

Experimentalphysik I/II für Studierende der Biochemie/Molekularbiologie, Biologie und Zahnmedizin

U. Holm

Stand: Herbst 2005

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Was ist, was will die Physik?	1
1.2	Grundbegriffe des Messens und der quantitativen Beschreibung	2
1.2.1	Physikalische Größe	2
1.2.2	Basisgrößen und Basiseinheiten	2
1.2.3	Winkelmessung	6
1.2.4	Messunsicherheiten und Messfehler	7
2	Mechanik	8
2.1	Bewegungen	8
2.2	Kräfte	10
2.2.1	Newtonsche Axiome	10
2.2.2	Gravitation (Massenanziehung)	11
2.2.3	Federkraft	12
2.2.4	Reibungskräfte	12
2.3	Drehmoment	12
2.4	Arbeit, Energie	14
2.5	Impuls	15
2.6	Analogie Translation-Rotation	16

2.7	Deformierbare feste Körper	17
2.8	Ruhende Flüssigkeiten und Gase	18
2.9	Ruhende Gase	19
2.10	Bewegte Flüssigkeiten und Gase	20
2.11	Viskosität von Flüssigkeiten und Gasen (Zähigkeit, innere Reibung)	21
2.12	Grenzflächeneffekte	23
3	Wärmelehre	24
3.1	Temperatur, thermische Eigenschaften der Materie	24
3.2	Gasgesetze	25
3.3	Kinetische Gastheorie	26
3.4	Wärmemenge	27
3.5	Hauptsätze der Wärmelehre	28
3.5.1	1. Hauptsatz der Wärmelehre	28
3.5.2	2. Hauptsatz der Wärmelehre	29
3.6	Aggregatzustände	30
3.7	Dampfdruck	30
3.8	Transportphänomene	31
3.8.1	Wärmeübertragung	31
3.8.2	Diffusion	31
3.8.3	Osmose	31
4	Mechanische Schwingungen und Wellen	32
4.1	Schwingungen	32
4.2	Wellen	33
4.2.1	Schallwellen	34
5	Elektrizität und Magnetismus	36
5.1	Elektrostatik	36
5.1.1	Elektrische Ladung	36
5.1.2	Elektrische Feldstärke	37
5.1.3	Influenz	37
5.1.4	Polarisation	37
5.1.5	Elektrisches Potential	38
5.1.6	Kapazität	39
5.2	Elektrodynamik	40
5.2.1	Der elektrische Strom	40

5.2.2	Leitungsmechanismen für elektrischen Strom	43
5.2.3	Spannungsquellen (Stromquellen)	46
5.3	Das Magnetfeld	47
5.4	Die elektromagnetische Induktion	49
5.5	Ein- und Abschaltvorgänge an Kondensator und Spule	50
5.5.1	Kondensator	50
5.5.2	Spule (Selbstinduktion)	50
5.6	Der Wechselstrom	51
5.7	Elektromagnetische Wellen	53
5.8	Magnetische Eigenschaften der Materie	54
6	Optik	54
6.1	Geometrische Optik	55
6.1.1	Schattenbildung	55
6.1.2	Reflexion	55
6.1.3	Brechung	55
6.1.4	Totalreflexion	56
6.1.5	Abbildung durch Reflexion	56
6.1.6	Abbildung durch Brechung	57
6.1.7	Optische Instrumente	58
6.2	Wellenoptik	60
7	Atom- und Kernphysik	62
7.1	Aufbau der Atome	62
7.2	Radioaktivität	63
7.3	Röntgenstrahlung	65
7.4	Wechselwirkungen von Teilchen- und γ -Strahlung mit Materie	66
7.5	Nachweis von Teilchen- und γ -Strahlung	67
7.6	Dosimetrie	68
7.7	Strahlenschutz	69
8	Anhang	70
8.1	Bücher	70
9	Sachregister	71

1 Einleitung

1.1 Was ist, was will die Physik?

Mit der **Physik** beschreibt man die allgemeinen Eigenschaften der Materie und die gegenseitigen Wechselwirkungen ihrer Bestandteile.

Dabei ist man der **Überzeugung**, dass das Geschehen und die zeitlichen Abläufe nicht zufällig sind, sondern allgemeinen Gesetzmäßigkeiten gehorchen.

Die Physik ist eine **Erfahrungswissenschaft**, ihre Erkenntnisse beruhen auf Erfahrungen (zufällige oder Experimente).

Die Beschreibung des physikalischen Geschehens erfolgt mit **physikalischen Begriffen**, die möglichst geeignet definiert werden sollten (z.B. "Länge").

Physik ist eine **exakte Naturwissenschaft**, d.h. die Beobachtungen werden quantitativ erfasst (Messung): Man bestimmt **physikalische Größen**, die gegeben sind als Produkt von Maßzahl und Einheit (z.B. " $3 \cdot \text{m}$ ").

Das Ziel eines Experiments ist es, einen funktionellen Zusammenhang zwischen den beteiligten Größen zu finden. Beim "freien Fall" z.B. erhält man die Abhängigkeit der Falldauer von der Fallhöhe durch folgende empirische Formel (**physikalisches Gesetz**):

$$s = \frac{1}{2}gt^2 \quad \text{oder} \quad t = \sqrt{\frac{2s}{g}}.$$

Das Ziel der Physik ist das Auffinden von **unbeschränkt gültigen Naturgesetzen**, durch die nicht nur Beobachtungen zusammengefasst werden, sondern auch das physikalische Geschehen **quantitativ vorhergesagt** werden kann.

1.2 Grundbegriffe des Messens und der quantitativen Beschreibung

1.2.1 Physikalische Größe

Die **physikalische Größe** G ist ein quantitativ erfassbarer, d.h. messbarer Begriff. Für die Messung braucht man als Definition eine **Maßeinheit** $[G]$ und eine **Messvorschrift**. Größe G messen bedeutet: Wie oft ist Maßeinheit $[G]$ in G enthalten? Wird dieser Zahlenwert mit $\{G\}$ bezeichnet, so gilt

$$G = \{G\} \cdot [G].$$

Wird andere Maßeinheit $[G']$ verwendet, so ändert sich auch Zahlenwert $\{G'\}$, nicht aber die physikalische Größe

$$G = \{G\}[G] = \{G'\}[G']$$

Physikalisches Gesetz ist eine mathematische Gleichung zwischen physikalischen Größen (d.h. Maßeinheiten sind Teil der Gleichung).

International hat man sich auf das **Einheitensystem SI** (Système International d'Unités) festgelegt. Es enthält sieben **Basisgrößen** (bzw. -einheiten): Länge, Masse, Zeit, elektr. Stromstärke, thermodyn. Temperatur, Lichtstärke, Stoffmenge. Dazu gibt es eine Vielzahl von **abgeleiteten Größen** (Produkte bzw. Quotienten von Basisgrößen), z.B.

$$\text{Geschwindigkeit} = \frac{\text{Länge(ndifferenz)}}{\text{Zeit(differenz)}}$$

1.2.2 Basisgrößen und Basiseinheiten

Forderungen an Maßeinheit: Unveränderlichkeit, Reproduzierbarkeit, Genauigkeit. Ansprüche sind im Laufe der Zeit höher geworden.

1. **LÄNGE** ℓ : Ursprüngliche Einheit das "Urmeter". Jetzt: Lichtgeschwindigkeit wird festgelegt auf $c = 299.792.458 \text{ m/s}$. Mit Definition der Sekunde gilt dann:

"Das **Meter** ist die Länge der Strecke, die Licht im Vakuum während des Intervalls von $(1/299.792.458) \text{ s}$ durchläuft."

Messtechnisch ist das Meter also von der Zeitmessung abhängig.

Messvorschrift: Länge s einer Strecke ergibt sich aus Maßzahl, die angibt, wie oft Einheit der Strecke anzulegen ist, bis Gleichheit besteht, und der Einheit m .

Messgeräte: Strichmaßstab, Schublehre, Mikrometerschraube.

GRÖSSENORDNUNGEN

Strecke, Größe	m	Masse	kg	Zeitintervall	s
Protonenradius	10 ⁻¹⁵	Elektron	10 ⁻³⁰	Licht durchquert	
Atomradius	10 ⁻¹⁰	Proton	10 ⁻²⁷	einen Atomkern	10 ⁻²³
Virus	10 ⁻⁷	Aminosäure	10 ⁻²⁵	Schwingungsperiode von	
Riesenamöbe	10 ⁻⁴	Hämoglobin	10 ⁻²²	sichtbarem Licht	10 ⁻¹⁵
Walnuss	10 ⁻²	Grippevirus	10 ⁻¹⁹	Schwingungsperiode von	
Mensch	10 ⁰	Riesenamöbe	10 ⁻⁸	Mikrowellen	10 ⁻¹⁰
Höhe der größten		Regentropfen	10 ⁻⁶	Halbwertszeit	
Berge der Erde	10 ⁴	Ameise	10 ⁻²	eines Myons	10 ⁻⁶
Erde	10 ⁷	Mensch	10 ²	Schwingungsperiode der	
Sonne	10 ⁹	Pyramide	10 ¹⁰	höchsten hörbaren	
Abstand zwischen		Erde	10 ²⁴	Töne	10 ⁻⁴
Erde und Sonne	10 ¹¹	Sonne	10 ³⁰	Zeit zwischen zwei Herz-	
Sonnensystem	10 ¹³	Milchstraße	10 ⁴¹	schlägen beim Menschen	10 ⁰
Abstand zum		Universum	10 ⁵²	Halbwertszeit eines	
nächsten Fixstern	10 ¹⁶			freien Neutrons	10 ³
Milchstraße	10 ²¹			Dauer einer Erd-	
Sichtbares Universum	10 ²⁶			umdrehung (Tag)	10 ⁵
				Dauer einer Drehung der	
				Erde um die Sonne (Jahr)	10 ⁷
				Lebensdauer eines Menschen	10 ⁹
				Halbwertszeit von	
				Plutonium-239	10 ¹²
				Lebensdauer einer	
				Gebirgskette	10 ¹⁵
				Alter der Erde	10 ¹⁷
				Alter des Universums	10 ¹⁸

Zehnerpotenz	Vorsilbe	Abkürzung
10 ¹⁸	Exa	E
10 ¹⁵	Peta	P
10 ¹²	Tera	T
10 ⁹	Giga	G
10 ⁶	Mega	M
10 ³	Kilo	k
10 ²	Hekto	h
10 ¹	Deka	da
10 ⁻¹	Dezi	d
10 ⁻²	Zenti	c
10 ⁻³	Milli	m
10 ⁻⁶	Mikro	μ
10 ⁻⁹	Nano	n
10 ⁻¹²	Piko	p
10 ⁻¹⁵	Femto	f
10 ⁻¹⁸	Atto	a

SI-Einheiten

Größe	Name der SI-Einheit (Basisinheit bzw. abgeleitete Einheit)	Symbol, Zusammenhang mit Basiseinheiten
<u>Länge</u>	<u>Meter</u>	<u>m</u>
<u>Zeit</u>	<u>Sekunde</u>	<u>s</u>
<u>Masse</u>	<u>Kilogramm</u>	<u>kg</u>
<u>Fläche</u>	<u>Quadratmeter</u>	<u>m²</u>
<u>Volumen</u>	<u>Kubikmeter</u>	<u>m³</u>
<u>Frequenz</u>	<u>Hertz</u>	<u>Hz = s⁻¹</u>
<u>Geschwindigkeit</u>	<u>Meter/Sekunde</u>	<u>m s⁻¹</u>
<u>Beschleunigung</u>	<u>Meter/Quadratsekunde</u>	<u>m s⁻²</u>
<u>Kraft</u>	<u>Newton</u>	<u>N = kg m s⁻²</u>
<u>Druck</u>	<u>Pascal</u>	<u>Pa = N m⁻² = kg m⁻¹ s⁻²</u>
<u>Arbeit, Energie, Wärmemenge</u>	<u>Joule</u>	<u>J = Nm = kg m² s⁻²</u>
<u>Leistung</u>	<u>Watt</u>	<u>W = J s⁻¹ = kg m² s⁻³</u>
<u>Dichte</u>	<u>Kilogramm/Kubikmeter</u>	<u>kg m⁻³</u>
<u>Temperatur</u>	<u>Kelvin</u>	<u>K</u>
<u>Stromstärke</u>	<u>Ampere</u>	<u>A</u>
<u>Ladung</u>	<u>Coulomb</u>	<u>C = A s</u>
<u>Stromdichte</u>	<u>Ampere/Quadratmeter</u>	<u>A m⁻²</u>
<u>Spannung</u>	<u>Volt</u>	<u>V = J C⁻¹ = kg m²s⁻³A⁻¹</u>
<u>Widerstand</u>	<u>Ohm</u>	<u>Ω = V A⁻¹ = kg m²s⁻³A⁻²</u>
<u>Kapazität</u>	<u>Farad</u>	<u>F = C V⁻¹ = kg⁻¹ m⁻² s⁴ A²</u>
<u>elektrische Feldstärke</u>	<u>Volt/Meter</u>	<u>V m⁻¹ = kg ms⁻³A⁻¹</u>
<u>magnetische Feldstärke</u>	<u>Ampere/Meter</u>	<u>A m⁻¹</u>
<u>Induktivität</u>	<u>Tesla</u>	<u>T = V s m⁻² = kg s⁻²A⁻¹</u>
<u>Lichtstärke</u>	<u>Henry</u>	<u>H = V s A⁻¹ = kg m² s⁻² A⁻²</u>
<u>Energiedosis</u>	<u>Candela</u>	<u>cd</u>
<u>Aktivität</u>	<u>Gray</u>	<u>Gy = J kg⁻¹ = m² s⁻²</u>
<u>Stoffmenge</u>	<u>Becquerel</u>	<u>Bq = s⁻¹</u>
	<u>Mol</u>	<u>mol</u>

Unterstrichene Größen: Basisgrößen, -einheiten

2. **ZEIT:** Der Begriff der Zeit wird über die Bewegung eines Körpers gewonnen. Zwischen zwei Beobachtungen verändere sich die Lage des Körpers. Man sagt dann, die Beobachtungen finden zu verschiedenen "Zeiten" statt. Aus dem zeitlichem Ablauf physikalischer Vorgänge, insbesondere periodischer, wird das Maß für die Zeit gewonnen.
Gültige Definition der Sekunde (s):

1 s entspricht der Zeit von 9.192.631.770 Schwingungen eines bestimmten Übergangs im ^{133}Cs -Atom ("Atomuhr").

Die relative Ganggenauigkeit ist 10^{-11} , d.h. ca. 0,3 ms/Jahr.

So definierte Zeitmessung ist nicht absolut. Bei Geschwindigkeit eines Körpers nahe der Lichtgeschwindigkeit "gehen die Uhren langsamer" (Zwillingsparadoxon, spezielle Relativitätstheorie).

3. **MASSE** m : Jedem Körper wird bestimmte, für ihn charakteristische Masse m zugeordnet. Sie ist Maß für seine "Trägheit". Einheit 1 kg (Kilogramm) ist definiert durch Prototypen in Paris.

Andere Basisgrößen werden später besprochen.

1.2.3 Winkelmessung

Ebener Winkel α = "Öffnung zweier sich schneidender Strahlen".

a) **Gradmaß:** 1 Grad ($^\circ$) = $1/90$ des rechten Winkels

b) **Bogenmaß:** Kreisbögen b_i um Schwerpunkt verhalten sich wie ihre Radien, d.h. Verhältnis $\frac{b_i}{r_i} = \text{const.}$ Damit Maß für Winkel:

$$\hat{\alpha} \text{ (Bogenmaß)} = \frac{b}{r}$$

Umrechnung ins Gradmaß:

$$\text{"voller Winkel"} \quad \hat{\alpha}_{360^\circ} = \frac{2\pi r}{r} = 2\pi (= 6,28 \dots)$$

bzw.

$$\hat{\alpha}_{1^\circ} = \frac{2\pi}{360}$$

$$\text{Einheit : 1 Radiant (rad)} \hat{=} \frac{360^\circ}{2\pi} = 57,3^\circ$$

$$\text{Damit also :} \quad \hat{\alpha}_{360^\circ} = 2\pi \text{ rad}$$

(In der Physik wird i.Allg. der Winkel im Bogenmaß gemessen, das Symbol für das Bogenmaß $\hat{}$ wird weggelassen).

Raumwinkel Ω ist die "räumliche Öffnung", die die vom Kugelmittelpunkt ausgehenden Strahlen der Mantelfläche eines Kegels einschließen

$$\Omega = \frac{A}{r^2}, \text{ Einheit 1 Steradian (sr)}$$

(A = Durchstoßungsfläche des Kegels durch Kugeloberfläche).
Der "volle Raumwinkel" ist dann

$$\Omega = \frac{4\pi r^2}{r^2} \text{ sr} = 4\pi \text{ sr}$$

1.2.4 Messunsicherheiten und Messfehler

Messungen sind nicht völlig exakt: Messgeräte haben nur gewisse Genauigkeit, der Ablesende macht (Schätz-)Fehler. Es gibt zwei Arten von Fehlern:

Systematische Fehler: Fehlerhafter Bau von Messgeräten, falsche Eichung von Messgeräten, Änderung eines Maßstabs mit der Temperatur, ...

