwartet man bei der zur Periode gehörigen Frequenz ein Maximum. Es ist vorhanden. Anders als bei der kurzen Lichtkurve ragt es jetzt aus der Häufigkeitsverteilung heraus, was die Vermutung auf eine Periodizität stützt. Auch nach Hinzunahme des weiteren Datensatzes bleibt diese mögliche Periode erkennbar. Um wenigstens eine grobe Abschätzung über die Signifikanz dieses Ergebnisses zu erhalten, prüfen wir, wieviele der simulierten Lichtkurven das gefundene Extrema treffen. Eine starke Abweichung von der Häufigkeitsverteilung, d.h. ein sehr niedriger Wert für das gefundene Extrema, deutet darauf hin, dass Kurven roten Rauschens dieses Verhalten selten zeigen, und ein echter physikalischer Effekt - d.h. hier eine reale Periodizität vorliegt. Führt man diese Betrachtung hier durch, findet man, dass bei der Strukturfunktion 0.3% der simulierten Lichtkurven das Minimum treffen, wohingegen es im Lomb-Scargle-Periodogramm etwa 0.1% der Lichtkurven sind. Dadurch ließe sich eine Art „Mindestsignifikanz“ der Periode abschätzen. Hier deutet etwa das Ergebnis der Strukturfunktion darauf hin, dass das gefundene Minima *im Rahmen des Modells* zu mindestens 99.7% auf eine echte Periodizität zurückzuführen ist, und nicht ein Artefakt des roten Rauschens darstellt. Wir können es als Untergrenze auffassen, da die gefundenen 0.3% nur auf die Zahl der Lichtkurven, die den Punkt treffen, deutet - die wahre Bedingung ist aber, dass sich dort ein Minimum befindet. Dies ist eine stärkere Einschränkung, so dass die eigentliche Wahrscheinlichkeit größer angesetzt werden muss. Analog folgt aus dem Lomb-Scargle-Periodogramm eine Mindestwahrscheinlichkeit von 99.9%. Diese Signifikanzen sind aber nur dann als Abschätzung brauchbar, wenn das Modell mit den angesetzten Parametern stimmt. Insbesondere beinhaltet diese Signifikanzabschätzung keine Angaben über die Unsicherheit des Modells selbst, und darf daher nicht als in jedem Fall geltene Signifikanz verstanden werden.

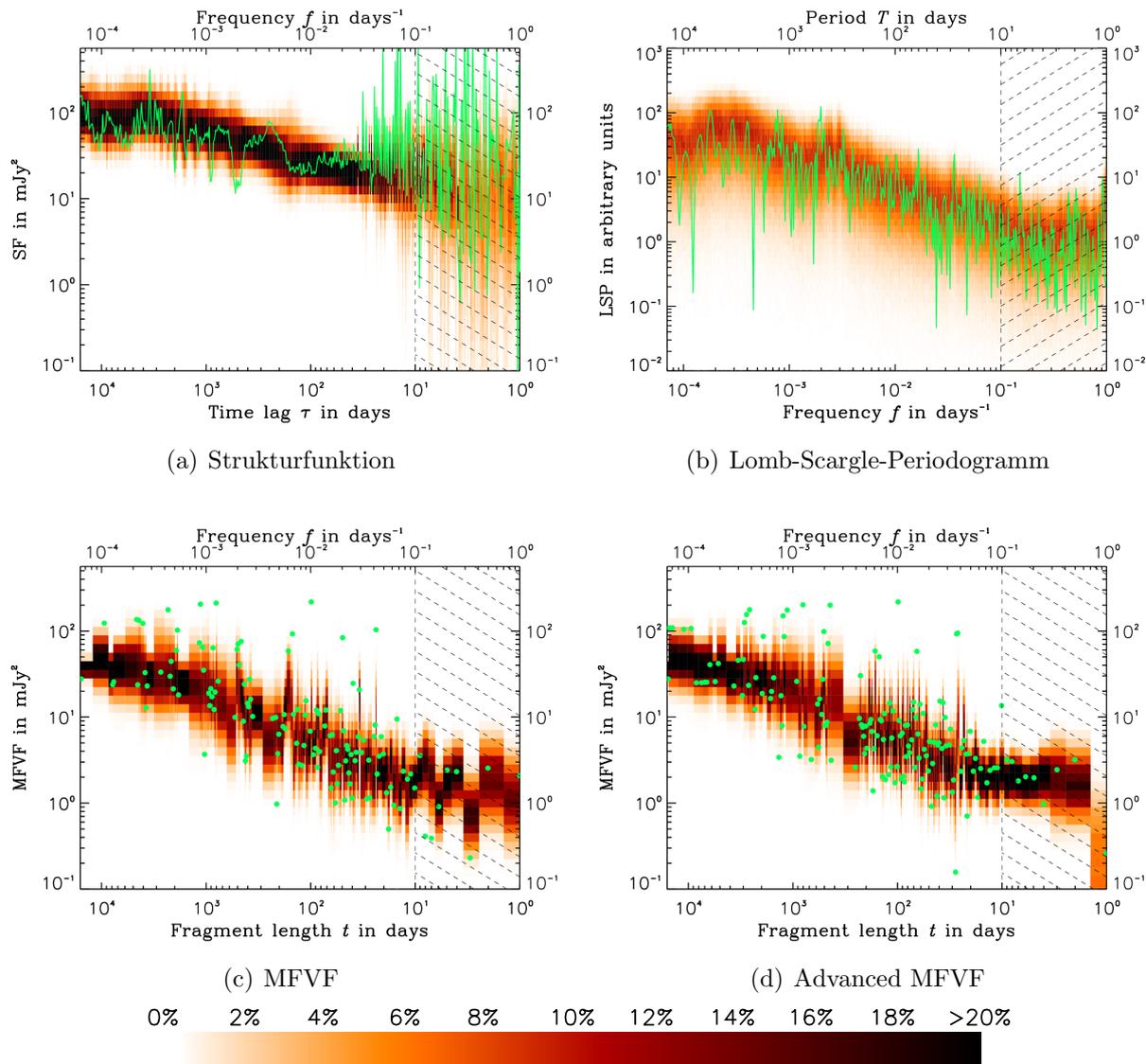


Abbildung 21: **Häufigkeitsverteilung (rot) der simulierten Lichtkurven des bestbeschreibenden Parameterpaares im Vergleich mit dem Ergebnis aus der gesamten Lichtkurve von Markarian 421 (grün).** Deutlich erkennbar sind die Effekte der unregelmäßigen Abtastung und der Messfehler, die sich bei niedrigen Perioden bzw. hohen Frequenzen in hohen Streuraten zeigt (vgl. Abb. 16). Die gestrichelte Linie markiert den Bereich, der nicht für die Bestimmung des besten Fits benutzt wurde.

4.6 Fehlerabschätzung

Die Fehler werden wie in 4.3 abgeschätzt. Die Ergebnisse zeigt Abbildung 22, sie sind auch in der Tabelle 4 angegeben. Anders als zuvor liegen nun keine Werte am Rand des simulierten Bereichs, so dass alle Fehlerwerte sinnvoll abgeschätzt werden können.

Trotz der großen Messfehler in dem hinzugenommenen Datensatz hat die erhöhte Zahl der Datenpunkte zu geringeren Fehlern geführt. Ihr Effekt macht sich aber in der stärkeren Verzerrung der Häufigkeitsverteilungen bemerkbar. Insbesondere in der Strukturfunktion erkennt man im Vergleich zu den vorigen Ergebnissen starke Schwankungen bei kleinen Zeitdauern. Sie sind auf Leckeffekte und die Fehler des neuen Datensatzes zurückzuführen. Rein rechnerisch ergeben sich für MFVF und Advanced MFVF Fehlerwerte < 0.1 (für β), für die anderen beiden Verfahren erhalten wir teilweise Fehlerwerte, die betragsmäßig bei über dem fünffachen liegen! Im Diagramm 22 macht sich das in größeren Konturen bemerkbar. Die meisten Lichtkurven liegen jedoch in einem engen Bereich um den gefundenen Parameter. Dennoch ist es bemerkenswert, über was für einen weiten Bereich die Verteilung der gefundenen β im Lomb-Scargle-Periodogramm läuft. Dies war auch zuvor (Abb. 17) erkennbar.

Aufgrund der Tatsache, dass sowohl β als auch f_{\min} in 0.2er-Schritten simuliert wurden, kann der Fehler für diese Werte nicht kleiner als 0.1 sein. Daher werden die Fehler für β von MFVF und Advanced MFVF, die kleiner als dieser Schwellwert waren, in Tabelle 4 auch mit 0.1 angegeben.

Wie bereits gesagt sind die so gefundenen Fehler die Genauigkeiten der Methoden. Sie setzen für die betrachtete Lichtkurve rotes Rauschen voraus.

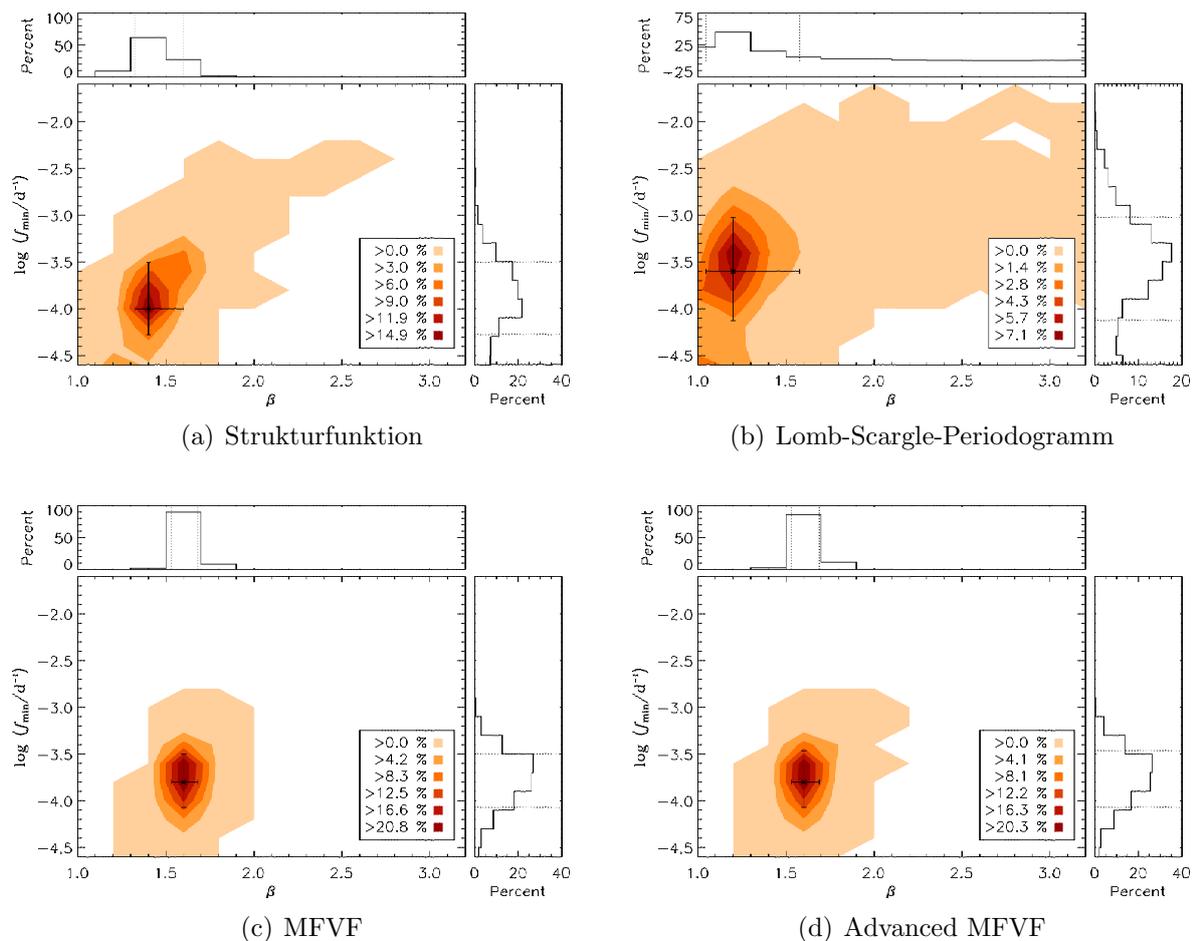


Abbildung 22: **Fehlerabschätzung der besten Fitparameter für die Analyse der gesamten Lichtkurve.** Die verschiedenen Farbabstufungen deuten auf die Häufigkeitsverteilung der simulierten Lichtkurven bei diesem Parameterpaar, und sind in der Legende erklärt. Die Graphen oben bzw. an der Seite geben ein Histogramm nur für β bzw. $\log f_{\min}/\text{Tage}^{-1}$.