Zufällige Fehler: Ablesefehler, Schwankungen des "Zeigers", Spiel in Spindel der Mikrometerschraube, ...

Der Einfluss der zufälligen Fehler wird durch häufiges Wiederholen der Messung und Mittelwertbildung kleiner.

Bei der Messung ist es wichtig, eine Abschätzung des Fehlers zu machen, mit dem der Messwert behaftet sein kann (**Fehlerrechnung**). Das Ergebnis einer Längenmessung wird dann z.B. so angegeben:

$$\begin{aligned} \ell &= (5,63 \pm 0,01) \text{ m} \quad \text{oder} \\ \ell &= 5,63 \text{ m} \pm 0,2\% \end{aligned}$$

Dies bedeutet, dass der **wahre Wert** mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit innerhalb des angegebenen Intervalls liegt (Näheres in "Fehlerrechnung" im Propädeutikum).

Beim Messen kann der Messende auch leicht **Sinnestäuschungen** erliegen!

2 Mechanik

2.1 Bewegungen

Bewegungen: Die Ortsveränderung eines Körpers mit fortschreitender Zeit nennt man Bewegung. Bei der Beschreibung der Bewegung kommt es auf das **Bezugssystem** an, von wo die Bewegung beobachtet wird. Ein absolut "festes" Bezugssystem gibt es nicht.

Alle Bewegungen eines Körpers lassen sich zusammengesetzt denken aus reiner **Translation** (alle Punkte eines Körpers bewegen sich auf parallelen Geraden mit gleicher "Geschwindigkeit") und reiner **Rotation** (alle Punkte des Körpers bewegen sich auf konzentrischen Kreisen um ein festes Drehzentrum mit derselben "Winkelgeschwindigkeit").

Für viele Probleme genügt die Betrachtung eines **Massenpunktes** (Gesamtmasse des Körpers in einem Punkt konzentriert gedacht), die nächste Näherung wird ein **starrer** ausgedehnter Körper sein, zum Schluss werden wir auch noch **verformbare** Körper besprechen.

Gleichförmige Bewegung liegt dann vor, wenn in gleichen Zeitabschnitten Δt gleiche Wegstücke Δs zurückgelegt werden, d.h. wenn die **Geschwindigkeit** $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ konstant ist (sich mit der Zeit nicht ändert).

Bei **ungleichförmiger** Bewegung wird die **momentane Geschwindigkeit** v definiert als

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$$

($\Delta t \rightarrow 0$ bedeutet anschaulich: Man macht das Intervall Δt so klein, dass sich die Geschwindigkeit über dieses Intervall "kaum mehr ändert".)
Im $s(t)$ -Diagramm ist $v(t_0)$ die Steigung der Tangente zum Zeitpunkt t_0 .

Die Geschwindigkeit v ist ein **Vektor** (Symbol $\vec{v}$), d.h. die Größe $\vec{v}$ wird nicht nur durch einen **Betrag**, sondern auch durch eine **Richtung** beschrieben. Vektoren addieren sich nach der **Vektorparallelogramm**-Vorschrift (siehe auch "Propädeutikum").

Bei ungleichförmiger Bewegung ändert sich Geschwindigkeit v mit der Zeit. Die Änderung wird beschrieben durch

$$\textbf{Beschleunigung } a = \frac{\text{Änderung der Geschwindigkeit}}{\text{Zeitdifferenz}} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Wenn a sich mit Zeit t ändert, definiert man **momentane Beschleunigung**

$$a = \lim_{\Delta v \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 s}{dt^2}$$

Die Beschleunigung ist auch ein Vektor ($\vec{a}$).

Beim "**freien Fall**" ist $a = a_0$ ($= \text{const.}$). Dann gilt

$$\begin{aligned} v(t) &= v_0 + a_0 t \\ \text{und} \quad s(t) &= s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_0 t^2 \end{aligned}$$

(a_0 = Erdbeschleunigung $g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$)

Drehbewegungen (Rotation):

Eine geringe Abweichung der Bewegung eines Körpers von der geraden Bahn enthält schon eine Rotationsbewegung. Bei reiner Rotation (Kreisbewegung) benutzt man statt rechtwinkliger x, y -Koordinaten besser Polarkoordinaten r (Kreisradius), φ (Winkel).

Die **Winkelgeschwindigkeit** ist definiert als

$$\omega = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} \quad \text{bzw.} \quad \frac{d\varphi}{dt} \quad \text{Einheit: } 1 \text{ rad s}^{-1} \text{ (oder } 1 \text{ s}^{-1}\text{)}$$

Alle Punkte einer sich um den Mittelpunkt drehenden Kreisscheibe haben dasselbe ω .

Man definiert:

$$\textbf{Umlaufdauer} \quad (\omega = \text{const}) : \quad T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$\textbf{Umlauffrequenz} \quad (\omega = \text{const}) : \quad f = \frac{\omega}{2\pi}$$

(Statt f wird häufig auch ν verwendet)

$$\textbf{Winkelbeschleunigung} : \quad \alpha = \lim_{\Delta \omega \rightarrow 0} \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2 \varphi}{dt^2}$$

"Bahnbeschleunigung" der Rotation:

Ein Körper bewege sich mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω auf einem Kreis mit dem Radius r . Das "Zurücklegen" eines Winkels φ entspricht einer durchlaufenen Bogenlänge $s = r \cdot \varphi$ (siehe Definition "Bogenmaß"). Die Bahngeschwindigkeit

(Geschwindigkeit entlang des Bogens) ist $v = r \cdot \omega$. Auch bei konstanter Winkelgeschwindigkeit ω hat man (im Gegensatz zur Translation) eine Beschleunigung: Zwar ist der Betrag von v konstant ($v = \omega \cdot r$), aber die Richtung von v ändert sich laufend. Man erhält:

$$a_r = -r\omega^2 = -\frac{v^2}{r}$$

Diese Zentripetal(fugal)beschleunigung ist zum Drehpunkt (vom DP weg) gerichtet.

2.2 Kräfte

Der Begriff der **Kraft** leitet sich ab von der Spannung in den Muskeln, die wir beim Heben oder Ziehen einer Last empfinden. Die Kraft ist die Ursache dafür, dass ein Körper beschleunigt wird (zusätzlich kann sie einen Körper auch deformieren).

2.2.1 Newtonsche Axiome

I) **Galileisches Trägheitsprinzip:** Ein sich selbst überlassener Körper bewegt sich geradlinig gleichförmig ($\vec{v} = \text{const}$ (Gegenstände im Spacelab), Spezialfall $\vec{v} = 0$)

II) **Aktionsprinzip:** Wenn ein Körper der Masse m seinen geradlinig-gleichförmigen Bewegungszustand aufgeben soll (aufgibt), dann muss eine Kraft F wirken. Die Kraft bewirkt also eine Geschwindigkeitsänderung (Beschleunigung oder/und Richtung). Empirisch erhält man:

Die Beschleunigung a ist proportional zur wirkenden Kraft F .

Die Kraft F bewirkt eine Beschleunigung, die umso größer ist, je kleiner die Masse des Körpers ist. Es gilt also:
"Kraft = Masse mal Beschleunigung"

$$F = m \cdot a$$

F ist wie die Beschleunigung a ein Vektor, die Masse m dagegen nicht. Allgemeiner gilt also

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Die Einheit der Kraft wird "NEWTON" genannt. Es ist

$$1 \text{ NEWTON (N)} = 1 \text{ kg m s}^{-2}$$

1 N ist also die Kraft, die notwendig ist, um die Masse 1 kg mit 1 m s^{-2} zu beschleunigen. An der Erdoberfläche wird jede Masse mit $g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$

("Erdbeschleunigung", ergibt sich aus Gravitation, s.u.) beschleunigt. Die (Gewichts-)Kraft ist dann also

$$F_G = m \cdot g$$

Für eine 1 kg-Masse erhält man

$$F_G = 1 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ ms}^{-2} = 9,81 \text{ N} = 1 \text{ kp}$$

Das Kilopond (kp) ist eine alte "nicht-SI"-Einheit.

III) **Reaktionsprinzip:** Wirken zwischen zwei Körpern Kräfte, so ist die Kraft, die der Körper 1 auf Körper 2 ausübt, dem Betrage nach gleich der Kraft, die der Körper 2 auf Körper 1 ausübt, aber entgegengesetzt gerichtet. Andere Formulierung:

Jede Kraft erzeugt eine gleich große Gegenkraft (actio = reactio).

(Achtung: Die (Vektor)Summe der beiden Kräfte ist nicht gleich Null, da sie an verschiedenen Körpern angreifen!)

Konsequenz aus Newton-Axiomen: Wenn ein Körper sich mit konstanter Geschwindigkeit $\vec{v}$ bewegt, dann wirkt keine Kraft auf ihn (bzw. die Vektorsumme der wirkenden Kräfte ist Null, die Kräfte kompensieren einander). Beispiel: Sedimentation.

2.2.2 Gravitation (Massenanziehung)

Zwischen zwei Körpern mit den Massen m_1 und m_2 und dem Abstand r_{12} wirkt die Gravitationskraft

$$F = \gamma \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r_{12}^2}$$

Die Kraft F wirkt entlang der Verbindungslinie. Die Masse m_1 übt die anziehende Kraft F_1 auf die Masse m_2 aus und die Masse m_2 übt die anziehende Kraft F_2 auf die Masse m_1 aus, wobei $F_1 = F_2$.

Die **Gravitationskonstante** γ hat den Wert

$$\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$$

Für den Spezialfall eines Körpers (m_2) auf der Erdoberfläche ($r_{12} = \text{Erdradius } R$) erhält man das Gewicht G des Körpers:

$$G = m_2 \cdot g$$

wobei sich die **Erdbeschleunigung** g ergibt zu

$$g = \gamma \frac{m_{Erde}}{R^2} = 9,81 \text{ m s}^{-2}$$

Wegen ungleichmäßiger Massenverteilung, Abplattung und Rotation der Erde ist g auf der Erdoberfläche nicht konstant.

2.2.3 Federkraft

Bei kleinen Auslenkungen x ist die rückerzeugende Kraft F_R proportional zur Auslenkung:

$$F_R = -Dx \quad (\text{HOOKESES Gesetz})$$

Die Proportionalitätskonstante D heißt auch Federkonstante. Je größer D , desto "stärker" die Feder.

2.2.4 Reibungskräfte

Man hat **innere** Reibung in Flüssigkeiten und Gasen (bedingt durch anziehende Kräfte zwischen Molekülen), die die Bewegung der Moleküle relativ zueinander behindert. **Äußere** Reibung wirkt der gegenseitigen Verschiebung zweier Körper entgegen (bedingt durch Oberflächenunebenheiten und Anziehungskräfte der Moleküle).

Die äußere Reibungskraft zwischen trockenen festen Körpern ist

$$F_{Reibg.} = f \cdot N,$$

wobei N die Normalkomponente der Kraft auf der Berührungsfläche der Körper und f der dimensionslose Reibungskoeffizient ist. Für Haftreibung ist f größer als für die Gleitreibung.

2.3 Drehmoment

Bisher haben wir nur Massenpunkte betrachtet. Alle Kräfte griffen in diesem Punkt an, sie ließen sich vektoriell addieren. Die Wirkung war eine beschleunigte Translation in Richtung der resultierenden Kraft.

Die Reduzierung von Körpern auf Massenpunkte ist nur gut bei einer reinen Translationsbewegung. Bei ausgedehnten (zunächst starren) Körpern können Kräfte so angreifen, dass auch eine beschleunigte Drehbewegung entsteht. Die Winkelbeschleunigung α ist umso größer, je weiter entfernt von der Drehachse die Kräfte angreifen. Also beschreibt bei der Rotation nicht die Größe Kraft den Sachverhalt

optimal, sondern eine neue Größe **Drehmoment** gleich "Kraft mal Abstand von der Drehachse". Genauer wird das Drehmoment M definiert als

$$M = F \cdot a$$

wobei a der Abstand der **Wirkungslinie** von $\vec{F}$ (Verlängerung des F -Vektors) von der Drehachse ist.

Die Einheit des Drehmoments ist 1 Nm (wie die Energie, hat aber eine ganz andere Bedeutung!).

Wenn mehrere Kräfte auf einen (um eine feste Achse drehbaren) Körper wirken, dann wird ihre "Gesamtwirkung" nicht durch die Vektorsumme der Kräfte, sondern durch die Summe der einzelnen Drehmomente beschrieben (wobei die Drehrichtung berücksichtigt werden muss).

Man hat Gleichgewicht am masselosen **Hebel**, wenn $\text{Kraft} \times \text{Kraftarm} = \text{Last} \times \text{Lastarm}$.

Dabei ist der Hebel in jeder Stellung, nicht nur in der Horizontalen, im Gleichgewicht. Erst bei zusätzlicher Masse unterhalb des Schwerpunkts hat man nur dann Gleichgewicht, wenn der Hebel horizontal ausgerichtet ist (Waage).

Massenmittelpunkt (Schwerpunkt): Wird ein Körper im Massenmittelpunkt (MMP) unterstützt, wirkt kein Drehmoment auf ihn. Geht Drehachse nicht durch MMP, stellt sich MMP senkrecht unter Drehachse ein.

Gleichgewichtsarten:

Stabiles GG: Nach kleiner Verrückung aus der Gleichgewichtslage "geht" der Körper in die Ausgangslage zurück.

Labiles GG: Nach kleiner Verrückung aus der GG-Lage wird der Körper weiter von der GG-Lage weg bewegt.

Indifferentes GG: Nach kleiner Verrückung aus der GG-Lage ist der Körper wieder im GG.

Trägheitsmoment: In der Translation gilt das II. Newton-Axiom:

$$F = m \cdot a, \quad \text{d.h.}$$

einer wirkenden Kraft F setzt Körper träge Masse m entgegen. Je größer die Masse m , desto kleiner die Beschleunigung a . Bei der Rotation gilt entsprechend:

$$M = I \cdot \alpha, \quad \text{d.h.}$$

einem wirkenden Drehmoment M setzt Körper ein Trägheitsmoment I entgegen. Bei großem Trägheitsmoment I ist Winkelbeschleunigung α klein (und umgekehrt). Das Trägheitsmoment ist nicht mehr die Gesamtmasse, da die "Trägheit" bzgl. Rotation davon abhängt, wie weit die Masse (m) von der Drehachse entfernt ist. Es gilt für eine punktförmige Masse m :

$$I = m \cdot r^2$$

Viele Massepunkte m_i mit Abständen r_i zur Drehachse liefern jeweils einen Beitrag $m_i r_i^2$ zum Trägheitsmoment. Das Gesamtträgheitsmoment ist dann die Summe:

$$I = \sum_{\text{alle } i} m_i r_i^2 \quad (= \int r^2 dm)$$

2.4 Arbeit, Energie

Greift an einem Körper in Richtung des Weges s eine Kraft F an, die ihn um die Strecke s verschiebt, dann muss **Arbeit** W geleistet werden (z.B. gegen Reibungskraft):

$$W = F \cdot s$$

Wenn die Kraft $\vec{F}$ nicht in Richtung $\vec{s}$ wirkt, dann leistet nur die Komponente F_s von $\vec{F}$ in Richtung von $\vec{s}$ Arbeit (Deichsel von Blockwagen):

$$W = F_s \cdot s = (F \cdot \cos \alpha) \cdot s = F \cdot s \cdot \cos \alpha.$$

α ist der Winkel zwischen $\vec{F}$ und $\vec{s}$. Man schreibt auch

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s} \quad (\text{Skalarprodukt})$$

und meint $W = F \cdot s \cdot \cos \alpha$.

Die Einheit der Arbeit ist 1 Joule (J) = 1 Nm = 1 kg m² s⁻²

Arbeit ist eine Form der **Energie**. Hebt man einen Körper um die Höhe h hoch, so leistet man Arbeit $W = \vec{F} \cdot \vec{s} = m \cdot g \cdot h$ an ihm. Diese wird in ihm als potentielle Energie (Energie der Lage) gespeichert. Potentielle Energie kann auch in "ausgezogener" Feder gespeichert werden ($\frac{1}{2} D x^2$).

Wird ein Körper beschleunigt, wird Arbeit gegen die Trägheitskraft geleistet (Beschleunigungsarbeit). Der Körper besitzt dann die kinetische Energie (Bewegungsenergie)

$$W_{kin} = \frac{1}{2} m v^2$$

Entsprechendes gilt für die Rotation:

$$W_{rot} = \frac{1}{2} I \omega^2$$

Es gilt der **Energieerhaltungssatz**:

Die Gesamtenergie in einem abgeschlossenen System ist konstant, d.h. es kann keine Energie gewonnen werden oder verlorengehen. Es können nur Energieformen ineinander umgewandelt werden. Für den Fall, dass sich während eines Vorgangs

nur die Energieformen W_{pot} , W_{kin} , W_{rot} oder Q (Wärmeenergie) ändern können, würde die Summe konstant bleiben:

$$W_{Ges} = W_{pot} + W_{kin} + W_{rot} + Q = \text{const}$$

Die **Leistung** P ist die pro Zeiteinheit geleistete Arbeit:

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t}, \quad \text{Einheit 1 Watt (W)} = 1 \frac{\text{J}}{\text{s}}$$

(alte Einheit 1 PS = 736 W).