4.7 Goodness of Fit

Abschließend müssen die Vorraussetzung geprüft werden: Handelt es sich bei den Schwankungen der Lichtkurve von Markarian 421 tatsächlich um rotes Rauschen mit dem gefundenen Parameterpaar? Dazu werden erneut die 5000 mit rotem Rauschen zum besten Parameterpaar simulierte Lichtkurven aus der Fehleranalyse benutzt. Analog zur Bestimmung des besten Parameterpaares wurden auch für die simulierte Lichtkurve die Wahrscheinlichkeiten aus der Häufigkeitsverteilung bestimmt. Auch hier werden die Logarithmen der Wahrscheinlichkeiten zu jedem Wert auf der Abszisse addiert. Der so gefundene Wert ist ein Maß für die Güte der Kurve. Die Wahrscheinlichkeiten der Kurven, die durch rotes Rauschen beschrieben werden, geben so ein Maß für die Güte der Abschätzung. Diese Wahrscheinlichkeiten wurden auch für die kurze und die lange Lichtkurve für alle vier Verfahren bestimmt, und mit denen der simulierten Lichtkurven verglichen.

Liegt die Wahrscheinlichkeit unserer Lichtkurve etwa bei den Wahrscheinlichkeiten der meisten simulierten Lichtkurven, so passt unsere Lichtkurve so gut, wie bei rotem Rauschen zu erwarten ist, und die Vermutung auf Rotes Rauschen mit dem gefundenen Parameterpaar wird bestätigt. Liegt sie fast immer unter oder über den simulierten Werten, so steht zu vermuten, dass eine im Modell gemachte Annahme falsch ist: Beispielsweise, dass Effekte einer Periodizität überlagert sind, oder instrumentelles Rauschen und Ausreißer unzureichend simuliert wurden. Es wäre auch möglich, dass gar kein rotes Rauschen vorliegt.

Tabelle 5 gibt für alle vier Verfahren Zahl und Anteil der simulierten Lichtkurven, die „schlechter passen“ als die Lichtkurve von Markarian 421 selbst. Es ist ein Ausschlussverfahren mit einem sehr breitem Akzeptanzbereich. Davon ausgehend widerlegen die Ergebnisse der Strukturfunktion und des Lomb-Scargle-Periodogramms für die lange Lichtkurve unsere Annahme nicht. Dagegen müssen die Rechnungen mit der MFVF und der Advanced MFVF geprüft werden. Auch das Ergebnis des Lomb-Scargle-Periodogramms für die kurze Lichtkurve ist problematisch: 100%, das bedeutet, jede simulierte Kurve ist schlechter als die Lichtkurve von Markarian 421, das ist unrealistisch.

Betrachten wir erneut Abbildung 16. Es ist bekannt, dass das Lomb-Scargle-Periodogramm für Leckeffekte aus der unregelmäßigen Verteilung besonders anfällig ist. Sie verfälschen den Kurvenverlauf. Weiterhin zeigt die im Vergleich deutlich breitere Häufigkeitsverteilung, dass die Werte des Lomb-Scargle-Periodogramms stärker streuen. Die der Lichtkurve liegt aber, mit Ausnahme der vier deutlichen Minima und dem bereits erwähnten Maximum innerhalb der Verteilung. Die hohe Streuung im Lomb-Scargle-Periodogramm der simulierten Lichtkurven zeigt, dass für jede Kurve Ausreißer vorliegen. Deren niedrige Wahrscheinlichkeiten gehen dann in das Ergebnis ein, und verfälschen aufgrund der Tatsache, dass diese aufmultipliziert werden, das Ergebnis stark. Dann reichen bereits wenige Ausreißer (≥ 4), um eine niedrige Gesamtwahrscheinlichkeit für jede simulierte Kurve zu

Tabelle 5: **Goodness of Fit-Abschätzung.** Die Angaben unter „kurz“ beziehen sich auf Ergebnisse der Lichtkurve ohne Daten von Miller (1975), die unter „lang“ hingegen auf Ergebnisse der kompletten Lichtkurve. Die Ergebnisse für MFVF und Advanced MFVF deuten auf fehlerhafte Annahmen hin, siehe dazu Text. Ebenso ist das Ergebnis des Lomb-Scargle-Periodogramms in der kurzen Lichtkurve vermutlich fehlerhaft - ein so gut passender Fit ist nicht realistisch. Die anderen Werte deuten hingegen auf einen guten Fit hin.

	kurz	lang
Strukturfunktion	116/5000 \approx 2.32%	1916/5000 \approx 38.32%
Lomb-Scargle-Periodogramm	5000/5000 \approx 100%	3694/5000 \approx 73.88%
MFVF	0/5000 \approx 0%	0/5000 \approx 0%
Advanced MFVF	0/5000 \approx 0%	0/5000 \approx 0%

errechnen. Der Test der realen Lichtkurve gegen dieses Sample kann dann zu unrealistisch guten Werten führen. Das Goodness of Fit-Verfahren ist auf simulierte und reale Ausreißer anfällig.

Ausreißer in der Lichtkurve selbst ist eine mögliche Erklärung der schlechten Fits der MFVF und Advanced MFVF. In den Abbildungen 16, 21 sind deutliche Abweichungen der Datenpunkte der Lichtkurve von der Häufigkeitsverteilung erkennbar. Wenige Ausreißer können die Wahrscheinlichkeit des Datensatzes stark verfälschen. Zwei Annahmen sind denkbar:

Ein Vergleich der gefundenen Werte für f_{\min} zeigt, dass in den meisten anderen Verfahren größere f_{\min} gefunden wurden (vgl. Tabelle 3, 4). Ein so angepasstes f_{\min} ist möglicherweise hinreichend, um die in Abbildung 21 über der Verteilung liegenden Punkte besser zu erreichen. Dann stellt sich die Frage, warum nicht dieses Wertepaar als besser passendes gefunden wurde. Möglicherweise ist die Annahme roten Rauschens falsch - etwa, da tatsächlich eine Periodizität bei etwa 500 Tagen vorliegt. Ein anderer Grund kann in der ungleichmäßigen Verteilung der Wertepaare liegen. Aufgrund der Funktionsweise von MFVF und Advanced MFVF (Abb. 7) liegen in diesem Verfahren sehr viele Punkte bei kleinen Zeitintervallen. Mit jeder Aufteilung kann sich die Zahl der betrachteten Fragmentlängen verdoppeln. Da zusätzlich noch eine Beschränkung durch die Mindestzahl an Datenpunkten gegeben ist, erhalten wir in unserem Fall zwischen etwa zehn und hundert Tagen die meisten Datenpunkte. Dies ist in den Abbildungen 16 und 21 erkennbar. Damit wird aber bei der Bestimmung der Wahrscheinlichkeit diesen Werten auch ein zu hohes Gewicht zugeordnet. Die zur Bestimmung von f_{\min} entscheidenden Punkte liegen aber bei kleinen Frequenzen. Diesem Bereich wurde durch die relativ geringe Zahl an Datenpunkten aber nur ein kleines Gewicht zuteil. Ausreißer und Messungenauigkeiten verfälschen die tatsächlich am Ende gefundene Wahrscheinlichkeit. Es ist denkbar, dass für zwei Parameterpaare für MFVF und Advanced MFVF diese Verfälschung im für f_{\min}

irrelevanten Bereich dazu geführt hat, dass ein falsches Parameterpaar gefunden wurde. Dieses Problem tritt auf, wenn die der Abbruchfrequenz entsprechende Zeitdauer in der selben Größenordnung liegt wie die Länge der Lichtkurve. Dies ist hier der Fall. Stimmt diese Vermutung, so könnte das Problem durch mehr Daten gelöst werden.

Eine weitere Erklärung des schlechten Fits können Ausreißer sein, auf die das Goodness of Fit-Verfahren anfällig ist. Insbesondere beim Advanced MFVF der langen Lichtkurve (Abb. 21 (d)) scheint dies problematisch zu sein. Betrachten wir beispielhaft die kurze Lichtkurve (Abb. 11). Der Datensatz aus Sillanpää et al. (1999), der bei 50055 - 50567 Tagen liegt, hat einen deutlich höheren Wert, der möglicherweise einen Ausreißer darstellt. Er ist auch mit einem höheren Fehler belastet. Da nahe diesem Wert viele andere Datenpunkte mit kleineren Werten liegen, führt dies zu einer hohen Varianz in diesem Intervall. Abbildung 23 zeigt die MFVF der kurzen Lichtkurve mit (rot) und ohne (schwarz) diese Werte aus Sillanpää et al. (1999). Man sieht, dass sie weitgehend im selben breiten Bereich verlaufen, man erkennt aber auch deutlich Ausreißer der roten Verteilung. Dies sind genau die Punkte, die am Rand oder sogar außerhalb der Häufigkeitsverteilung liegen (Abb. 16). Solche Werte führen zu tendenziell zu niedrig bestimmten Gesamtwahrscheinlichkeiten. Die Position des Ausreißers auf der Zeitachse und die Verteilung der Messwerte bestimmen die Zahl der Fragmente, die er beeinflusst, und die Anzahl der Punkte in der Häufigkeitsverteilung, die er verfälscht.

Dieser Effekt ist bei der Advanced MFVF der langen Lichtkurve durch die Auswahl der Fragmentlängen und weiteren Ausreißern in Miller (1975) weiter verstärkt, und führt zu vielen Abweichungen von der Häufigkeitsverteilung. Auch für die lange Lichtkurve bedeutet das eine niedrige Gesamtwahrscheinlichkeit und erklärt zumindest teilweise das schlechte Ergebnis des Goodness of Fit-Tests. Bei der Simulation der Lichtkurven wurde zwar instrumentelles Rauschen simuliert, jedoch keine Ausreißer (die nicht mehr innerhalb weniger Standardabweichungen des wahren Wertes liegen).

Das heißt auch, dass die von der MFVF und der Advanced MFVF gefundenen Parameter β und f_{\min} (Tabellen 3, 4) nicht schon deshalb unbrauchbar sind, weil diese Methoden angewandt auf unsere Lichtkurven den Goodness of Fit nicht bestanden haben. Die Parameter sind konsistent mit denen, die aus der Strukturfunktion und dem Lomb-Scargle-Periodogramm gefunden wurden. Die kleinen Fehler in β - bestimmt durch die MFVF und die Advanced MFVF - widersprechen dem nicht. Es sind Abschätzungen des Fehlers der Methode, Ausreißer aus dem Datensample sind in diesem Wert nicht enthalten.

Die Strukturfunktion hat stets den Goodness-Of-Fit bestanden. Die Werte aller Verfahren sind konsistent miteinander. Wie ist dieses Ergebnis nun zu beurteilen - ist die gemachte Annahme nun bestätigt oder widerlegt? Vermutlich ist das angenommene Modell reinen roten Rauschens mit den angesetzten Messfehlern falsch. Möglicherweise waren die Fehler falsch simuliert: Wir haben dafür stets eine Gaussverteilung um die Werte angesetzt. Da-

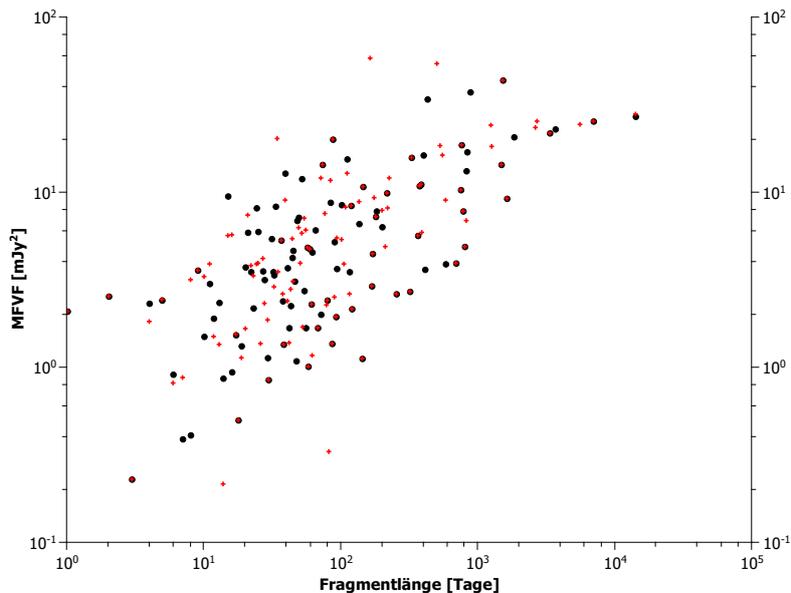


Abbildung 23: **Vergleich der Verfälschung des MFVF durch Ausreißer.** Die roten Kreuze zeigen die MFVF der kurzen Lichtkurve, wie in Abbildung 15. Die schwarzen Punkte zeigen die Verteilung ohne die Daten aus Silanpää et al. (1999), die einen möglichen Ausreißer enthält. Da einige rote Punkte abseits der Verteilung der schwarzen liegen, führen solche Ausreißer zu starken Abweichungen in der MFVF. Analoges gilt für die Advanced MFVF.

mit sind aber keine systematischen oder miteinander korrelierten Fehler simuliert worden, die möglicherweise in der realen Lichtkurve vorhanden sind. Weiterhin haben wir keine Ausreißer simuliert, die in der realen Lichtkurve vorhanden sind. Zudem haben wir Hinweise auf eine Periodizität bei etwa 460...540 Tagen gefunden. Vollständig auszuschließen ist das Modell jedoch auch nicht, denn bei einer völlig falschen Annahme würden wir erwarten, dass kein Verfahren die Goodness-Of-Fit-Abschätzung besteht, und dass die gefundenen Wertepaare der Verfahren sich widersprechen. Dies ist aber nicht der Fall, so dass wir annehmen, dass die Grundannahme lediglich erwertert werden sollte: Beispielsweise, dass die Lichtkurve durch rotes Rauschen mit überlagerter Periodizität beschrieben werden kann, dabei aber Ausreißer berücksichtigt werden müssen.