2.5 Impuls

Der **Impuls**

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}, \quad \text{Einheit 1 kg m s}^{-1}$$

wird eingeführt, weil mit ihm insbesondere Stoßprozesse einfach beschrieben werden können. Es gilt nämlich der

Impulserhaltungssatz:

In einem abgeschlossenen System bleibt die Summe aller Impulse, d.h. der Gesamtimpuls, konstant.

Stoßversuche: Bei **elastischen** Stößen gilt sowohl der Erhaltungssatz der kinetischen Energie als auch der Erhaltungssatz des Impulses! Bei **inelastischem** Stoß treten noch andere Energieformen auf (z.B. Wärme), es gilt nicht mehr die Erhaltung der kinetischen Energie.

Stoßversuche (elastischer Stoß):

1. Ein Körper ist in Ruhe, der andere mit gleicher Masse stößt den ersten mit Impuls $p = m \cdot v \Rightarrow$ erster Körper bewegt sich mit der ursprünglichen Geschwindigkeit des stoßenden, der stoßende bleibt liegen.

2. Zwei Körper mit Massen m_1, m_2 sind über eine "gestauchte" Feder und einen Haltefaden miteinander verbunden. Der Haltefaden wird durchgebrannt, die Körper bewegen sich mit den Geschwindigkeiten v_1, v_2 auseinander, für die gilt

$$\frac{v_1}{v_2} = -\frac{m_2}{m_1}$$

Begründung: Vor dem Durchbrennen gilt $P_{Ges, vor} = m_1 v_1' + m_2 v_2' = 0$, da beide Geschwindigkeiten v_1', v_2' gleich Null sind (alles ist in Ruhe). Dann muss der Gesamtimpuls auch nach dem Durchbrennen Null sein:

$$0 = P_{Ges, nach} = m_1 v_1 + m_2 v_2 \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = -\frac{m_2}{m_1}$$

Das Minuszeichen macht deutlich, dass v_1 und v_2 entgegengesetzte Richtungen haben.

3. Viele Kugeln hängen an Fäden nebeneinander (in Kontakt). Wird eine Kugel ausgelenkt und wieder fallengelassen, bewegt sich auf der anderen Seite auch genau eine Kugel hoch. Werden zwei ausgelenkt und gleichzeitig fallengelassen, bewegen sich auf der anderen Seite auch genau 2 Kugeln hoch. Da gleichzeitig die Erhaltungssätze für Impuls ($p = m \cdot v$) und kinetische Energie ($W = \frac{1}{2}mv^2$) gelten, muss immer dieselbe Zahl von Kugeln auf der anderen Seite bewegt werden.

Raketenversuche: Eine Rakete "stößt sich nicht ab". Sie wird vorwärtsgetrieben, weil heiße Gase o.ä. nach hinten herausgetrieben werden. Der Gesamtimpuls des abgeschlossenen Systems Rakete ist anfänglich gleich Null, muss daher auch weiterhin Null bleiben. Daher ist der Impuls (Betrag) des Raketenkörpers gleich dem Impuls (Betrag) der Gasmoleküle.

Drehimpuls: Analog zum Impuls $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$ der Translation wird der Drehimpuls $\vec{L}$ definiert:

$$\vec{L} = I \cdot \vec{\omega} \quad \text{Einheit: } 1 \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-1}$$

($\vec{L}$ ist wie $\vec{\omega}$ ein axialer Vektor, er beschreibt eine Drehbewegung).

Es gilt der **Drehimpulserhaltungssatz**:

Wirkt auf ein System kein äußeres Drehmoment, so bleibt der Gesamtdrehimpuls konstant.

Beispiele: Pirouette, Drehschemel mit Hanteln.

Bei diesen Versuchen wird das Trägheitsmoment I durch Massenverlagerung geändert, damit ändert sich entsprechend die Winkelgeschwindigkeit ω :

$$I_1 \cdot \omega_1 = I_2 \cdot \omega_2$$

2.6 Analogie Translation-Rotation

Die Gesetze und Formeln gelten für Translationen und Rotationen gleichermaßen, wenn die analogen Größen verwendet werden.

Translatorische Größe		Rotations-Größe	
Ort	$\vec{s}$	Winkel	φ
Zeit	t	Zeit	t
Geschwindigkeit	$\vec{v} = \frac{d\vec{s}}{dt}$	Winkelgeschwindigkeit	$\vec{\omega} = \frac{d\varphi}{dt}$
Beschleunigung	$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$	Winkelbeschleunigung	$\vec{\alpha} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$
Masse	m	Trägheitsmoment	$I = \sum_i m_i r_i^2$
Kraft	$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$	Drehmoment	$\vec{M} = I \cdot \vec{\alpha}$
Kinetische Energie	$W_{kin} = \frac{1}{2}mv^2$	Rotationsenergie	$W_{rot} = \frac{1}{2}I\omega^2$
Impuls	$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$	Drehimpuls	$\vec{L} = I \cdot \vec{\omega}$

2.7 Deformierbare feste Körper

Eine **Deformation** ist die Änderung der Abmessungen, des Volumens oder der Form des Körpers unter Einwirkung von Kräften bzw. Drehmomenten. Die Deformation ist **elastisch**, wenn sie nach Nachlassen der Einwirkung wieder verschwindet, sonst nennt man sie **plastisch**.

a) Einseitige **Dehnung** oder **Kompression**:

Zieht man mit einer Kraft F an der Angriffsfläche A eines Körpers, so wird seine Länge ℓ um $\Delta\ell$ vergrößert:

$$\frac{\Delta\ell}{\ell} = \frac{1}{E} \frac{F}{A}$$

($\Delta\ell$ = Längenänderung, ℓ = Länge, E = Elastizitätsmodul, $F/A = \sigma$ = Spannung). Die Proportionalität von ε und σ :

$$\varepsilon \cdot E = \sigma$$

$$\left(\varepsilon = \frac{\Delta\ell}{\ell} = \text{Dehnung}\right)$$

heißt **Hookesches Gesetz**. Sie gilt i.Allg. für kleine ε . Bei größeren Spannungen ist die Deformation noch elastisch, bei noch größeren nicht-reversibel (plastisch), bis das Material dann irgendwann bricht (reißt).

b) Die **Scherung** ist eine reine Formelastizität:

$$\gamma \approx \frac{\Delta\ell}{\ell} = \frac{1}{G} \frac{F_t}{A}$$

(F_t = Tangentialkraft, $\tau = \frac{F_t}{A}$ = Schubspannung, G = Torsionsmodul, γ = Verdrehungswinkel).

c) Die **Torsion**:

Wird ein Draht (Radius r , Länge ℓ) an einem Ende festgehalten und am anderen um den Winkel φ verdreht, so muss das Drehmoment

$$M = -D^* \varphi$$

mit $D^* = \frac{\pi}{2} G \cdot \frac{r^4}{\ell}$ aufgebracht werden. Andererseits übt der verdrehte Draht ein gleich großes rücktreibendes Drehmoment aus.

2.8 Ruhende Flüssigkeiten und Gase

Druck: Greift an eine Fläche A senkrecht zu ihr eine (flächenhaft verteilte) Kraft F an, so heißt das Verhältnis

$$\text{Druck: } p = \frac{F}{A} \quad \text{Einheit: } 1 \frac{N}{m^2} = 1 \text{ Pascal (Pa)}$$

(Achtung: Das Symbol " p " wurde auch für den Impuls verwendet; der Druck p hat damit nichts zu tun!)

Der Druck p ist kein Vektor! Allerdings erzeugt er eine senkrecht "gerichtete" Kraft $\vec{F}$ bei Wirkung auf eine Fläche A :

$$\vec{F} = p \cdot \vec{A}$$

(Der Vektor $\vec{A}$ der Fläche A steht per definitionem senkrecht auf A , sein Betrag ist gleich der Fläche A).

Wenn man das Gewicht einer Flüssigkeit vernachlässigt, ist der Druck an jeder Stelle der Wand und im Innern der Flüssigkeit gleich (Beispiel: hydraulische Presse als "Krafttransformator").

Innerhalb einer Flüssigkeit (Gas) besteht der **Schweredruck** p_s : Er ist gleich dem Quotienten des Gewichts einer über einer Fläche stehenden Flüssigkeitssäule, geteilt durch diese Fläche. Es gilt:

$$p_s = \frac{G}{A} = \varrho \cdot g \cdot h$$

wenn h die Höhe dieser Säule, $\varrho = \frac{m}{V}$ die **Dichte** der Flüssigkeit ist. In beliebiger Tiefe h unter der Oberfläche gilt also auch $p_s = \varrho \cdot g \cdot h$. Der Schweredruck ist von der Gestalt des Gefäßes unabhängig. Die Kraft, die durch den Schweredruck auf

den Boden des Gefäßes ausgeübt wird, ist abhängig von der Grundfläche und nicht von der Form des Gefäßes (hydrostatisches Paradoxon). Der Gesamtdruck in der Flüssigkeit ist, wenn noch ein äußerer Druck $p_{\text{außen}}$ über der Flüssigkeit herrscht (z.B. Luftdruck):

$$p_{\text{ges}} = p_{\text{außen}} + \varrho \cdot g \cdot h$$

Mit dem Schweredruck und entsprechenden Kräften sind **kommunizierende Gefäße, Flüssigkeitsmanometer** zu erklären.

Indirekte Blutdruckmessung nach RIVA-ROCCI: Von außen wird eine Hohlmanchette um den Oberarm aufgepumpt. Der Druck überträgt sich auf die umschlossenen Weichteile und wirkt auf die Oberarmarterie. Zunächst ist der Druck in der Manschette (wird gemessen) so groß, dass die Arterie völlig komprimiert wird (kein Puls mehr). Dann wird über ein Ventil der Druck langsam abgesenkt bis die Druckspitzen des Blutes die Arterie (zeitweise) öffnen $\Rightarrow$ systolischer Druck (hörbar mit Stethoskop in Ellenbeuge, KOROTKOW-Phänomen). Bei einer weiteren Absenkung des Drucks werden die Öffnungszeiten länger und die Schließzeiten kürzer. Wenn das Geräusch aufhört, ist der diastolische Druck (Arterie dauernd geöffnet) erreicht.

Der **Auftrieb** ist eine Kraft, die auf einen Körper in einer Flüssigkeit (Gas) zusätzlich und entgegengesetzt zum Gewicht wirkt (Körper wird scheinbar leichter). Der Auftrieb ergibt sich aus einem größeren Schweredruck unterhalb des Körpers als oberhalb:

$$\text{Auftriebskraft } F_A = \varrho_{\text{flüss.}} \cdot g \cdot V_{\text{Körper}}$$

d.h. der Auftrieb ist gleich dem Gewicht der "verdrängten" Flüssigkeit (Prinzip des ARCHIMEDES).

Ein Körper taucht so weit in eine Flüssigkeit ein, bis der Auftrieb gleich seinem Gewicht ist. Falls der Auftrieb auch bei voll eingetauchtem Körper noch kleiner als sein Gewicht ist, sinkt er auf den Boden der Flüssigkeit.

Ein **Aräometer** beruht auf diesem Prinzip. Man misst mit ihm die **Dichte** von Flüssigkeiten (Konzentration der Säure in Auto-Akku, Ladezustand). Die Dichte ϱ ist

$$\varrho = \frac{m}{V} \quad \text{die Einheit von } \varrho \text{ ist } 1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}.$$

2.9 Ruhende Gase

Auch in Gasen hat man einen Schweredruck und damit einen Auftrieb von Körpern. Allerdings haben Gase gegenüber Flüssigkeiten eine Besonderheit: Sie

lassen sich leicht komprimieren. Bei **idealen Gasen** gilt das **Boyle-Mariottesche Gesetz**:

$$p \cdot V = \text{const} \quad \text{bei konst. Temperatur}$$

(Ideale Gase sind näherungsweise He, H₂, N₂ bei geringen Drucken).

Barometrische Höhenformel: Der Schweredruck in Gasen ist nicht mehr proportional zur Höhe h der darüberliegenden Gassäule. Da die Gase leicht komprimierbar sind, werden sie "unten" zusammengedrückt. Es gilt in der Atmosphäre

$$p = p_0 \cdot e^{-h/H}.$$

p ist der Druck in einer Höhe h über der Erdoberfläche, p_0 der Druck auf der Erdoberfläche. Es ist $H = 8000$ m, d.h. in der Höhe $h = H = 8000$ m ist der Druck auf $1/e \approx 1/2,7$ abgefallen gegenüber dem Druck auf der Erdoberfläche.

2.10 Bewegte Flüssigkeiten und Gase

Gase sind wie Flüssigkeiten zu behandeln, wenn die Geschwindigkeiten wesentlich kleiner als die Schallgeschwindigkeit sind (bei Luft bis 100 m/s).

Eine **Strömung** (Bewegung) wird durch ein **Strömungsfeld (Stromlinien)** beschrieben. Stromlinien mischen einander nicht. Die Dichte der Stromlinien ist ein Maß für die Geschwindigkeit.

Ideale Flüssigkeiten: Die innere Reibung ist zu vernachlässigen.

Reale Flüssigkeiten: Innere Reibungskräfte müssen berücksichtigt werden.

Kontinuitätsbedingung: In Rohrsystemen ohne "Speicherung" gilt: Die pro Zeiteinheit zufließende Menge ist gleich der pro Zeiteinheit abfließenden Menge. Bei Änderung des Querschnitts A gilt dann die "Kontinuitätsgleichung"

$$\bar{v}_1 A_1 = \bar{v}_2 A_2 = \text{const.}, \text{ d.h.}$$

dort, wo der Querschnitt kleiner ist (z.B. $A_2 < A_1$) wird die Geschwindigkeit größer ($\bar{v}_2 > \bar{v}_1$; der Querstrich symbolisiert den Mittelwert). Die erhöhte Geschwindigkeit bedeutet aber, dass die kinetische Energie ($\frac{1}{2} m \bar{v}^2$) zugenommen hat. Nach dem Energieerhaltungssatz muss dafür eine andere Energieform abnehmen: das ist die "Volumenarbeit" $p \cdot V$ (darauf wird bei den Gasgesetzen näher eingegangen). Der "statische" Druck p wird damit bei einer Rohrverengung kleiner. Es gilt die **Bernoullische Gleichung**:

$$\underbrace{\frac{1}{2} \rho v^2}_{\text{(Staudruck)}} + \underbrace{p}_{\text{(statischer Druck)}} = \underbrace{p_{\text{ges}}}_{\text{(Gesamtdruck)}} = \text{const}$$

Beispiele für "BERNOULLI": Wasserstrahlpumpe, Zerstäuber, Flugzeug, Ball im Luftstrom. Flugzeugflügel: Er ist so geformt, dass die Luftgeschwindigkeit unter dem Flügel geringer ist als oberhalb $\Rightarrow$ der statische Druck unterhalb des Flügels ist größer, damit wird auch die Kraft nach oben größer ("dynamischer Auftrieb").

2.11 Viskosität von Flüssigkeiten und Gasen (Zähigkeit, innere Reibung)

In einem Gedankenversuch wird eine Platte mit einer konstanten Geschwindigkeit v durch eine Flüssigkeit gezogen. Die Flüssigkeit grenzt an eine feste Wand. Die Adhäsionskräfte (Kräfte zwischen den Flüssigkeitsmolekülen und den Wänden) seien größer als die Kohäsionskräfte (Kräfte zwischen den Flüssigkeitsschichten), d.h. die Flüssigkeit haftet an den Wänden. Um die Platte ziehen zu können (mit konstanter Geschwindigkeit) muss eine Kraft F aufgebracht werden, die entgegengesetzt gleich der (inneren) Reibungskraft F_R ist. F_R ergibt sich aus der Reibung zwischen den sich mit verschiedener Geschwindigkeit aneinander vorbei bewegend den Flüssigkeitsschichten.

$$F = \eta \cdot A \cdot \frac{v}{d}$$

A ist die Fläche der Platte, v die Geschwindigkeit, d der Abstand zwischen Platte und Wand, η ist der Koeffizient der inneren Reibung oder die **Viskosität**.

Die SI-Einheit der Viskosität ist:

$$[\eta] = 1 \frac{\text{N s}}{\text{m}^2} = 1 \text{ Pa} \cdot \text{s}$$

Alte Einheit:

$$1 \text{ Poise} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm} \cdot \text{s}} = 0,1 \text{ Pa} \cdot \text{s}$$

Die Viskosität η ist **temperaturabhängig**: Bei Flüssigkeiten nimmt η mit wachsender Temperatur ab, bei Gasen zu.

Durch die **innere** Reibung werden auf Körper, die sich in Flüssigkeiten (Gasen) bewegen, (Reibungs-) Kräfte ausgeübt.