5 Zusammenfassung

Daten aus 27 Publikationen sind die Grundlage einer Langzeitlichtkurve des Blazars Makarian 421. Sie überdeckt mehr als 110 Jahre. Um die Originalwerte miteinander zu vergleichen zu können, sind alle Messpunkte als Flüsse im B-Band (445 nm) angegeben. Falls erforderlich wurden Helligkeiten und Intensitäten entsprechend umgerechnet. Es sind beobachtete Flüsse, die interstellare Extinktion ist nicht korrigiert. Die Strahlung der Heimatgalaxie und einer nahen Nachbargalaxie wurde korrigiert. Eine Teilmenge ohne die vergleichsweise schlechten Daten aus Miller (1975) liefert eine mit 36 Jahren deutlich kürze Lichtkurve, aber mit besserem und homogenerem Beobachtungsmaterial. Vier Analyseverfahren - die Strukturfunktion, das Lomb-Scargle-Periodogramm, die Multiple Fragment Variance Function und die Advanced Multiple Fragment Variance Function - testeten beide Lichtkurven auf Periodizitäten und untersuchten sie auf Rotes Rauschen.

Die Verfahren liefern ein konsistentes Ergebnis. Beschreiben wir die Lichtkurven durch rotes Rauschen, so erhalten wir sowohl für die lange als auch die kurze Lichtkurve von Makarian 421 für den Exponent des Abfalls $\beta \approx 1.5$ und für die Abbruchfrequenz $\log(f_{\min}/\text{Tage}^{-1}) \approx -3.5$. Tabelle 6 zeigt alle Teilergebnisse im Überblick.

Der Goodness-of-Fit lässt vermuten, dass unser Modell von rotem Rauschen mit Abbruchfrequenz möglicherweise nicht ganz korrekt ist: Zwei der Verfahren haben den Test nicht bestanden. Dies kann an den zu niedrig angesetzten Messfehlern bei der Simulation liegen, sowie an der Tatsache, dass keine Ausreißer simuliert wurden, in der Lichtkurve aber vermutlich vorhanden sind. Der Goodness-of-Fit Test ist sehr anfällig auf Ausreißer, und erklärt das Nichtbestehen für MFVF und Advanced MFVF. Auch Abwandlungen des Modells sind denkbar: Beispielsweise, dass dem roten Rauschen eine Periodizität überlagert ist.

In der Strukturfunktion beider Lichtkurven tritt bei 460...540 Tagen ein breites Minimum auf. Ein weiteres schmales Minimum liegt bei ca. 940 Tagen, ein Maximum bei ca. 230 Tagen. Diese Extrema liegen am Rande der Häufigkeitsverteilung. Solche Feature der Strukturfunktion weisen auf eine mögliche Periodizität von etwa 500 Tagen hin. Das Lomb-Scargle-Periodogramm zeigt hier ein Maximum am Rand der Häufigkeitsverteilung, was die Vermutung auf eine Periodizität stützt. Eine grobe Abschätzung zeigt, dass weniger als 0.3% (Strukturfunktion) bzw. 0.1% (Lomb-Scargle-Periodogramm) der simulierten Lichtkurven roten Rauschens diese Punkte erreichen.

Der Abbruchfrequenz f_{\min} entspricht eine Zeit $\tau \approx 6310$ Tage ≈ 17.3 Jahre. In größeren Zeiträumen liegt weißes Rauschen vor. Aus Kausalitätsgründen kann die emittierende Region nicht größer sein als $r_{\max} = c \cdot \tau \approx 5.3$ pc. Diese Ergebnisse sind nur als grobe

Tabelle 6: **Ergebnisse für β und f_{\min} durch Vergleich der Lichtkurve mit rotem Rauschen.** Die Ergebnisse deuten auf eine Steigung von $\beta \approx 1.5$ und eine Abbruchfrequenz von $f_{\min} \approx 10^{-3.5} \text{ Tage}^{-1}$ hin. Zu den nicht angegebenen Fehlern und den problematischen Werten für f_{\min} der MFVF und Advanced MFVF, siehe Text.

Methode	kurz		lang	
	β	f_{\min}	β	f_{\min}
Strukturfunktion	$1.4^{+0.2}_{-0.1}$	$-3.6^{+0.4}_{-0.3}$	$1.4^{+0.2}_{-0.1}$	$-4.0^{+0.5}_{-0.3}$
Lomb-Scargle-Periodogramm	$1.6^{+1.0}_{-0.3}$	$-3.0^{+0.4}_{-0.4}$	$1.2^{+0.2}_{-0.4}$	$-3.6^{+0.6}_{-0.5}$
MFVF	$1.4^{+0.2}_{-0.1}$	$-4.4^{+0.9}$	$1.6^{+0.1}_{-0.1}$	$-3.8^{+0.3}_{-0.3}$
Advanced MFVF	$1.4^{+0.2}_{-0.1}$	$-4.4^{+0.9}$	$1.6^{+0.1}_{-0.1}$	$-3.8^{+0.3}_{-0.3}$

Abschätzung zu verstehen, und hier ohne Fehlerangabe. Aus jedem Teilergebnis (jeder gefundenen Abbruchfrequenz) kann ein Wert für die emittierende Region gefunden werden. Da die Fehler jedoch miteinander korreliert sind, können sie nicht ohne weiteres mittels Fehlerfortpflanzung zu einem Mittelwert zusammengefasst werden.

In dieser Arbeit wurden die Ausreißer der Lichtkurve nicht weiter behandelt. Es ist bei der geringen Abtastrate, gerade bei lang zurückliegenden Zeiten, sehr schwierig abzuschätzen, ob tatsächlich ein Ausreißer vorliegt, oder ob sich die Quelle gerade in einer Phase erhöhter Aktivität befindet. Für weitere Analysen dieser Art ist daher eine langfristige, regelmäßige Beobachtung dieser und weiterer Quellen wünschenswert. Da Ausreißer aber nie zu verhindern sind, muss auch das Verfahren angepasst werden, indem auch Ausreißer simuliert werden, oder einzelne, zu stark abweichende Werte in den Ergebnissen der Verfahren nicht für die weitere Berechnung verwendet werden. Deutlich wurde, wie stark der Einfluss der unregelmäßigen Verteilung der Datenpunkte ist. Diese Effekte sind umso größer, je unregelmäßiger die Lücken zwischen den Datenpunkten sind. Auch dies ist ein Grund, AGNs trotz aller Schwierigkeiten regelmäßig zu beobachten.

Die hier beschriebenen Verfahren können auch in anderen Wellenlängenbereichen durchgeführt werden, um herauszufinden, ob die Parameter (β, f_{\min}) dort variieren, und ob die mögliche Periodizität wiedergefunden wird. Hinreichend gute Daten sind in anderen Wellenlängenbereichen leider nicht immer vorhanden. Ebenso kann diese Analyse auch für andere Objekte durchgeführt werden, wie bereits in Kastendieck et al. (2011) geschehen. So eröffnen sich Möglichkeiten, einen Zusammenhang der Parameter des Rauschens der Lichtkurve mit Eigenschaften des AGN (Masse, Alter der Quelle,...) zu verknüpfen. Um unsere Vermutung auf eine überlagerte Periodizität zu prüfen, sollte dem Modell des roten Rauschens noch eine Periodizität überlagert werden.

6 Danksagung

Ein großer Dank geht an Prof. Dieter Horns und seine Arbeitsgruppe. Die freundliche Aufnahme in die Gruppe und das regelmäßige, hilfreiche Feedback waren sehr wertvoll. Ein besonderer Dank gilt Max Kastendieck, der meine Bachelorarbeit betreut hat, von dem ein wesentlicher Teil des hier verwendeten Programmcodes stammt, und der auf meine Fragen sehr geduldig geantwortet hat.

Ich bedanke mich bei den zahlreichen Autoren, deren Daten für die Lichtkurve verwendet wurde, insbesondere bei Claudia Raiteri, Deidre Horan und Kari Nilsson, die mir auf Anfragen zu ihren Daten sehr freundlich und entgegenkommend geholfen haben.

Schließlich möchte ich mich bei meinen Eltern für das Durchsehen der Arbeit und die Vorschläge danken.

Partly based on data taken and assembled by the GASP-WEBT collaboration and stored in the WEBT archive at the Osservatorio Astronomico di Torino - INAF.

(<http://www.oato.inaf.it/blazars/webt/>)

Für diese Arbeit wurde NASAs *Astrophysics Data System* (<http://adswww.harvard.edu/>) benutzt.

Literatur

- A. A. Abdo, M. Ackermann, I. Agudo, M. Ajello, H. D. Aller, M. F. Aller, E. Angelakis, A. A. Arkharov, M. Axelsson, U. Bach, und et al. The Spectral Energy Distribution of Fermi Bright Blazars. *The Astrophysical Journal*, 716:30–70, June 2010. doi: 10.1088/0004-637X/716/1/30.
- J. Albert, E. Aliu, H. Anderhub, P. Antoranz, A. Armada, M. Asensio, C. Baixeras, J. A. Barrio, H. Bartko, D. Bastieri, J. Becker, W. Bednarek, K. Berger, C. Bigongiari, A. Biland, R. K. Bock, P. Bordas, V. Bosch-Ramon, T. Bretz, I. Britvitch, M. Camara, E. Carmona, A. Chilingarian, S. Ciprini, J. A. Coarasa, S. Commichau, J. L. Contreras, J. Cortina, V. Curtef, V. Danielyan, F. Dazzi, A. De Angelis, R. de los Reyes, B. De Lotto, E. Domingo-Santamaría, D. Dorner, M. Doro, M. Errando, M. Fagiolini, D. Ferenc, E. Fernández, R. Firpo, J. Flix, M. V. Fonseca, L. Font, M. Fuchs, N. Galante, M. Garczarczyk, M. Gaug, M. Giller, F. Goebel, D. Hakobyan, M. Haya-shida, T. Hengstebeck, D. Höhne, J. Hose, C. C. Hsu, P. Jaco, T. Jogler, O. Kalekin, R. Kosyra, D. Kranich, R. Kritzer, M. Laatiaoui, A. Laille, P. Liebing, E. Lindfors, S. Lombardi, F. Longo, J. López, M. López, E. Lorenz, P. Majumdar, G. Maneva, K. Mannheim, O. Mansutti, M. Mariotti, M. Martínez, D. Mazin, C. Merck, M. Meucci, M. Meyer, J. M. Miranda, R. Mirzoyan, S. Mizobuchi, A. Moralejo, K. Nilsson, J. Ninkovic, E. Oña-Wilhelmi, R. Orduña, N. Otte, I. Oya, D. Paneque, R. Paoletti, J. M. Paredes, M. Pasanen, D. Pascoli, F. Pauss, R. Pegna, M. Persic, L. Peruzzo, A. Piccioli, M. Poller, E. Prandini, A. Raymers, W. Rhode, M. Ribó, J. Rico, M. Rissi, A. Robert, S. Rügamer, A. Saggion, A. Sánchez, P. Sartori, V. Scalzotto, V. Scapin, R. Schmitt, T. Schweizer, M. Shayduk, K. Shinozaki, S. N. Shore, N. Sidro, A. Sil-lanpää, D. Sobczynska, A. Stamerra, L. S. Stark, L. Takalo, P. Temnikov, D. Tesaro, M. Teshima, N. Tonello, A. Torres, D. F. Torres, N. Turini, H. Vankov, V. Vitale, R. M. Wagner, T. Wibig, W. Wittek, R. Zanin, und J. Zapatero. Observations of Markarian 421 with the MAGIC Telescope. *Astrophysical Journal*, 663:125–138, July 2007. doi: 10.1086/518221.
- M. C. Begelman, R. D. Blandford, und M. J. Rees. Massive black hole binaries in active galactic nuclei. *Nature*, 287:307–309, September 1980. doi: 10.1038/287307a0.
- M. S. Bessell. UBVRI photometry. II - The Cousins VRI system, its temperature and absolute flux calibration, and relevance for two-dimensional photometry. *Astronomical Society of the Pacific, Publications*, 91:589–607, October 1979. doi: 10.1086/130542.
- M. Błażejowski, G. Blaylock, I. H. Bond, S. M. Bradbury, J. H. Buckley, D. A. Carter-Lewis, O. Celik, P. Cogan, W. Cui, M. Daniel, C. Duke, A. Falcone, D. J. Fegan,