Laminare Strömung: Teilchen der Flüssigkeiten bewegen sich wie in geschichteten Lamellen geordnet nebeneinander. Die Schichten haben i.Allg. unterschiedliche Geschwindigkeiten (parabolisches Geschwindigkeitsprofil, innere Reibung). Laminare Strömung hat man i.Allg. bei kleinen Geschwindigkeiten.

Turbulente Strömung: Bei hinreichend großen Geschwindigkeiten gehen die Stromlinien in wirbelförmige Muster über; es ergibt sich eine fast "rechteckförmige" Geschwindigkeitsverteilung im Rohr.

Beispiele für **laminare** Strömung:

a) **Hagen-Poiseuille-Gesetz:**

Bei einer laminaren Strömung durch ein Rohr mit dem Radius R und der Länge ℓ hat man folgenden Zusammenhang zwischen der Volumenströmstärke $I = \frac{\Delta V}{\Delta t}$ und der Druckdifferenz Δp :

$$I = \frac{\pi \cdot R^4}{8 \cdot \eta \cdot \ell} \cdot \Delta p$$

Eine Flüssigkeit heißt **Newtonsche Flüssigkeit**, wenn die Volumenströmstärke I proportional zur Druckdifferenz Δp ist, d.h. wenn die Viskosität η sich mit p nicht ändert. Blut ist nicht "newtonschen", da sich die Erythrozyten bei höherem Druck in Stromrichtung ausrichten. Damit wird die Viskosität kleiner.

Beispiele für HAGEN-POISEUILLE: Verengte Arterien, Blutviskosimeter

b) **STOKESSCHES Gesetz:** Eine Kugel wird mit konstanter Geschwindigkeit v durch eine Flüssigkeit gezogen. Dazu ist notwendig eine Kraft F , die entgegengesetzt gleich ist der Reibungskraft F_R :

$$F = 6\pi r \cdot \eta \cdot v$$

(r ist der Radius der Kugel, η die Viskosität der Flüssigkeit).

Kugelfallviskosimeter: Eine in einer (zählen) Flüssigkeit fallende Kugel erreicht nach kurzer Zeit eine konstante Fallgeschwindigkeit. Nach NEWTON I müssen sich dann die drei wirkenden Kräfte Gewicht, Auftrieb und Reibung kompensieren, d.h. Gewicht = Reibungskraft + Auftrieb. Nach kurzer Rechnung folgt daraus, dass die

Sinkgeschwindigkeit v proportional zu $\frac{r^2}{\eta}$ ist.

Bei der **Sedimentation** (Blutsenkung) zeigt sich eine erhöhte Sinkgeschwindigkeit der Erythrozyten ("hohe Blutsenkung"), wenn sie sich bei Entzündungen zusammenlagern und damit r größer wird.

Der Umschlag von einer **laminaren** in eine **turbulente** Strömung (die stark wirbelnde regellose Mischbewegung), erfolgt dann, wenn die **Reynold-Zahl**

$$Re = \frac{\varrho \cdot v \cdot d}{\eta}$$

einen für das Strömungsproblem kritischen Wert übersteigt (ϱ ist die Dichte der Flüssigkeit, d beschreibt die Größe des "Hindernisses"). Physikalisch ähnlich sind zwei Strömungen, wenn ihre REYNOLD-Zahlen identisch sind ($\Rightarrow$ Strömungsuntersuchungen können an kleineren Modellen vorgenommen werden. Bei kleinerem d muss die Strömungsgeschwindigkeit v dann groß gemacht werden, damit $v \cdot d = \text{const}$).

2.12 Grenzflächeneffekte

Moleküle einer Flüssigkeit üben anziehende Kräfte (Kohäsion) aufeinander aus. Im Innern der Flüssigkeit kompensieren die Kräfte der Nachbarn einander, an der Oberfläche bleibt eine resultierende Kraft nach innen übrig. Soll ein Molekül aus der Oberfläche "herausgehoben" werden, muss diese Kraft überwunden werden. Es muss Arbeit gegen diese Kraft geleistet werden. Wird die Oberfläche einer Flüssigkeit vergrößert (d.h. zusätzliche Moleküle werden an die Oberfläche gebracht), muss auch Arbeit geleistet werden. Es wird definiert:

Spezifische Oberflächenenergie (Oberflächenspannung)

$$\sigma = \frac{\text{Energieaufwand } \Delta W}{\text{Oberflächenzuwachs } \Delta A}$$

Bei einer Seifenlamelle gilt auch

$$\sigma = \frac{\text{am Rande angreifende Kraft } F}{\text{Länge des Randes } \ell}$$

Die Oberflächenspannung σ nimmt bei wachsender Temperatur stark ab.

Die Oberflächenspannung beschreibt die Grenzfläche Flüssigkeit/Gas. Es gibt auch andere **Grenzflächenenergien**, z.B. die für Flüssigkeiten/Festkörper. Wenn die Adhäsion (Kräfte zwischen Flüssigkeitsmolekülen und Wandmaterial) größer ist als die Kohäsion, dann hat man ein **benetzendes** System (z.B. Glas/Wasser): die Flüssigkeit steigt am Rand eines Gefäßes höher. Umgekehrt gibt es **nicht-benetzende** Systeme (z.B. Glas-Hg): der Flüssigkeitsspiegel fällt zum Rand hin ab. Bringt man eine Kapillare mit dem unteren Ende in eine Flüssigkeit, so hat man Kapillaraszension (in benetzendem System) bzw. Kapillardepression (nicht-benetzend). Die Steighöhe ist umgekehrt proportional zum Radius der Kapillare. **Beispiele:** Stalagmometer (Tropfengröße), Randkrümmung von Hg beim Thermometer (nicht-benetzend), Löschpapier (benetzend), Schmierung des Auges (benetzend), Kapillaranstieg von Wasser in Pflanze (benetzend).

3 Wärmelehre

3.1 Temperatur, thermische Eigenschaften der Materie

Der **Wärmesinn** macht eine Angabe, ob ein Körper heiß oder kalt ist. Diesen thermischen Zustand eines Körpers nennt man **Temperatur** (neue Basisgröße). Das Temperaturempfinden der Haut ist sehr subjektiv. Es ist u.a. davon abhängig, welcher Temperatur die Haut vorher ausgesetzt war.

Die Temperatur wird zunächst über Materialeigenschaften definiert (z.B. Längenausdehnung eines Stabes mit wachsender Temperatur). Dazu ist folgender Satz wichtig:

Bringt man zwei Körper verschiedener Temperatur in (guten) Kontakt, so nehmen sie nach gewisser Zeit dieselbe Temperatur an. Der wärmere Körper kühlt sich dabei ab, der kühlere erwärmt sich.

Definition der **Celsius-Skala** ("centigrade"): Man hat zwei Fixpunkte 0°C , 100°C (Schmelzpunkt bzw. Siedepunkt von Wasser bei Normaldruck), dazwischen macht man eine willkürliche Unterteilung in 100 gleiche 1°C -Schritte. Diese Einteilung hängt von Thermometermaterialien ab (z.B. Hg/Glas), da sich die Materialien nicht gleichmäßig ausdehnen. Deswegen wurde eine neue SI-Einheit **Kelvin** (K) über einen thermodynamischen Kreisprozess (CARNOT) definiert: der Tripelpunkt des Wassers soll sein $273,16\text{ K}$. 1 K ist dann $1/273,16$ der absoluten Temperatur des Tripelpunktes von Wasser.

Thermische Eigenschaften von Materie, die zum Bau eines Thermometers genutzt werden können:

a) Lineare Ausdehnung $\Delta\ell$ eines Stabes der Länge ℓ_0 bei Temperaturerhöhung Δt :

$$\ell = \ell_0 + \Delta\ell = \ell_0(1 + \alpha\Delta t)$$

(α = linearer Ausdehnungskoeffizient, z.B. Eisen (20°C):

$$\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} / ^{\circ}\text{C} = 1,2 \cdot 10^{-5} / \text{K}$$

b) Volumenausdehnung:

$$V = V_0(1 + \gamma t), \quad \gamma \approx 3\alpha$$

c) Der elektrische Widerstand nimmt bei Metallen mit der Temperatur zu.

d) Thermoelemente: es tritt eine Thermospannung auf, wenn zwei Lötstellen zwischen verschiedenen Metallen unterschiedliche Temperaturen haben.

3.2 Gasgesetze

Zunächst betrachten wir **ideale Gase**, die folgenden vereinfachten Annahmen gehorchen:

1) Die Gase bestehen aus punktförmigen Molekülen.

2) Zwischen den Molekülen wirken keine Kräfte.

3) Alle Stöße sind voll elastisch.

Bei **Normalbedingungen** ($t = 0^{\circ}\text{C}$ bzw. $T = 273,15\text{ K}$; $p = 1\text{ atm} = 1013\text{ hPa}$) verhalten sich Luft, H_2 , He wie ideale Gase. I.Allg. sind **reale Gase** bei starken "Verdünnungen" ideal.

Der Zustand eines Gases lässt sich durch drei Größen beschreiben: Druck p , Volumen V , (absolute) Temperatur T (oder Temperatur t in $^{\circ}\text{C}$). Es gelten folgende Gesetze:

1. **Boyle-Mariotte-Gesetz**:

$$p \cdot V = \text{const} \quad \text{bei konstanter Temperatur } T \text{ (Isothermen)}$$

2. **Gay-Lussac-Gesetz A**:

$$V_t = V_0(1 + \gamma t) \quad \text{bei konstantem Druck } p \quad \text{(Isobaren)}$$

Der Volumenausdehnungskoeffizient ist $\gamma = \frac{1}{273,15^{\circ}\text{C}}$ für alle idealen Gase!

(V_t = Volumen bei $t^{\circ}\text{C}$, t = Temperatur in $^{\circ}\text{C}$, V_0 = Volumen bei 0°C).

Andere Formulierung:

$$\frac{V_T}{T} = \frac{V_0}{T_0}$$

(V_T = Volumen bei $T\text{ K}$, T = absolute Temperatur in K, V_0 = Volumen bei 0°C , $T_0 = 273,15\text{ K}$)

3. **Gay-Lussac-Gesetz B**:

$$p_t = p_0(1 + \gamma t) \quad \text{bei } V = \text{const} \quad \text{(Isochoren)}$$

Es ist auch hier $\gamma = \frac{1}{273,15^{\circ}\text{C}}$.

4. Die **Zustandsgleichung idealer Gase** ergibt sich aus der Verknüpfung obiger Gesetze:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

(n = Anzahl der Mole, die betrachtet werden; T = absolute Temperatur;
 $R = 8,31 \text{ J mol}^{-1}\text{K}^{-1}$ ist die **allgemeine Gaskonstante**.
 Ein Mol ($n = 1$) eines Gases nimmt unter Normalbedingungen ($p_0 = 1 \text{ atm}$
 $= 1013 \text{ hPa}$; $T_0 = 273,15 \text{ K}$) das sog. **Molvolumen** $V_0 = 22,4 \text{ l}$ ein.

5. Zustandsgleichung realer Gase:

Gegenüber der idealen Gasgleichung muss das "Eigenvolumen" der Moleküle und der sog. "Binnendruck" berücksichtigt werden.

Für $n = 1$ gilt

$$\left(p + \frac{a}{V_m^2}\right)(V_m - b) = R \cdot T$$

3.3 Kinetische Gastheorie

In jedem Stoff sind Atome bzw. Moleküle in (Temperatur-) Bewegung.

Bei **festen Körpern** schwingen die Teilchen um ihre Gleichgewichtslage, bei **Flüssigkeiten** bewegen sich die Teilchen auf regellosen Zickzackbahnen (BROWNSCHE Molekularbewegung), bei **Gasen** hat man eine geradlinige Bewegung bis zum nächsten (elastischen) Stoß. Bei Gasen stellt sich eine MAXWELLSche Geschwindigkeitsverteilung ein.

Bei senkrecht elastischen (kin. Energie bleibt erhalten) Stoß eines Teilchens mit dem Impuls $\vec{p}$ auf eine Wand wird der Impuls $2 \vec{p}$ auf die Wand übertragen (denn das Teilchen hat hinterher den Impuls $-\vec{p}$ und es gilt Impulserhaltung). (Hier wird der Impuls mit $\vec{p}$ bezeichnet, um ihn vom Druck p zu unterscheiden.) Der Impuls $2 \vec{p}$ auf die Wand bewirkt für eine kurze Zeit Δt eine Kraft F (denn es gilt NEWTON II: $F = m \cdot a = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta \vec{p} = 2 \vec{p} = F \cdot \Delta t$). Während dieser Zeit wirkt auch ein Druck auf die Wand: Druck $p = \text{Kraft } F / \text{Fläche } A$.

Mit diesem Modell kann man ausrechnen, dass für 1 mol ideales Gas gilt:

$$p \cdot V_{\text{mol}} = \frac{2}{3} N_A \cdot \overline{E_{\text{kin}}},$$

wobei $N_A = \text{AVOGADRO-Zahl}$ ($= 6 \cdot 10^{23} / \text{mol}$) und $\overline{E_{\text{kin}}} =$ mittlere kinetische Energie eines Moleküls.

Nach der "idealen Gasgleichung"

$$p \cdot V_{\text{mol}} = R \cdot T \quad (n = 1)$$

hat man

$$E_{\text{mol,kin}} = N_A \cdot \overline{E_{\text{kin}}} = \frac{3}{2} R \cdot T$$

26

$E_{\text{mol,kin}}$ ist die kinetische Energie, die in 1 mol des Gases enthalten ist. Die mittlere kinetische Energie eines Moleküls ist also

$$\overline{E_{\text{kin}}} = \frac{3}{2} \frac{R}{N_A} T = \frac{3}{2} k \cdot T$$

(BOLTZMANN-Konstante $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$).

In diesem Modell ist bisher nur die Translation der Moleküle berücksichtigt worden. In diesem Fall gibt es **3 Freiheitsgrade** (FG) (3 Richtungen). Die kinetische Energie verteilt sich auf diese FG:

$$\frac{E_{\text{kin,Mol}}}{FG} = \frac{1}{2} RT$$

Es gilt nun das **Äquipartitionsgesetz**: Im statistischen Gleichgewicht ist die Energie pro Freiheitsgrad im Mittel $\frac{1}{2} R \cdot T$ pro Mol (bzw. $\frac{1}{2} kT$ pro Molekül). Bei 2-atomigen Molekülen hat man zusätzlich 2 FG der Rotation, insgesamt also 5 FG. Dann ist

$$E_{\text{kin,Mol}} = 5 \cdot \frac{1}{2} RT = \frac{5}{2} RT \quad (2\text{-atomig})$$

Entsprechend hat man 6 FG bei 3-atomigen Molekülen:

$$E_{\text{kin,Mol}} = 6 \cdot \frac{1}{2} RT = \frac{6}{2} RT \quad (3\text{-atomig})$$

Die Temperatur T eines (idealen) Gases ist also direkt verknüpft mit der kinetischen Energie seiner Moleküle.

3.4 Wärmemenge

Um einen Körper zu erwärmen (auf höhere Temperatur T zu bringen), muss ihm Energie – eine **Wärmemenge** – zugeführt werden (siehe vorigen Abschnitt). Sind zwei Körper mit verschiedenen Temperaturen in Kontakt, dann erfolgt ein Temperaturausgleich. Es fließt eine Wärmemenge vom wärmeren zum kälteren Körper. Die Wärmemenge ist

$$Q = c \cdot m \cdot \Delta t$$

(c = spezifische Wärmekapazität (materialabhängig), m = Masse, Δt = Temperaturunterschied).

Die Einheit von Q ist $1 \text{ J} = 1 \text{ Nm}$. Bekannt ist die alte Einheit Kalorie:

$$1 \text{ cal} = 4,1868 \text{ J}$$

27

1 cal ist die Wärmemenge, die notwendig ist, um 1 g Wasser von 14,5°C auf 15,5°C zu erwärmen.

Man unterscheidet (insbesondere bei Gasen):

c_p : spezifische Wärmekapazität bei konstantem Druck

c_v : spezifische Wärmekapazität bei konstantem Volumen

Es ist immer $c_p > c_v$. Die zugeführte Energie pro °C Temperaturerhöhung bei konstantem Druck und sich vergrößerndem Volumen muss größer sein (als bei konstantem Volumen), weil gleichzeitig noch Arbeit gegen den äußeren Druck geleistet werden muss.

Die **Wärmekapazität** C eines Körpers ist die Wärmemenge, die notwendig ist, ihn um 1°C zu erwärmen: $C = c \cdot m$.

Die **molare Wärmekapazität** C_{mol} ist die Wärmemenge, die notwendig ist, 1 Mol um 1°C zu erwärmen: $C_{\text{mol}} = c \cdot M$.

Mischungskalorimeter: Ein heißer Bleiklotz ($m_{\text{Pb}}, t_{\text{Pb}}, c_{\text{Pb}}$) wird in Wasser ($m_{\text{H}_2\text{O}}, t_{\text{H}_2\text{O}}, c_{\text{H}_2\text{O}}$) von Raumtemperatur $t_{\text{H}_2\text{O}}$ gebracht: das Wasser wird erwärmt, der Bleiklotz abgekühlt. Das Kalorimeter sei ideal wärmedämmend, d.h. es wird keine Wärme nach außen abgegeben (bzw. aufgenommen). Es stellt sich dann nach gewisser Zeit die Mischungstemperatur t ein. Das Blei hat die Wärmemenge Q_{Pb} abgegeben:

$$Q_{\text{Pb}} = c_{\text{Pb}} \cdot m_{\text{Pb}} (t_{\text{Pb}} - t)$$

Das Wasser hat die Wärmemenge

$$Q_{\text{H}_2\text{O}} = c_{\text{H}_2\text{O}} \cdot m_{\text{H}_2\text{O}} (t - t_{\text{H}_2\text{O}})$$

aufgenommen. Nach dem Energieerhaltungssatz müssen beide Wärmemengen gleich sein:

$$c_{\text{Pb}} \cdot m_{\text{Pb}} (t_{\text{Pb}} - t) = c_{\text{H}_2\text{O}} \cdot m_{\text{H}_2\text{O}} (t - t_{\text{H}_2\text{O}})$$

Daraus lässt sich die Mischungstemperatur berechnen oder, falls man t misst, z.B. die spezifische Wärmekapazität c_{Pb} von Blei bestimmen. Exakt wäre noch zu berücksichtigen, dass das Kalorimeter (der Behälter) selbst auch noch eine gewisse Wärmemenge aufnimmt.

3.5 Hauptsätze der Wärmelehre

3.5.1 1. Hauptsatz der Wärmelehre

Der **1. Hauptsatz** ist eine Erweiterung des Erhaltungssatzes der mechanischen Energie: Wärme und Arbeit sind äquivalent.

Allgemeinere Formulierung: Wenn eine Energiemenge irgendeiner Art bei einem Vorgang verschwindet, so entsteht eine an Größe gleiche Energiemenge einer

anderen Energieart.

Oder: Es ist nicht möglich, ein **Perpetuum mobile** zu konstruieren. Spielen nur die Energieformen Arbeit und Wärmemenge eine Rolle, so gilt

$$\Delta U = \Delta Q + \Delta W$$

(ΔU : Zunahme der **inneren Energie**, z.B. der kinetischen Energie der Gasmoleküle; ΔQ : zugeführte Wärmemenge; ΔW : zugeführte Arbeit). Die zugeführte Arbeit bei einer Kompression ist z.B.

$$\Delta W = -p \cdot \Delta V$$

3.5.2 2. Hauptsatz der Wärmelehre

Er schränkt 1. HS ein, denn viele thermodynamische Prozesse finden "von selbst" nur in einer Richtung statt, z.B.:

- Eine Wärmemenge geht spontan vom wärmeren Körper auf den kälteren über, nicht aber umgekehrt.
- Ein herabfallender Ziegel wandelt seine potentielle Energie schließlich in Wärme um, umgekehrt springt kein Ziegel unter Abkühlung aufs Dach!
- Es gibt keine periodische Maschine, die Meerwasser abkühlt und die entsprechende Wärmemenge vollständig in mechanische Arbeit umwandelt. Dagegen kann mechanische Energie vollständig in Wärme umgewandelt werden.

1. Formulierung des 2. HS:

Alle Vorgänge in der Natur verlaufen so, dass der "Ordnungszustand" abnimmt. Die Entropie S – sie ist ein Maß für die "Unordnung" – nimmt bei "von selbst" ablaufenden Prozessen (irreversiblen Prozessen) immer zu.

2. Formulierung des 2. HS:

Es gibt keine periodisch arbeitende Maschine, die nichts anderes bewirkt als die Erzeugung mechanischer Energie unter Abkühlung eines Wärmereservoirs. Daraus folgt, dass Wärmemengen nicht vollständig in mechanische Arbeit umgewandelt werden können. Wärmekraftmaschinen entnehmen einem Wärmereservoir auf hoher Temperatur T_1 die Wärmemenge ΔQ_1 . Sie gewinnen mechanische Arbeit ΔW und geben gleichzeitig eine Wärmemenge ΔQ_2 an ein Reservoir mit niedriger Temperatur T_2 (Kühlwasser!) ab. Ihr Wirkungsgrad ist

$$\eta = \frac{\Delta W}{\Delta Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} < 1$$

(bei einem CARNOT-Kreisprozess).

Also sind möglichst hohes T_1 und möglichst niedriges T_2 erwünscht! (Kolbendampfmaschinen erreichen $\eta \approx 0,2$; Dampfturbinen $\eta \approx 0,5$). Kältemaschinen und Wärmepumpen arbeiten umgekehrt: Unter Aufwand mechanischer Arbeit ΔW "pumpen" sie eine Wärmemenge ΔQ ($> \Delta W$) von einem kälteren Reservoir in ein wärmeres.

3.6 Aggregatzustände

Es gibt die **Aggregatzustände**: "fest", "flüssig", "gasförmig".

Zur Umwandlung zwischen den verschiedenen Aggregatzuständen muss Wärme (**Umwandlungswärme**) zugeführt (bzw. abgeführt) werden :
z.B. ist die Verdampfungswärme von Wasser bei 100°C bei Normaldruck 2256 J/g , d.h. um Wasser von 100°C in Wasserdampf von 100°C überzuführen, sind 2256 J/g nötig.

3.7 Dampfdruck

Dampfdruck: Eine Flüssigkeit befindet sich in einem abgeschlossenen Gefäß. Einige Moleküle der Flüssigkeit haben eine so hohe Geschwindigkeit (siehe Geschwindigkeitsverteilung), dass sie aus der Oberfläche austreten können; einige treten auch wieder ein. Im Gleichgewicht stellt sich der **Sättigungsdampfdruck** ein, der nur von der Temperatur, nicht aber vom Volumen abhängig ist. In der Atmosphäre stellt sich nicht der Sättigungsdampfdruck, sondern nur ein prozentualer Anteil (**relative Feuchtigkeit**) ein. Das liegt daran, dass die Atmosphäre kein "geschlossenes Gefäß" ist: die austretenden Moleküle verdunsten, die Flüssigkeit kühlt sich ab.

Eine Flüssigkeit **siedet**, wenn der Dampfdruck gleich dem äußeren Druck ist. Die Siedetemperatur (z.B. von Wasser) ist in großen Höhen wegen des kleineren atmosphärischen Druckes niedriger als an der Erdoberfläche. Im Dampfkochtopf wird unter erhöhtem Druck gesiedet; die Siedetemperatur liegt dann über 100°C , damit werden die Speisen schneller gar.

Im (p, T) -Diagramm trennen Sublimationskurve, Schmelzkurve, Verdampfungskurve die festen, flüssigen und dampfförmigen Aggregatzustände voneinander. Im Tripelpunkt sind alle Phasen im Gleichgewicht. Oberhalb des **kritischen Punkts** gibt es keine Unterscheidung mehr zwischen flüssigem und dampfförmigen Zustand.

3.8 Transportphänomene

3.8.1 Wärmeübertragung

Die Temperaturdifferenz zweier Körper wird ausgeglichen durch einen **Wärmestrom**

$$\frac{\Delta Q}{t} = \lambda \cdot \frac{A}{\ell} \Delta T$$

(λ : Wärmeleitzahl; $\Delta Q/t$: Wärmemenge ΔQ , die pro Zeit t durch die Fläche A strömt; ΔT : Temperaturdifferenz zwischen den Enden mit Abstand ℓ).

Die Wärmeübertragung kann geschehen über **Wärmeleitung**, **Konvektion**, **Wärmestrahlung**.

3.8.2 Diffusion

Die Diffusion beschreibt einen Massetransport. Sie sorgt dafür, dass sich ein Konzentrationsgefälle ausgleicht. Das passiert über die thermische Bewegung der Teilchen. Es gilt das 1. FICKsche Gesetz:

$$\frac{\Delta n}{\Delta t} = D \cdot A \cdot \frac{\Delta c}{\Delta x}$$

(Δn ist Zahl der Teilchen, die in der Zeit Δt bei einem Konzentrationsunterschied von Δc über eine Strecke Δx durch eine Fläche A hindurchtreten. D ist die Diffusionskonstante.) Bei Gasen ist

$$D \text{ prop. } \frac{1}{\sqrt{M}}$$

wobei M die relative Molekülmasse (Molekulargewicht) ist.

3.8.3 Osmose

Reines Wasser und wässrige Zuckerlösung seien durch eine semipermeable Wand getrennt, die nur für Wassermoleküle, nicht aber für Zuckermoleküle durchlässig ist. Dann diffundiert solange Wasser auf die "Zucker"-Seite, bis der Druckunterschied p_{osm} eine weitere Diffusion verhindert. Es gilt die VAN-T'HOFFsche Gleichung

$$p_{\text{osm}} \cdot V_{\text{fl}} = n \cdot R \cdot T$$

Der **osmotische Druck** p_{osm} ist ebenso groß wie der Druck, den die gelösten (Zucker-) Teilchen als ideales Gas ausüben würden.

Zellwände in lebenden Organismen sind auch selektiv-permeable Membranen. Die Organismen sorgen dafür, dass innerhalb und außerhalb der Zellen derselbe osmotische Druck herrscht. Blutplasma-Ersatz muss auch **isotonisch** zum Blut sein (die gleiche Stoffmengendichte osmotisch wirksamer Teilchen haben), sonst würde bei z.B. reinem Wasser dieses in die Zelle diffundieren und die Zelle zum Platzen bringen. Wenn umgekehrt der osmotische Druck außen zu groß wäre, würde die Zelle austrocknen. Eine **physiologische Kochsalzlösung** (9 g NaCl in 1 l Lösungsmenge (NaCl + H₂O) kann z.B. Blutplasma ersetzen. Ihr osmotischer Druck ist 0,79 MPa (ca. 7,9 × Atmosphärendruck).

4 Mechanische Schwingungen und Wellen

4.1 Schwingungen

Eine Schwingung ist ein sich periodisch wiederholender Vorgang. Bei der **mechanischen Schwingung** geht die kinetische (oder Rotations-) Energie in potentielle Energie über und umgekehrt (Fadenpendel, Federpendel, Wassersäule im U-Rohr). Eine Schwingung ist **harmonisch**, wenn für die Auslenkung x gilt

$$x = x_0 \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

(x_0 = Amplitude, ω = Kreisfrequenz, φ = Phasenwinkel).

Die Projektion einer gleichförmigen Drehbewegung ist eine harmonische Schwingung. Notwendig für eine harmonische Schwingung ist, dass die Kraft F , die die Masse bei einer Auslenkung "zurückholt", proportional zur Auslenkung x und ihr entgegengerichtet ist:

$$F = -Dx$$

(gilt i.Allg. bei kleinen Auslenkungen des Faden- und Federpendels). Dann gilt auch $\omega = \sqrt{D/m}$ und $T = 2\pi\sqrt{m/D}$ (T = Schwingungsdauer). Beim Schwerependel führt das zu

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \quad (\text{unabhängig von der Masse}).$$

Jedes schwingende makroskopische physikalische System verliert i.Allg. durch Reibung ständig Energie (Amplituden werden kleiner). Dieser Vorgang heißt **gedämpfte Schwingung**:

$$x = x_0 e^{-\delta t} \sin(\omega t + \varphi)$$

δ ist die Dämpfungskonstante; $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$, wobei ω_0 die "ungedämpfte" Kreisfrequenz ist.

$\delta = \omega_0$ führt zum **aperiodischen Grenzfall**.

Wenn eine äußere periodische Kraft (Drehmoment) auf ein schwingungsfähiges System wirkt, dann erhält man eine **erzwungene Schwingung** mit der Frequenz des Erregers. Die Amplitude der Schwingung in Abhängigkeit von der Frequenz des Erregers ist die **Resonanzkurve**. Sie ist dann maximal (Resonanzkatastrophe), wenn die Erregerfrequenz gleich der Oszillatorfrequenz (Dämpfung $\delta = 0$) ist. Die Phasendifferenz zwischen Erreger und Oszillator ist im Resonanzfall $\varphi = \pi/2$, d.h. wenn der Erreger maximale Auslenkung hat, bewegt sich der Oszillator mit größter Geschwindigkeit durch den Nullpunkt. Beispiele für Resonanzen: Zungen-Frequenzmesser, Brücke, Tidenhub. Mit zunehmender Dämpfung wird die Resonanzfrequenz kleiner.

Wir haben bisher nur harmonische Schwingungen behandelt. Andere Schwingungen (Rechteck, Kipp, EKG) lassen sich nach dem **Fourier-Theorem** als Summe von harmonischen Schwingungen darstellen. Diese Schwingungen haben Frequenzen, die einem Vielfachen der Grundfrequenz entsprechen mit unterschiedlichen Amplituden (Oberschwingungen).

Bei **gekoppelten Schwingungen** (z.B. "Hantel" an Schraubenfeder hängend) geht die Bewegungsenergie von einem auf das andere System über und umgekehrt.

4.2 Wellen

Die Welle ist ein Vorgang, bei dem sich die physikalische Größe nicht nur mit der Zeit, sondern auch mit dem Ort periodisch ändert. Sie wird beschrieben durch

$$u(x, t) = u_0 \sin\left(2\pi\frac{x}{\lambda} - 2\pi\frac{t}{T}\right)$$

wobei u, u_0 die entsprechende physikalische Größe ist (z.B. Auslenkung; Druck bei Schallwellen; magnetische und elektrische Feldstärke bei elektromagnetischen Wellen), λ ist die Wellenlänge (Periodizität im Ort), $T = 1/f$ die Schwingungsdauer. Bei Wellen auf einem See beobachtet man, dass die Form einer "Störung" sich fortbewegt, nicht aber z.B. Blätter, die auf dem See schwimmen. Die Wasserteilchen führen eine Schwingung um ihre Ruhelage senkrecht zur Ausbreitungsrichtung aus. Die Störung wird von einem Teilchen zum nächsten weitergegeben, dessen Bewegung erfolgt etwas später. Die Teilchen müssen miteinander irgendwie gekoppelt sein.

Es gilt allgemein: Transportiert wird bei einer Welle nicht Materie, sondern nur die Störung und damit Energie.

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit c einer Welle (Störung) hängt mit der Frequenz

f und der Wellenlänge λ zusammen:

$$c \cdot T = \lambda \quad (\text{oder } c = f \cdot \lambda),$$

denn während einer Schwingungsdauer T eines Teilchens an einem festen Ort x läuft der ursprüngliche Schwingungszustand um die Strecke λ weiter.

Es gibt **Transversalwellen**, bei denen die Schwingungsrichtung senkrecht zur Ausbreitungsrichtung liegt. Hierzu gehören elektromagnetische Wellen (Radiowellen, Licht, Röntgenstrahlen), Seilwellen. Die Transversalwellen sind polarisierbar (eine Schwingungsebene wird "ausgesucht").

Bei **Longitudinalwellen** hat man eine Schwingung in Ausbreitungsrichtung: Schallwellen in Gasen und Flüssigkeiten.

Reflexion von Wellen: Wellen werden an Inhomogenitäten (z.B. Medienübergängen) z.T. reflektiert. Bei Reflexion an einem festen Ende (z.B. Seilwelle an Wand) hat man einen Phasensprung von π , am offenen Ende keinen Phasensprung der reflektierten Welle. Die Überlagerung von "hinlaufender" und "rücklaufender" Welle führt zu **stehenden Wellen**: Man hat **Knotenpunkte** der Schwingung (Abstand $\ell = n \cdot \frac{\lambda}{2}$). Dazwischen liegen **Schwingungsbäuche** mit maximaler Amplitude.

4.2.1 Schallwellen

Mechanische Wellen mit Frequenzen 16 Hz – 20 kHz nennt man **Schall**, darunter Infraschall, von 20 kHz – 1 GHz Ultraschall. Die Ausbreitung der Schallwellen ist an Materie gebunden; in Flüssigkeiten und Gasen sind Schallwellen Dichteschwankungen, die sich als Longitudinalwellen ausbreiten.

Die Schallgeschwindigkeit in Luft (20°C) beträgt 331 ms⁻¹, in Helium 965 ms⁻¹, in Wasser 1530 ms⁻¹. In Festkörpern (Longitudinalwelle) ist $c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$, in Gasen

$$c = \sqrt{c_p \cdot \frac{R \cdot T}{M}}.$$

Das **Ohr** wandelt mechanische Schwingungen in Nervensignale um. Ankommen der Wellen werden übers Außenohr (Schalltrichter), Trommelfell und Hebelsystem (Knöchelchen) sowie Flüssigkeit des Innenohrs zur Schnecke (trichterförmige Aufwicklung) übertragen. Dort wandelt das COCHLEA Organ, mechanisch gekoppelt an die Basilarmembran, die Schwingungen in elektrische Signale um. Das Trommelfell mit Hebelsystem bilden den richtigen **Wellenwiderstand**, damit die Welle nicht an der Flüssigkeitsoberfläche reflektiert wird.