- S. J. Fegan, J. P. Finley, L. Fortson, S. Gammell, K. Gibbs, G. G. Gillanders, J. Grube, K. Gutierrez, J. Hall, D. Hanna, J. Holder, D. Horan, B. Humensky, G. Kenny, M. Kertzman, D. Kieda, J. Kildea, J. Knapp, K. Kosack, H. Krawczynski, F. Krennrich, M. Lang, S. LeBohec, E. Linton, J. Lloyd-Evans, G. Maier, D. Mendoza, A. Milovanovic, P. Moriarty, T. N. Nagai, R. A. Ong, B. Power-Mooney, J. Quinn, M. Quinn, K. Ragan, P. T. Reynolds, P. Rebillot, H. J. Rose, M. Schroedter, G. H. Sembroski, S. P. Swordy, A. Syson, L. Valcarel, V. V. Vassiliev, S. P. Wakely, G. Walker, T. C. Weekes, R. White, J. Zweerink, B. Mochejska, B. Smith, M. Aller, H. Aller, H. Teräsranta, P. Boltwood, A. Sadun, K. Stanek, E. Adams, J. Foster, J. Hartman, K. Lai, M. Böttcher, A. Reimer, und I. Jung. A Multiwavelength View of the TeV Blazar Markarian 421: Correlated Variability, Flaring, and Spectral Evolution. *Astrophysical Journal*, 630:130–141, September 2005. doi: 10.1086/431925.
- I. Cruz-Gonzalez und J. P. Huchra. Continuum distributions of an X-ray observed sample of BL Lac objects. *Astronomical Journal*, 89:441–465, April 1984. doi: 10.1086/113535.
- I. Donnarumma, V. Vittorini, S. Vercellone, E. del Monte, M. Feroci, F. D’Ammando, L. Pacciani, A. W. Chen, M. Tavani, A. Bulgarelli, und et al. The June 2008 Flare of Markarian 421 from Optical to TeV Energies. *Astrophysical Journal Letters*, 691:L13–L19, January 2009. doi: 10.1088/0004-637X/691/1/L13.
- G. Fossati, J. H. Buckley, I. H. Bond, S. M. Bradbury, D. A. Carter-Lewis, Y. C. K. Chow, W. Cui, A. D. Falcone, J. P. Finley, J. A. Gaidos, J. Grube, J. Holder, D. Horan, D. Horns, M. M. Jordan, D. B. Kieda, J. Kildea, H. Krawczynski, F. Krennrich, M. J. Lang, S. LeBohec, K. Lee, P. Moriarty, R. A. Ong, D. Petry, J. Quinn, G. H. Sembroski, S. P. Wakely, und T. C. Weekes. Multiwavelength Observations of Markarian 421 in 2001 March: An Unprecedented View on the X-Ray/TeV Correlated Variability. *Astrophysical Journal*, 677:906–925, April 2008. doi: 10.1086/527311.
- V. A. Gagen-Torn, S. G. Marchenko, R. I. Smekhacheva, und V. A. Yakovleva. B2 1101+38 (Markaryan 421). Polarization and photometric behavior in the optical during 1974–1982. *Astrophysics*, 19:111–119, April 1983. doi: 10.1007/BF01005610.
- V. A. Hagen-Thorn, N. N. Drozdova, und Y. A. Yakovleva. B,V photometry of Markarian 421 (B2 1101+38) from 1982 to 1991. *Astrophysics*, 37:150–160, April 1994. doi: 10.1007/BF02275217.
- V. A. Hagen-Thorn, N. N. Drozdova, und Y. A. Yakovleva. B,V photometry of Markarian 421 (B2 1101+38) from 1982 to 1991. *Astrophysics*, 37(2):150–160, 1994.
- P. Hickson, G. G. Fahlman, J.R. Auman, G. A. H. Walker, T. K. Menon, und Z. Ninkov. CCD Photometry of Markarian 421 and 501. *The Astrophysical Journal*, 258, 1982.

- M. A. Kastendieck, M. C. B. Ashley, und D. Horns. Long-term optical variability of PKS 2155-304. *Astronomy & Astrophysics*, 531:A123+, July 2011. doi: 10.1051/0004-6361/201015918.
- Max Anton Kastendieck. Untersuchung der Variabilität der Langzeitlichtkurve von PKS 2155-304. Diplomarbeit, Universität Hamburg, 2009.
- S. B. Lambert und A.-M. Gontier. On radio source selection to define a stable celestial frame. *Astronomy and Astrophysics*, 493:317–323, January 2009. doi: 10.1051/0004-6361:200810582.
- K. Lee, V. Acciari, J. Buckley, L. Ciupik, L. Fortson, J. Grube, D. Horan, J. Kildea, H. Krawczynski, M. Lang, P. Moriarty, A. Smith, D. Steele, J. Toner, T. Weekes, H. Aller, M. Aller, J. Bloom, M. Carini, Y. Kovalev, O. Kurtanidze, A. Lähteenmäki, T. Montaruli, A. Sadun, A. Sillanpää, und G. Tosti. Optical, Gamma-Ray and X-Ray Monitoring of Markarian 421 in the 2005-2006 Season. In T. A. Rector & D. S. De Young, editor, *Extragalactic Jets: Theory and Observation from Radio to Gamma Ray*, volume 386 of *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, pages 507–+, June 2008.
- N. R. Lomb. Least-squares frequency analysis of unequally spaced data. *Astrophysics and Space Science*, 39:447–462, February 1976. doi: 10.1007/BF00648343.
- F. Makino, Y. Tanaka, M. Matsuoka, K. Koyama, H. Inoue, K. Makishima, R. Hoshi, S. Hayakawa, Y. Kondo, C. M. Urry, S. L. Mufson, K. R. Hackney, R. L. Hackney, S. Kikuchi, Y. Mikami, W. Z. Wisniewski, N. Hiromoto, M. Nishida, J. Burnell, P. Brand, P. M. Williams, M. G. Smith, F. Takahara, M. Inoue, M. Tsuboi, H. Tabara, T. Kato, M. F. Aller, und H. D. Aller. Simultaneous multifrequency observations of the BL Lacertae object Markarian 421. *Astrophysical Journal*, 313:662–673, February 1987. doi: 10.1086/165005.
- B. E. Markarian und V. A. Lipovetskij. Galaxies with ultraviolet continuum. V. *Astrofizika*, 8:89–99, 1972.
- H. R. Miller. B2 1101+38: a BL Lacertae object. *Astrophysical Journal*, 201:L109–L111, November 1975. doi: 10.1086/181953.
- H. R. Miller, R. M. Williamon, und B. Q. McGimsey. A recent photometric investigation of the BL Lacertae object, B2 1101+38. *Astrophysical Journal*, 217:382–384, October 1977. doi: 10.1086/155587.
- S. Mineshige und H. Negoro. Accretion Disks in the Context of Self-Organized Criticality: How to Produce 1/f Fluctuations? In J. Poutanen & R. Svensson, editor, *High Energy*