Als **Schallstärke** oder **Schallintensität** I bezeichnet man die pro Zeiteinheit

durch die Flächeneinheit hindurchtretende Energie:

$$I = \frac{\text{Energie}}{\text{Zeit} \cdot \text{Fläche}}, \quad \text{Einheit } 1 \frac{W}{m^2}$$

Die vom Ohr gerade noch wahrnehmbare Intensität (**Hörschwelle**) ist $I_0 = 10^{-12} \text{ Wm}^{-2}$.

Die Sprache hat etwa

$$I = 10^{-7} \text{ Wm}^{-2} \text{ und}$$

die Schmerzschwelle ist

$$I_{max} = 1 \text{ Wm}^{-2}.$$

Der Wertebereich der hörbaren Schallintensitäten erstreckt sich also über viele Zehnerpotenzen. Kein Gerät – auch nicht das Sinnesorgan Ohr – kann einen solchen Bereich mit einer linearen Skala überdecken. Nach dem Gesetz von WEBER-FECHNER reagiert das Sinnesorgan logarithmisch. Man definiert deshalb den **Schallpegel**

$$L_S = 10 \cdot \lg \frac{I}{I_0} \text{ dB} \quad (dB = \text{Dezibel})$$

Die Hörschwelle ($I = I_0 = 10^{-12} \text{ Wm}^{-2}$) entspricht also

$$L_S = 0 \text{ dB},$$

die Schmerzschwelle $L_S = 120 \text{ dB}$.

Der Schallpegel bezieht sich auf die physikalischen Eigenschaften von Schallwellen, das Schallempfinden des menschlichen Gehörs hängt aber noch von seiner spektralen Empfindlichkeit ab. Man definiert deswegen die physiologische Größe **Lautstärke** L , die in Phon (Abk. phon) gemessen wird. Töne (auch unterschiedlicher Frequenz), die gleich laut empfunden werden, haben dieselbe Lautstärke L . Bei 1000 Hz sollen der Schallpegel L_S in dB und Lautstärke L in phon übereinstimmen. Danach hat ein Ton beliebiger Frequenz von x phon dieselbe Lautstärke wie ein Ton des Schallpegels x dB bei 1000 Hz.

Ultraschall wird in der Medizin für Diagnose, Therapie und Chirurgie verwendet. Um Reflexionen am Körper zu vermeiden, muss ein Gel aufgebracht werden. Ein Ultraschall-Sender (piezoelektrisch oder magnetostriktiv) erzeugt Pulse, die an "Inhomogenitäten" des Gewebes reflektiert werden. Das Echo wird in einem Empfänger registriert und auf einem Bildschirm sichtbar gemacht. Die Intensität darf nicht zu groß sein ($< 3 \cdot 10^4 \text{ W/m}^2$), da sonst aufgrund der großen örtlichen Druckschwankungen Zellmembranen zerreißen könnten.

5 Elektrizität und Magnetismus

5.1 Elektrostatik

5.1.1 Elektrische Ladung

über die Begriffsbildung von Mechanik und Wärmelehre hinaus besteht die Notwendigkeit der Einführung einer neuen Grundgröße. Dies soll zunächst (der besseren Anschaulichkeit wegen) die **elektrische Ladung** Q sein. Später wird stattdessen die SI-Größe **elektrischer Strom** I definiert.

Experimentelle Ausgangspunkte für die Notwendigkeit dieser neuen Größe sind die "Reibungsversuche" Glasstab am Seidentuch und Hartgummistab am Katzenfell. Offenbar werden zwei Arten von "Ladungen" (genannt positiv bzw. negativ) erzeugt, die abstoßende (wenn gleichnamig) bzw. anziehende (wenn ungleichnamig) Kräfte erzeugen.

Bei diesen Reibungsversuchen erfolgt eine Ladungstrennung, d.h. die Gesamtladung bleibt erhalten, wenn das Vorzeichen berücksichtigt wird. Es gilt das

Coulomb-Gesetz:

$$F = f' \frac{Q_1 Q_2}{r_{12}^2}$$

mit $f' = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8,99 \cdot 10^9 \frac{\text{N m}^2}{\text{A}^2 \text{s}^2}$, wenn als Einheit der Ladung

$$[Q] = 1 \text{ Coulomb} = 1 \text{ C} = 1 \text{ Ampère} \cdot \text{Sekunde} = 1 \text{ A s}$$

definiert wird (genauer später). Bei gleichnamigen Q_i ist $F > 0$, sonst < 0 . Der Kraftvektor ist entlang der Verbindungslinie gerichtet.

Die elektrische Ladung ist gequantelt: Kleinste Ladung ist die des Elektrons $q_{el} = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ A s}$ bzw. des Protons $q_{prot} = +1,6 \cdot 10^{-19} \text{ A s}$.

Im Wasserstoffatom ist die elektrische Kraft zwischen Proton und Elektron etwa 10^{40} mal so groß wie die Gravitationskraft.

Die Messung der elektrischen Ladungen erfolgt mit Elektrometern: Wird Ladung aufgebracht, so verteilt sich diese z.B. auf zwei bewegliche Metallplättchen, die einander abstoßen. Metalle sind gute **elektrische Leiter**, Ladungen (Elektronen) sind auf ihnen frei beweglich. Die Elektronen "stoßen einander ab", deswegen verteilen sie sich über das gesamte Metallstück. Falls das Metallstück "geerdet" ist, verteilen sie sich über die Erdoberfläche. Andere gute Leiter sind Kohle, Wasser, Säure- und Salzlösungen. Schlechte Leiter sind Papier, Holz. **Isolatoren** sind z.B. Glas, Hartgummi, Bernstein und Kunststoffe. Auf ihnen bleiben Ladungen ortsfest, sie sind nicht beweglich.

5.1.2 Elektrische Feldstärke

Die **elektrische Feldstärke** $\vec{E}$ beschreibt einen Zustand des Raumes, der durch eine Ladung Q (oder mehrere) hervorgerufen wird. Die Feldstärke ist die Kraft $\vec{F}$, die pro positiver "Einheitsladung" q auf diese ausgeübt wird:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \quad [E] = 1 \frac{\text{N}}{\text{C}} = 1 \frac{\text{V}}{\text{m}}.$$

r ist der Abstand des Ortes, an dem sich die Probeladung q befindet, zur Ladung Q . $\vec{E}$ hat dieselbe Richtung wie $\vec{F}$. Falls mehrere Ladungen Q_i ($i = 1, \dots, n$) zum elektrischen Feld beitragen, müssen an jedem Ortspunkt die Kräfte $\vec{F}_i$ vektoriell addiert werden, um die Gesamtkraft $\vec{F}$ und damit die Feldstärke $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$ zu erhalten. Der "Zustand" des Raumes lässt sich durch Feldlinien beschreiben. Die Tangente an diese Feldlinien gibt in jedem Ortspunkt die Richtung von $\vec{E}$ an. Die Feldliniendichte ist ein Maß für die Feldstärke $|\vec{E}| = E$. Feldlinienbilder werden in der Vorlesung für verschiedene Ladungsanordnungen gezeigt.

Eigenschaften der **elektrischen** Feldlinien:

1. Sie beginnen bei positiven und enden bei negativen Ladungen;
2. sie schneiden einander nicht;
3. auf Metalloberflächen stehen sie senkrecht.

5.1.3 Influenz

In Metallen existieren frei bewegliche Elektronen ("frei" bedeutet "nicht-ortsfest"). Wird einem Metallstück eine positive Ladung gegenübergestellt, so versuchen die (negativen) Elektronen, der positiven Ladung so nahe wie möglich zu kommen. Das heißt, gegenüber der positiven Ladung erhält man eine Elektronenanhäufung, weiter weg eine Elektronenverarmung. Das geht so weit, bis die durch die neu entstandene Ladungsverteilung auftretenden Gegenkräfte gleich groß werden. Diese Ladungstrennung nennt man **Influenz**.

Der **Faraday-Käfig** funktioniert nach dem Effekt der Influenz; in den Innenraum eines metallischen Käfigs kann deswegen ein äußeres elektrisches Feld nicht eindringen.

5.1.4 Polarisation

Bei Nichtleitern (Isolatoren) ist eine Ladungsverschiebung nicht möglich, da etwa vorhandene Ladungen ortsfest sind. Es gibt daher keine Influenz. Allerdings lädt

sich auch bei ihnen bei Annäherung einer positiven Ladung die zugewandte Seite negativ und die abgewandte Seite positiv auf. Das liegt daran, dass die Moleküle dieser **Dielektrika** kleine elektrische **Dipole** sind (oder durch das äußere elektrische Feld durch Änderung der Ladungsverteilung dazu gemacht werden). Diese Dipole richten sich im äußeren elektrischen Feld mehr oder weniger stark aus, sie sind **polarisierbar**. Ein Maß für die Polarisierbarkeit ist die relative **Dielektrizitätskonstante** ϵ . Für Luft und andere Gase ist $\epsilon \simeq 1$, für Glas 5-9 und für Wasser 81.

Die Kraft zwischen zwei Ladungen Q_1 und Q_2 in einem Dielektrikum (ϵ) ist gegenüber dem Vakuum durch das erzeugte Gegenfeld um den Faktor ϵ herabgesetzt:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{\epsilon} \cdot \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

Damit gilt auch für die elektrische Feldstärke im Dielektrikum:

$$E_{\text{Diel}} = \frac{1}{\epsilon} \cdot E_{\text{Vak}}$$

5.1.5 Elektrisches Potential

Im elektrischen Feld $\vec{E}(\vec{r})$ wirken Kräfte auf eine elektrische (Probe-)Ladung q . Wird die Ladung q von einem Ort $\vec{r}_1$ nach einem Ort $\vec{r}_2$ bewegt, so muss natürlich eine Arbeit W_{21} geleistet (oder gewonnen) werden:

$$W_{21} = \vec{F} \cdot \vec{\Delta r} = F \cdot \Delta r \cdot \cos \alpha.$$

($\vec{\Delta r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$, α ist der Winkel zwischen $\vec{F}$ und $\vec{\Delta r}$; ändert sich $\vec{F}$ entlang des Weges Δr , so gilt $W_{21} = \sum_i \vec{F}_i \cdot \vec{\Delta r}_i \rightarrow \int \vec{F}(d\vec{r})$).

Wird Arbeit geleistet, so wird die potentielle Energie der Ladung zunehmen (z.B. wenn man eine positive Ladung q von einer negativen Ladung Q wegbewegt. Dies ist analog zum Hochheben einer Masse. Auch dabei wird Arbeit gegen die anziehende Gravitationskraft geleistet und der Körper erhält potentielle Energie).

Wie beim Gravitationsfeld ist die geleistete Arbeit beim **Coulomb-Feld** unabhängig davon, auf welchem Wege die Ladung von $\vec{r}_1$ nach $\vec{r}_2$ bewegt wird. Die Arbeit (bzw. Änderung der potentiellen Energie), die pro Ladung q geleistet wird, nennt man auch die **Potentialdifferenz** $\Delta\varphi_{21}$ oder die **Spannung** U_{21} zwischen den Punkten $\vec{r}_1$ und $\vec{r}_2$:

$$\Delta\varphi_{21} = U_{21} = \frac{W_{21}}{q}.$$

Zur Erinnerung: Im Gravitationsfeld der Erde (an der Erdoberfläche) definiert man die Potentialdifferenz $\Delta\Theta_{21}$ analog als Änderung der potentiellen Energie

(bei Höhenänderung der Masse) pro Masse:

$$\Delta\Theta_{21} = \frac{m \cdot g(h_2 - h_1)}{m} = g \cdot (h_2 - h_1) = g \cdot \Delta h.$$

Die Potentialdifferenzen $\Delta\varphi_{21}$ und $\Delta\Theta_{21}$ sind also nicht mehr abhängig von der "Probeladung" q bzw. der "Probemasse" m .

Man spricht auch vom **Potential** φ eines Punktes im elektrischen Feld $\vec{E}(\vec{r})$ und meint damit die Arbeit W pro Probeladung $q (> 0)$, die aufgebracht werden muss, um diese Probeladung aus dem "Unendlichen" (∞) an diesen Punkt zu bringen:

$$\varphi(\vec{r}) = \frac{W(\infty \rightarrow \vec{r}_1)}{q}.$$

Die Beschreibungen des elektrischen Feldes über die elektrische Feldstärke $\vec{E}(\vec{r})$ oder das Potential $\varphi(\vec{r})$ sind äquivalent. $\vec{E}(\vec{r})$ und $\varphi(\vec{r})$ können ineinander umgerechnet werden.

In einem Plattenkondensator (homogenes elektrisches Feld) wird eine positive Probeladung q (Vakuum, keine Reibung) von der positiv geladenen Platte zur negativen hin beschleunigt (Analogie zum "freien Fall" im Gravitationsfeld). Ist die Spannung zwischen den Kondensatorplatten U , so wird dabei die potentielle Energie $q \cdot U$ in kinetische Energie $\frac{1}{2}mv^2$ umgewandelt:

$$q \cdot U = \frac{1}{2} mv^2.$$

Wird dagegen q von der negativen zur positiven Platte bewegt, so muss die Arbeit

$$W = F \cdot d$$

gegen die abstoßende Kraft aufgebracht werden (d = Abstand der Kondensatorplatten). Diese Arbeit wird wieder in potentielle Energie $q \cdot U$ "umgewandelt":

$$F \cdot d = q \cdot U \quad \text{bzw.} \\ U = E \cdot d$$

(mit $E = F/q$).

5.1.6 Kapazität

Eine Anordnung von zwei Leitern, die sowohl gegen die Umgebung als auch gegeneinander isoliert sind, heißt **Kondensator**. Der Kondensator kann elektrische

Ladung speichern. Die Feldstärke E ist proportional zur Ladung Q (siehe Punktladung), die Spannung U proportional zur Feldstärke E (Plattenkondensator). Allgemein gilt

$$Q = C \cdot U,$$

wobei der Proportionalitätsfaktor C auch **Kapazität** ("Ladungsfassungsvermögen" pro angelegter Spannung) genannt wird. Die Einheit ist $[C] = 1 \frac{C}{V} = 1 \text{ Farad (F)}$. Für einen ausgedehnten Plattenkondensator gilt näherungsweise (im Innern)

$$C = \varepsilon \varepsilon_0 \frac{A}{d},$$

wobei A die Plattenfläche und d der Plattenabstand bedeuten. ε_0 , und ε sind die absolute bzw. relative Dielektrizitätskonstante. Die materialbedingte relative Dielektrizitätskonstante ε (auch Dielektrizitätszahl genannt) ist 1 für das Vakuum und nahezu 1 für Luft. Sie beschreibt die Polarisierbarkeit von Dielektrika.

Bei Parallelschaltung von Kondensatoren addieren sich die Kapazitäten:

$$C_{\text{Ges}} = C_1 + C_2.$$

Bei Serienschaltung gilt

$$\frac{1}{C_{\text{Ges}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}.$$

Beim Aufladen des Kondensators muss Arbeit geleistet werden: die Ladungen müssen gegen die abstoßenden Kräfte der schon auf den Platten sitzenden Ladungen aufgebracht werden. Nach Aufladung steckt dann in dem Kondensator die potentielle Energie

$$W_{\text{pot}} = \frac{1}{2} C \cdot U^2.$$

5.2 Elektrodynamik

5.2.1 Der elektrische Strom

Die Bewegung elektrischer Ladungen nennt man **elektrischen Strom**. Die **elektrische Stromstärke I** ist die pro Zeit Δt fließende Ladungsmenge ΔQ :

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \quad \left(\text{besser } \frac{dQ}{dt} \right).$$

Die SI-Einheit 1 A (ampere) wird über die Kraft zwischen zwei stromdurchflossenen parallelen Drähten definiert. Die **elektrische Stromdichte j** ist der pro Querschnittsfläche A fließende Strom:

$$j = \frac{I}{A} = n \cdot q \cdot v,$$

wobei n die Ladungsträgerdichte (Zahl der Ladungsträger pro Volumen), q ihre Ladung und v ihre Geschwindigkeit ist. Tragen negative und positive Ladungen zum Gesamtstrom I_{Ges} bei (z.B. bei Elektrolyse), so gilt

$$I_{\text{Ges}} = I_- + I_+ = (n_- q_- v_- + n_+ q_+ v_+) A.$$

Die Indizes "−" oder "+" kennzeichnen die entsprechenden Größen für negative bzw. positive Ladungsträger. Die Produkte $q_- \cdot v_-$ und $q_+ \cdot v_+$ haben jeweils dasselbe Vorzeichen, da sich mit der Polarität der Ladungen im elektrischen Feld i.Allg. auch die Geschwindigkeit(richtung) umkehrt ($q_+ > 0, v_+ > 0 \Rightarrow q_- < 0, v_- < 0$). Ein Strom von positiven Ladungen, die sich von $\oplus$ nach $\ominus$ bewegen, hat also dieselbe Richtung (dasselbe Vorzeichen) wie ein Strom von negativen Ladungen, die sich von $\ominus$ nach $\oplus$ bewegen.

Voraussetzungen dafür, dass ein elektrischer Strom fließt, sind

1. das Vorhandensein von "verschiebbaren" Ladungsträgern (z.B. Elektronen in Metallen, positive und negative Ionen in Elektrolyten) und
2. eine elektrische Spannung U (elektrisches Feld E).

Analogie zum Strömen von Wasser: Es muss sowohl Wasser vorhanden sein als auch ein Gefälle (oder Druckunterschied).

Stromwirkungen: Die Tatsache, dass ein elektrischer Strom fließt, kann man an drei Effekten erkennen:

1. Ein Stromfluss durch einen (normalen) Leiter erzeugt **Wärme** (die z.B. den Faden einer Glühlampe zum Leuchten anregt).
2. Ein Stromfluss hat ein **Magnetfeld** (konzentrisch zum Strom, s.u.) zur Folge: Eine Kompassnadel in der Nähe eines stromdurchflossenen Drahtes wird abgelenkt.
3. Ein Stromfluss durch einen Elektrolyten führt zur Zersetzung des Elektrolyten mit evtl. Abscheidungen an den Elektroden (**chemische Wirkung**).

Als **elektrischen Leitwert G** eines Leiters definiert man

$$G = \frac{I}{U} \quad \left(\text{bzw. } = \frac{dI}{dU} \right), \quad [G] = 1 \frac{A}{V} = 1 \text{ S (iemen)}$$

Je mehr Strom I pro angelegter Spannung U fließt, desto besser leitet der Körper. Den inversen Wert

$$R = \frac{U}{I}, \quad [R] = 1 \frac{V}{A} = 1 \Omega \quad (\text{Ohm})$$

bezeichnet man als **Widerstand** des Leiters.

Je mehr Strom pro angelegter Spannung fließt, desto kleiner ist der Widerstand eines Leiters. Der Widerstand R eines Leiters folgt aus der Reibungskraft, die die Bewegung der Ladungsträger beim Stromfluss durch den Leiter (z.B. Elektronen im Metall) erfährt. Wenn der Widerstand R eines Leiters konstant ist (d.h. nicht von U oder I abhängt), nennt man

$$U = R \cdot I$$

das **Ohmsche Gesetz**. Dies gilt häufig für Metalle, wenn die Temperatur konstant gehalten wird.

Der Widerstand R eines drahtförmigen Leiters kann geschrieben werden als

$$R = \rho \cdot \frac{\ell}{A},$$

wobei ℓ , A die Länge bzw. der Querschnitt des Drahtes sind und die Materialkonstante ρ (temperaturabhängig) als „**spezifischer Widerstand**“ (besser: **Resistivität**) bezeichnet wird. $\sigma = 1/\rho$ nennt man **elektrische Leitfähigkeit**.

Stromarbeit: Fließt ein Strom I während der Zeit Δt durch einen Leiter (mit endlichem Widerstand R), so wird die Ladung $\Delta Q = I \cdot \Delta t$ transportiert. Wegen der Reibung (s.o.) muss die Arbeit W aufgewendet werden (von der Spannungsquelle), um den Strom aufrechtzuerhalten. Diese Arbeit wird umgewandelt in **JOULESche** (Reibungs-) **Wärme**. Es gilt

$$W = \Delta Q \cdot U = I \cdot \Delta t \cdot U.$$

Die Leistung ist dann

$$P = \frac{W}{\Delta t} = I \cdot U = \frac{U^2}{R} = I^2 \cdot R.$$

Durchläuft ein Ladungsträger (Ladung q , Masse m) im Vakuum eine elektrische Spannung U , so wird er, da keine Reibung wirkt, beschleunigt. Nach Durchlaufen der Spannung U hat er die kinetische Energie $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}mv^2$. Es gilt dann

$$W_{\text{pot}} = q \cdot U = \frac{1}{2}mv^2.$$

Daraus erhält man die Geschwindigkeit nach Durchlaufen von U :

$$v = \sqrt{2 \frac{q}{m} \cdot U}.$$

Die kinetische Energie wird nach Aufprall auf eine Platte (z.B. Anode bei Elektronen) (hauptsächlich) in Wärme umgewandelt. Analogie zur Mechanik: Ein Körper der Masse m durchfällt an der Erdoberfläche die Höhe h („Freier Fall“). Dabei wird die potentielle Energie $m \cdot g \cdot h$ in kinetische Energie $\frac{1}{2}mv^2$ umgewandelt.

Spannungsabfall: Fließt ein Strom I durch einen „Widerstand R “ (Leiter mit elektrischem Widerstand R), so erzeugt er zwischen den Enden von R die Spannung $U = R \cdot I$ („Spannungsabfall“ U).

Eine **Spannungsquelle** (z.B. Batterie) wandelt nichtelektrische (z.B. chemische) Energien in elektrische Energien um. Dabei stellt sie an den beiden Polen getrennte Ladungsträger (positive bzw. negative) zur „Verfügung“. Der Ladungsträgertransport in der Batterie erfährt auch Reibung, man hat also bei einem Strom I einen Spannungsabfall $U_i = R_i \cdot I$ am **Innenwiderstand** R_i der Batterie. Die an den Klemmen zur Verfügung stehende Spannung wird also um $U_i = I \cdot R_i$ herabgesetzt. Die **KIRCHHOFF-Regeln** ermöglichen die Berechnung von Strömen und Spannungen in verzweigten Stromkreisen (Netzwerken):

Knotenregel (1. KIRCHHOFFSche Regel): In einem Verzweigungspunkt gilt: Die Summe der zufließenden Ströme ist gleich der Summe der abfließenden.

Maschenregel (2. KIRCHHOFFSche Regel): In einer geschlossenen Masche ist die Summe der Spannungsabfälle gleich der Summe der „eingepprägten“ Spannungen (z.B. Batteriespannungen). Hierbei müssen die Vorzeichen beachtet werden.

Aus den KIRCHHOFF-Regeln folgt, dass bei der **Serienschaltung** von Widerständen sich diese zum Gesamtwiderstand addieren. Bei der **Parallelschaltung** addieren sich die Leitwerte zum Gesamtleitwert.

Wichtige Schaltungen sind die **WHEATSTONE-Brücke** und die **Potentiometer-schaltung**.

5.2.2 Leitungsmechanismen für elektrischen Strom

a) **Leitfähigkeit von Metallen:** Die Atome des metallischen Festkörpers geben ein oder mehrere Elektronen an ein gemeinsames „Elektronengas“ ab. Diese Elektronen sind frei beweglich, unterliegen bei Bewegung durch das Kristallgitter (aus den positiven Ionen) aber Reibungskräften (Stöße mit Kristallgitter). Wie die Moleküle eines Gases machen die Elektronen „unregelmäßige Bewegungen“ (durch Stöße mit Fehlstellen). Bei Anlegen einer Spannung überlagert sich dieser Bewegung eine Driftbewegung in Richtung der positiven Spannung. Die Driftgeschwindigkeit liegt nur in der Größenordnung

$$v_{\text{Drift}} \approx 0,1 \text{ mm/s}.$$

Mit wachsender Temperatur wächst der Widerstand R (bzw. von ρ) des Leiters. Die Wärmebewegung des Kristallgitters wird „stärker“ und damit auch

die Behinderung des Elektronenstroms.

Bei sehr tiefen Temperaturen wird der Widerstand plötzlich unendlich klein. Man nennt diesen Effekt **Supraleitung**. Er ist quantenmechanisch zu erklären.

- b) **Leitfähigkeit von Halbleitern:** Halbleiter haben eine Leitfähigkeit, die zwischen denen von Metallen und Nichtleitern liegt. Typische Halbleiter sind Elemente der IV. Gruppe des Periodensystems: Germanium (Ge) und Silizium (Si). Die Kristalle haben Diamantstruktur (jedes Atom hat vier enge Nachbarn). Ge, Si haben jeweils vier Elektronen in äußerster Schale, zwei Atome im Kristall "haben jeweils zwei Elektronen gemeinsam" (lokale Bindung). Dies führt zu einer Edelgaskonfiguration mit acht Elektronen in der äußersten Schale. Alle Elektronen werden also zur Bindung benötigt, d.h. es gibt keine freien Elektronen zum Ladungstransport. Erst durch Energiezufuhr werden einige Elektronen durch Aufbrechen von Bindungen freigesetzt. Bei Anlegen einer Spannung führen diese Elektronen und die positiven Löcher zu einem geringen Strom. Bei zunehmender Temperatur werden durch die erhöhte Schwingungsenergie der Atome im Kristallgitter mehr Bindungen aufgebrochen, und die Leitfähigkeit nimmt stark (exponentiell) zu.

Die Leitfähigkeit lässt sich auch durch eine (geringe) Dotierung mit z.B. Arsen (5 Elektronen in der äußersten Schale) oder Indium (3) erhöhen. Arsen "bringt nur 4 Elektronen in das Kristallgitter ein", das fünfte ist frei beweglich (n-Leiter). Bei Indium-Dotierung hat man entsprechend ein frei bewegliches positives Loch (p-Leiter).

Bringt man einen n- und einen p-Leiter zusammen (p-n-Übergang), so hat man eine **Halbleiterdiode**. Elektronen und Löcher diffundieren wechselseitig in die Randzonen und rekombinieren. Es gibt also eine Übergangszone ohne Ladungsträger. Legt man eine Spannung mit $\oplus$ -Pol an den n- und $\ominus$ -Pol an den p-Leiter, so wird die Verarmungszone breiter, d.h. der Widerstand wird größer (es fließt praktisch kein Strom: Sperrrichtung der Diode). Bei umgekehrter Spannung nimmt der Strom exponentiell mit der Spannung zu (Durchlassrichtung der Diode).

- c) **Leitfähigkeit von Elektrolyten:** Elektrolyte sind i.Allg. wässrige Lösungen von Säuren, Basen und Salzen. Durch elektrolytische Dissoziation (Hydratisierung) hat man elektrische Ladungsträger: positive Kationen und negative Anionen. Zwei Elektroden werden in den Elektrolyten getaucht, eine elektrische Spannung wird an die Elektroden gelegt: Die Kationen wandern zur Kathode ($\ominus$ -Pol), die Anionen zur Anode ($\oplus$ -Pol), d.h. man hat zwei Teilströme, deren Beträge sich zum Gesamtstrom addieren. Die Anionen

werden an der Anode abgeschieden, d.h. sie geben ihre negative Ladung(en) ab. Diese negative Ladung wandert über die äußere Spannungsquelle zur Kathode und scheidet dort die Kationen ab (die Kationen nehmen die negative Ladung auf und werden neutralisiert. Dabei können auch chemische Sekundärreaktionen ablaufen). Der elektrische Strom (Ladungstransport) ist also mit einem großen Massentransport gekoppelt. Die abgeschiedenen Massen sind proportional zu den transportierten Ladungen (**1. FARADAYSches Gesetz**). Das **2. FARADAYSche Gesetz** besagt, dass sich die durch eine bestimmte Ladung Q abgeschiedenen Massen verschiedener Stoffe verhalten wie die Äquivalentmassen (molare Masse M /Wertigkeit z). Zusammengefasst: Zur Abscheidung einer Masse m eines Stoffes braucht man eine transportierte Ladung

$$Q_m = \frac{m}{M} \cdot z \cdot F.$$

Die FARADAY-Konstante F hat den Wert $F = N_A \cdot q_e = 96.487 \text{ C} \cdot \text{mol}^{-1}$. Elektrolyte sind ohmsche Leiter, d.h. Strom I und Spannung U sind proportional zueinander. Die Beweglichkeit der Ionen wird gehemmt durch die Viskosität. Dadurch bedingt wird bei wachsender Temperatur der Widerstand kleiner bzw. die Leitfähigkeit größer.

- d) **Elektrizitätsleitung im menschlichen Organismus:** Der menschliche Organismus ist ein relativ guter Leiter. Er besteht aus ca. 70% Wasser und enthält zahlreiche Ionen. Der Widerstand zwischen den Händen ist (je nach Hautfeuchtigkeit) 1–5 k Ω . Die Gefahren für den Organismus liegen nicht so sehr in der JOULEschen Wärmeentwicklung (dafür sind hohe Ströme nötig), sondern eher Wirkungen des Stroms auf erregbare Strukturen wie Herzmuskel und Nervenfasern. Mit jedem Ein- und Ausschalten des Stromes kann eine Herzmuskel-Kontraktion verursacht werden. Besonders gefährlich ist der in die Steckdosen gelieferte Wechselstrom von ca. 50 Hz (Verkrampfung des Muskels, Herzflimmern). Hochfrequenter Wechselstrom ist weit weniger gefährlich, da die Reizleitung (erfolgt über Stofftransport, s.u.) der Stromänderung nicht folgen kann. Für die Gefährlichkeit ist auch die Dauer Δt des Elektroschocks von Bedeutung. Der maximale Strom I_{max} , der (bei 50 Hz) gerade noch kein Herzflimmern verursacht, ist

$$I_{\text{max}} = \frac{0,116}{\sqrt{t}} \text{ A s}^{1/2}.$$

Bei $U = 230 \text{ V}$ zwischen den Händen mit $R = 1 \text{ k}\Omega (\Rightarrow I = \frac{U}{R} = 230 \text{ mA})$ folgt, dass die Schockdauer nur $\Delta t = 0,25 \text{ s}$ sein darf.

Fehlerstromschutzschalter (spezielle Sicherungen insbesondere für Feuchträume) schalten bei Berührung von Netzspannung diese so schnell ab, dass der Körper nicht zu Schaden kommt.

Besondere Vorsicht ist bei Operationen angebracht. Beim direkten Stromkontakt mit dem Körperinneren (Mikroschock) ist der elektrische Widerstand wesentlich geringer (kein Hautwiderstand). Schon 10.000mal kleinere Spannungen können gefährlich werden. Saubere **Erdungen** sind notwendig.

5.2.3 Spannungsquellen (Stromquellen)

Spannungs(Strom-)quellen sollen an ihren beiden Polen positive bzw. negative Ladungen getrennt zur Verfügung stellen. Um diese Ladungen gegen die abstoßenden Kräfte der dort schon vorhandenen Ladungen an die Pole zu bringen, ist Arbeit notwendig. Je nach Art der Quelle wird die Arbeit von verschiedenen (z.B. chemischen) Energien aufgebracht. Ein Beispiel sind **galvanische Elemente**: Taucht man zwei verschiedene Metalle in einen gemeinsamen Elektrolyten, so gehen von jeder Elektrode positive Metallionen in Lösung. Die Elektroden selbst bleiben negativ geladen zurück. Es entsteht eine elektrische Doppelschicht aus positiven Ionen außerhalb der Metalloberfläche im Elektrolyten und Elektronen innerhalb der Metalloberfläche. Die Folge ist eine Spannung zwischen der Metallelektrode und dem Elektrolyten. Für die andere Elektrode aus einem anderen Metall gilt das gleiche. Allerdings wird ihre Spannung gegenüber dem Elektrolyten aufgrund ihrer anderen **Lösungstension** (Tendenz, in Lösung zu gehen) größer (wenn mehr Metallionen gelöst werden) oder kleiner (bei weniger Metallionen) als bei der ersten Elektrode sein. Zwischen den Elektroden herrscht also eine Spannungsdifferenz, die als Spannungs- bzw. Stromquelle genutzt werden kann. Die Elektrode mit der geringeren Lösungstension wird der $\oplus$ -Pol, die mit der stärkeren Lösungstension der $\ominus$ -Pol des Elements. Das DANIELL-Element (Kupfer- bzw. Zink-Elektrode in Elektrolyten mit Sulfat-Ionen) liefert eine Spannung von $U = 0,34 \text{ V}$ (Cu^{++}/Cu) – ($-0,76 \text{ V}$ (Zn^{++}/Zn)) = $1,10 \text{ V}$. Die Einzelspannungen sind dabei gegenüber einer „Normalelektrode“ gemessen.