- Processes in Accreting Black Holes*, volume 161 of *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, pages 113–+, 1999.
- S. L. Mufson, K. Wood, D. P. McNutt, D. J. Yentis, J. F. Meekins, E. T. Byram, T. A. Chubb, H. Friedman, and W. Z. Wisniewski. The continuous spectrum of Markarian 421 during periods of X-ray satellite observations. *Astrophysical Journal*, 241:74–80, October 1980. doi: 10.1086/158319.
- K. Nilsson, M. Pasanen, L.O. Takalo, E. Lindfors, A. Berdyugin, S. Ciprini, and J.Pfarr. Host Galaxy subtraction of TeV candidate BL Lacertae objects. *Astronomy and Astrophysics*, 2007.
- S. L. O’Dell, J. J. Puschell, W. A. Stein, and J. W. Warner. The changes in spectral-flux distribution during variability of extragalactic nonthermal sources, 0.36 to 3.5 microns. *Astrophysical Journal Supplement Series*, 38:267–286, November 1978. doi: 10.1086/190557.
- W. H. Press. Flicker Noises in Astronomy and Elsewhere. *Comments on Astrophysics*, 7: 103–119, 1978.
- W. H. Press und G. B. Rybicki. Fast algorithm for spectral analysis of unevenly sampled data. *Astrophysical Journal*, 338:277–280, March 1989. doi: 10.1086/167197.
- J. J. Puschell und W. A. Stein. Observations of strongly polarized extragalactic sources. *Astrophysical Journal*, 237:331–341, April 1980. doi: 10.1086/157873.
- F. M. Rieger. On the Geometrical Origin of Periodicity in Blazar-type Sources. *The Astrophysical Journal*, 615:L5–L8, November 2004. doi: 10.1086/426018.
- J. D. Scargle. Studies in astronomical time series analysis. II - Statistical aspects of spectral analysis of unevenly spaced data. *Astrophysical Journal*, 263:835–853, December 1982. doi: 10.1086/160554.
- Peter Schneider. *Einführung in die Extragalaktische Astronomie und Kosmologie*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2006. URL <http://ebooks.ub.uni-muenchen.de/8183/>.
- A. Sillanpaa, S. Haarala, und T. Korhonen. Optical monitoring of quasars and BL Lac objects. *Astronomy and Astrophysics Supplement Series*, 72:347–354, February 1988.
- A. Sillanpaa, S. Mikkola, und L. Valtaoja. Optical monitoring of quasars and BL Lacertae objects. II. *Astronomy and Astrophysics Supplement Series*, 88:225–231, May 1991.
- A. Sillanpää, L. O. Takalo, und H. Teräsranta. Multifrequency behaviour of the TeV blazars Mk 421 and Mk 501. *Mem. Soc. Astron. Ital.*, 70:1265–1268, 1999.

- J. H. Simonetti, J. M. Cordes, und D. S. Heeschen. Flicker of extragalactic radio sources at two frequencies. *Astrophysical Journal*, 296:46–59, September 1985. doi: 10.1086/163418.
- M. L. Sitko und A. K. Sitko. 0.35-3.5 micron photometry of blazars. *Astronomical Society of the Pacific, Publications*, 103:160–176, February 1991. doi: 10.1086/132804.
- M. L. Sitko, W. A. Stein, Y.-X. Zhang, und W. Z. Wisniewski. 0.35-3.5 micron photometry of polarized QSOs. *Astronomical Society of the Pacific, Publications*, 95:724–731, October 1983. doi: 10.1086/131244.
- L. O. Takalo. Simultaneous UBVRI photopolarimetric observations of blazars. *Astronomy and Astrophysics Supplement Series*, 90:161–174, October 1991.
- L. O. Takalo, A. Sillanpaa, K. Nilsson, M. Kidger, J. A. de Diego, und V. Piirola. Simultaneous UBVRI photopolarimetric observations of blazars. II. *Astronomy and Astrophysics Supplement Series*, 94:37–42, July 1992.
- J. Timmer und M. Koenig. On generating power law noise. *Astronomy and Astrophysics*, 300:707–+, August 1995.
- M.-H. Ulrich. The Optical Spectrum of the Radio Source B2 1101+38. *Astrophysical Letters*, 14:89–+, 1973.
- M.-H. Ulrich, T. D. Kinman, C. R. Lynds, G. H. Rieke, und R. D. Ekers. Nonthermal continuum radiation in three elliptical galaxies. *Astrophysical Journal*, 198:261–266, June 1975. doi: 10.1086/153603.
- C. M. Urry und P. Padovani. Unified Schemes for Radio-Loud Active Galactic Nuclei. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 107:803–+, September 1995. doi: 10.1086/133630.
- P. Véron und M. P. Véron. Photographic photometry of five BL Lacertae-type objects. *Astronomy and Astrophysics*, 39:281–288, March 1975.
- P. Véron und M. P. Véron. UBV sequences in the fields of Mark 421 and Mark 501. *Astronomy and Astrophysics Supplement Series*, 25:287–290, July 1976.
- M. Villata, C. M. Raiteri, L. Lanteri, G. Sobrito, und M. Cavallone. BVR photometry of comparison stars in selected blazar fields. I. Photometric sequences for 10 BL Lacertae objects. *Astronomy and Astrophysics Supplement*, 130:305–310, June 1998. doi: 10.1051/aas:1998415.

G.-Z. Xie, K.-H. Li, M.-X. Bao, P.-J. Hau, Y. Zhou, X.-D. Liu, und L.-W. Deng. The optical variability of seven BL Lacertae objects. *Astronomy and Astrophysics Supplement Series*, 67:17–24, January 1987.

F. Zwicky, E. Herzog, und P. Wild. *Catalogue of galaxies and of clusters of galaxies, Vol. 3*. 1966.

Erklärung

Hiermit bestätige ich, dass die vorliegende Arbeit von mir selbständig verfasst wurde und ich keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel – insbesondere keine im Quellenverzeichnis nicht benannten Internet-Quellen – benutzt habe und die Arbeit von mir vorher nicht einem anderen Prüfungsverfahren eingereicht wurde. Die eingereichte schriftliche Fassung entspricht der auf dem elektronischen Speichermedium. Ich bin damit einverstanden, dass die Bachelorarbeit veröffentlicht wird.

Hamburg, den

Johannes Martin