Das **Konzentrationselement** besteht aus zwei gleichartigen Elektroden (z.B. Ag), die in gleichen Elektrolyten verschiedener Konzentration (c_1, c_2) angeordnet sind (z.B. NaCl in wässriger Lösung). Die beiden Elektrolyte seien durch eine ionenselektiv-permeable Membran voneinander getrennt, die nur die positiven Na-Ionen, nicht aber die negativen Cl-Ionen hindurchlässt. Aufgrund des Konzentrationsunterschiedes diffundieren Na^+ -Ionen durch die Membran, während die Cl^- -Ionen zurückbleiben. Es bildet sich also über die Membran eine Membranspannung oder ein Konzentrationspotential (eigentlich Potentialdifferenz) U_m aus. Nach der

NERNSTschen Gleichung ist

$$\begin{aligned} U_m &= \frac{R \cdot T}{z \cdot F} \ln(c_1/c_2) \\ &= \frac{1}{z} 0,026 \text{ V} \ln(c_1/c_2) = \frac{1}{z} 59 \text{ mV} \lg(c_1/c_2) \end{aligned}$$

Auch das Ruhepotential einer Nervenfasern ist eine solche **Membranspannung**. Innerhalb der Zellmembran sind hauptsächlich K^+ -Ionen, außerhalb hauptsächlich Na^+ - und Cl^- -Ionen vorhanden. Die GOLDMANN-Gleichung zeigt, dass nicht nur die Konzentration sondern auch die Permeabilitäten P entscheidenden Einfluss auf die Membranspannung haben. Die Permeabilität für K^+ -Ionen ist wesentlich größer als die für Na^+ -Ionen, d.h. die K^+ -Konzentrationen bestimmen im wesentlichen das Ruhepotential von -70 mV (innen negativ gegenüber außen). Durch physikalisch/chemische Einflüsse (Reize), die stark genug sind, die Membran bis auf einen Wert von -50 mV (**Schwellenpotential**) zu depolarisieren, werden Na^+ -Transportkanäle geöffnet. Die Na^+ -Ionen strömen dann in die Nervenzelle ein und bewirken eine Polaritätsumkehr auf $+40 \text{ mV}$ (innen gegenüber außen), d.h. insgesamt ist die Spannung um $+110 \text{ mV}$ geändert worden (**Aktionspotential**). Anschließend werden die Na^+ -Kanäle wieder geschlossen, und die K^+ -Ionen diffundieren (auch unter dem Einfluss von Ionenpumpen) nach außen, bis das Gleichgewicht wieder erreicht ist (**Repolarisation**). Die Reizleitung über die Nervenfaser wird durch die Fortpflanzung des Aktionspotentials entlang der Nervenfaser bewirkt. Der Aufbau des Aktionspotentials durch das Einstromen der Na^+ -Ionen erfolgt senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung durch die Zellmembran.

5.3 Das Magnetfeld

Ein Permanentmagnet oder ein stromdurchflossener Leiter übt Kräfte (bzw. Drehmomente) auf einen anderen Magneten (z.B. Kompassnadel) aus. Diese Kraft (Drehmoment-Wirkung) wird beschrieben durch die neu zu definierende Größe **Magnetfeldstärke** H . Es gibt zwei „Magnetladungen“ genannt *Nord*- bzw. *Südpol*. Man hat Abstoßung zwischen gleichnamigen und Anziehung zwischen ungleichnamigen Polen.

Unterschiede zum elektrischen Feld:

- Es gibt keine magnetischen Monopole (isolierte Nord- oder Südpole), sondern nur Dipole.
- Magnetische Feldlinien sind in sich geschlossen.

Magnetische Feldstärke H wird definiert über Drehmoment M auf „Probedipol“ m :

$$M = m \cdot H \cdot \sin \alpha$$

(oder besser als Vektorprodukt $\vec{M} = \vec{m} \times \vec{H}$).

Im Zentrum eines Solenoiden (langgestreckte Spule) ist M proportional zu $I, N, 1/\ell$. Man definiert dann einfach

$$H = N \cdot I / \ell.$$

Magnetfeldstärken werden also immer auf das Feld eines Solenoiden bezogen. Weitere Definitionen:

– **Magnetische Kraftflussdichte**

$$\vec{B} = \mu \cdot \mu_0 \cdot \vec{H}$$

mit der absoluten Permeabilitätskonstanten $\mu_0 = 1, 256 \cdot 10^{-6} \text{ V} \cdot \text{s/A} \cdot \text{m}$ und der relativen Permeabilität μ . μ ist eine dimensionslose Zahl und beschreibt die magnetischen Eigenschaften der Materie (im Vakuum ist $\mu = 1$).

– **Magnetischer Fluss**

$$\Phi = B \cdot A \cdot \cos \phi$$

(besser $\Phi = \vec{B} \cdot \vec{A}$).

Die beiden Größen B bzw. Φ sind u.a. bei der Beschreibung der Induktion sehr nützlich.

Lorentz-Kraft: Auf eine Ladung q , die sich mit der Geschwindigkeit $\vec{v}$ durch ein $\vec{B}$ -Feld bewegt, wirkt die LORENTZ-Kraft

$$\vec{F} = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}.$$

$\vec{F}$ steht also immer senkrecht auf der momentanen Geschwindigkeit $\vec{v}$ der Ladung (des Ladungsträgers). Das führt zu einer Kreis- oder Spiralbahn des Ladungsträgers im $\vec{B}$ -Feld. Da $\vec{F}$ stets senkrecht zur Bewegungsrichtung ist, leistet $\vec{F}$ keine Arbeit. Die Arbeit W ist nämlich

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s} = F \cdot s \cdot \cos \alpha.$$

Bewegte Ladungsträger stellen einen elektrischen Strom dar. Die LORENTZ-Kraft auf einen stromdurchflossenen Leiter der Länge ℓ ergibt sich zu

$$\vec{F} = \ell \cdot \vec{I} \times \vec{B}.$$

5.4 Die elektromagnetische Induktion

Bewegt man einen Leiter(draht) mit der Geschwindigkeit $\vec{v}$ in einem $\vec{B}$ -Feld senkrecht zu den $\vec{B}$ -Feldlinien, so werden natürlich auch alle Leitungselektronen mitbewegt. Damit wirkt aber die LORENTZ-Kraft auf die (freien) Elektronen. Sie bewegt die Elektronen solange zu einem Ende des Drahtes bis das sich aufbauende elektrische Feld die gleiche (aber entgegengesetzte) Kraftwirkung hat wie die LORENTZ-Kraft. Die Anhäufung von negativen Ladungen auf der einen Seite des Leiters und von positiven (Elektronenverarmung) auf der anderen bedeutet, dass ein elektrisches Feld oder eine elektrische Spannung induziert (erzeugt) worden ist.

Ganz allgemein wird immer dann eine elektrische Spannung U_{ind} induziert, wenn sich der magnetische Kraftfluss Φ durch eine Fläche A zeitlich ändert:

$$U_{\text{ind}} = -n \cdot \frac{d\Phi}{dt} = -n \cdot \frac{d}{dt}(\mu \cdot \mu_0 \cdot \vec{H} \cdot \vec{A})$$

$\vec{A}$ ist ein Flächenvektor.

Immer dann, wenn sich eine der Größen H , A oder der Winkel zwischen beiden zeitlich ändert, wird eine Spannung induziert (schnelles Ein- oder Ausschalten von H erzeugt die größten Spannungen).

Als Folge von in Leitern induzierten Spannungen fließen Ströme, die ihrerseits wieder Magnetfelder zur Folge haben. Diese Magnetfelder wechselwirken mit den ursprünglichen Magnet(B -)Feldern.

Lenzsche Regel: Die durch Induktionsvorgänge entstehenden Spannungen und Folgeerscheinungen sind stets so gerichtet, dass sie den die Induktion verursachenden Vorgang behindern.

Die Ursache für die induzierten Spannungen sind elektrische Wirbelfelder: Jedes zeitlich veränderliche $\vec{B}$ -Feld erzeugt ein $\vec{E}$ -Feld mit geschlossenen Feldlinien. Dies ist auch im Vakuum richtig. Bisher kannten wir nur elektrische Felder, die ihren Ursprung in elektrischen Ladungen hatten. Deren Feldlinien begannen in positiven und endeten in negativen Ladungen.

Selbstinduktion: Beim Abschalten eines Stromes durch eine Spule wird (da B sich ändert) in der Spule selbst auch eine Spannung induziert. Das Induktionsgesetz lässt sich vereinfacht schreiben:

$$U_{\text{ind}} = -L \cdot \frac{dI}{dt},$$

wobei die Selbstinduktion L von den Eigenschaften der Spule abhängt. Als Folge der Selbstinduktion wird der Strom beim Öffnen des Schalters nicht sofort auf

Null zurückgehen: Der aufgrund der (Selbst-)Induktion fließende Strom ist "dem Abschalten entgegengesetzt".

5.5 Ein- und Abschaltvorgänge an Kondensator und Spule

5.5.1 Kondensator

Ein Kondensator der Kapazität C sei auf die Spannung U_0 aufgeladen. Sowohl die positive wie auch die negative Ladung betragen dann $Q_0 = C \cdot U_0$. Der Energieinhalt des Kondensators ist $\frac{1}{2} C \cdot U_0^2$. Wird der aufgeladene Kondensator über einen Widerstand R kurzgeschlossen, dann werden Elektronen von der negativen Seite über den Widerstand R zur positiven Seite fließen und dort „neutralisiert“; Es fließt ein Strom $I(t)$. Nach der Kirchhoffschen Maschenregel gilt zu jedem Zeitpunkt t nach Beginn der **Entladung**

$$U_C(t) + U_R(t) = 0,$$

wobei $U_C(t)$ die Spannung über dem Kondensator und $U_R(t) = I(t) \cdot R$ der Spannungsabfall des Stroms $I(t)$ über dem Widerstand R ist. Die Ladung auf dem und damit die Spannung über dem Kondensator werden mit der Zeit immer geringer. Aus obiger Gleichung kann man ableiten, dass die Spannung $U_C(t)$ von U_0 exponentiell abfällt:

$$U_C(t) = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

Die Zeitkonstante $\tau = R \cdot C$ (SI-Einheit: Sekunde) gibt die Zeit t an, nach der $U_C(t)$ auf $\frac{1}{e} \cdot U_0$ abgefallen ist.

Beim **Aufladen** eines zunächst entladenen Kondensators über einen Widerstand R mit einer Spannungsquelle der Spannung U_0 erhält man analog ein langsames Ansteigen der Spannung $U_C(t)$ über dem Kondensator bis auf U_0 :

$$U_C(t) = U_0(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

Der Strom ist am Anfang maximal ($I_0 = U_0/R$) um dann exponentiell mit der Zeitkonstanten $\tau = R \cdot C$ auf Null abzufallen.

5.5.2 Spule (Selbstinduktion)

Ein Stromkreis bestehe aus hintereinander geschalteter Spule (L), Widerstand R und Spannungsquelle (U_0). Es fließt ein Strom $I_0 = U_0/R$, da die Spule

ideal widerstandslos sein soll. Nach **Abschalten** der Spannung (stattdessen direkte Verbindung) geht der Strom nicht sofort auf Null zurück, da ein gegenläufiger Strom induziert wird (siehe auch 5.4). Der Strom fällt vielmehr exponentiell ab:

$$I(t) = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{L/R}}$$

Die Zeitkonstante ist in diesem Fall $\tau = L/R$

Beim **Einschalten** der Spannung U_0 geht der Strom nicht gleich auf seinen vollen Wert $I_0 = U_0/R$ sondern er nähert sich, da auch hier ein gegenläufiger Strom induziert wird, exponentiell dem Maximalwert I_0 an:

$$I(t) = I_0(1 - e^{-\frac{t}{L/R}})$$

5.6 Der Wechselstrom

Wechselstrom ändert ständig seine Richtung (Vorzeichen). I.Allg. hat man es mit sinusförmigen Wechselspannungen und -strömen zu tun:

$$\begin{aligned} U(t) &= U_0 \cdot \sin \omega t \\ I(t) &= I_0 \cdot \sin \omega t, \end{aligned}$$

wenn Spannung und Strom keine Phasenverschiebung haben und

$$\begin{aligned} U(t) &= U_0 \cdot \sin \omega t \\ I(t) &= I_0 \cdot \sin(\omega t + \phi), \end{aligned}$$

wenn Spannung und Strom gegeneinander phasenverschoben sind.

In Deutschland erhalten wir "aus der Steckdose" eine Wechselspannung mit

$$U_{\text{eff}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot U_0 = 230 \text{ V}$$

(früher 220 V) mit $f = 50 \text{ Hz}$, $\omega = 2\pi f = 314 \text{ Hz}$. Die Scheitelspannung beträgt also $U_0 = 325 \text{ V}$. Die Effektivwerte U_{eff} , I_{eff} sind so definiert, dass gleichgroße Gleichspannungen bzw. -ströme dieselbe Leistung an einem ohmschen Widerstand liefern. Die meisten Wechselstrom(-spannungs)messgeräte zeigen Effektivwerte an.

Wechselstromwiderstände: Bei Gleichströmen hatte man "ohmsche Widerstände" R . Bei Wechselströmen hat man zusätzlich kapazitive (Kondensator)

und induktive (Spule) Widerstände $R_{\sim} = R_C$ und $R_{\sim} = R_L$.
 Legt man an einen Wechselstromwiderstand $R_{\sim}$ eine Spannung

$$U(t) = U_0 \sin \omega t$$

an, so fließt ein Strom

$$I(t) = I_0 \sin(\omega t + \phi),$$

d.h. der Strom hat eine Phasenverschiebung von ϕ gegenüber der angelegten Spannung. Der Wechselstromwiderstand ist das Verhältnis der Scheitelspannungen:

$$R_{\sim} = \frac{U_0}{I_0}.$$

- Bei rein **ohmschen Widerständen** R ist der Wechselstromwiderstand $R_{\sim} = R$ und die Phasenverschiebung $\phi = 0$.
- Bei rein **kapazitiven Widerständen** ist

$$R_{\sim} = \frac{1}{\omega C} \quad \text{und} \quad \phi = \frac{\pi}{2},$$

d.h. der Strom eilt der Spannung um $T/4$ voraus.

- Bei rein **induktiven Widerständen** ist

$$R_{\sim} = \omega L \quad \text{und} \quad \phi = -\frac{\pi}{2},$$

d.h. die Spannung eilt dem Strom um $T/4$ voraus.

Die **Wechselstromleistung** hängt nicht nur von U_{eff} und I_{eff} sondern auch von der Phasenverschiebung ϕ ab. Die tatsächlich in JOULEsche Wärme umgesetzte Leistung ist die Wirkleistung

$$P_W = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} \cdot \cos \phi.$$

Bei rein kapazitiven oder induktiven Verbrauchern (Widerständen) ist

$$\cos \phi = 0 \quad \phi = \frac{\pi}{2} \quad \text{oder} \quad -\frac{\pi}{2}$$

und damit auch $P_W = 0$. Dann fließt die zum Aufbau von elektrischem oder magnetischem Feld notwendig gewesene Energie in der zweiten Halbphase wieder zurück in die "Steckdose" (Spannungsquelle). Im Zeitmittel ist $P = 0$.

Wechselstromgenerator: In einem $\vec{B}$ -Feld wird eine Spule gedreht (z.B. Dynamo). Die induzierte Wechselspannung ist

$$U_{\text{ind}} = -n \cdot \frac{d\phi}{dt} = -n \cdot B \cdot A \cdot \frac{d}{dt} \cos \omega t = -n \cdot B \cdot A \cdot \omega \sin \omega t$$

Transformator: Zwei Spulen mit Windungszahlen n_1, n_2 sind auf ein Eisenjoch gewickelt. Die Wechselspannungen an Ein- und Ausgang verhalten sich wie

$$\frac{U_{\sim 1}}{U_{\sim 2}} = \frac{n_1}{n_2}.$$

Wegen Energieerhaltung ist

$$\frac{I_{\sim 1}}{I_{\sim 2}} = \frac{n_2}{n_1}.$$

Elektrischer Schwingkreis: Parallelschaltung einer Kapazität C und einer Induktivität L . Zunächst wird C aufgeladen (elektrische Feldenergie $W_0 = \frac{1}{2} C U_0^2$). Danach entlädt sich C über L , ein B -Feld wird in der Induktivität aufgebaut ($\frac{1}{2} C U_0^2$ geht über in $\frac{1}{2} L I_0^2$). Der Strom fließt weiter, selbst wenn C entladen ist (die Selbstinduktion versucht, den Strom aufrechtzuerhalten), und lädt den Kondensator mit umgekehrter Polarität wieder auf. Dann beginnt der Vorgang von neuem. In Analogie zum mechanischen Pendel, wo die Energie zwischen potentieller und kinetischer Form hin- und herschwingt, hat man hier Übergänge zwischen elektrischer Energie in der Kapazität und magnetischer Energie in der Induktivität. Der Strom ergibt sich zu

$$I = I_0 \sin \omega t \quad \text{mit} \quad \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

(Thomson-Gleichung).

5.7 Elektromagnetische Wellen

Ein Schwingkreis wird (in einem Gedankenversuch) derart "verbogen", dass ein **Hertzscher Dipol** übrigbleibt. Die Ladungen schwingen von einem Ende zum anderen. Sie bauen elektrische Felder auf, die "abgeschnürt" werden und sich mit Lichtgeschwindigkeit c ausbreiten. Mit der Bewegung der Ladungen im Dipol sind $\vec{B}$ -Felder verbunden, die ebenfalls abgeschnürt werden. $\vec{B}$ ist senkrecht zu $\vec{E}$, beide senkrecht zur Ausbreitungsgeschwindigkeit $\vec{c}$. Diese **elektromagnetische Welle** ist also eine (polarisierbare) Transversalwelle. Sowohl $\vec{E}$ als auch $\vec{B}$ genügen der Wellengleichung

$$u(x, t) = u_0 \sin \left(2\pi \frac{t}{T} \pm 2\pi \frac{x}{\lambda} \right)$$

mit $c = \lambda \cdot f = \lambda/T$.

Die Lichtgeschwindigkeit ist

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\epsilon_0\mu\mu_0}},$$

im Vakuum ist $c = 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

5.8 Magnetische Eigenschaften der Materie

Wird Materie (mit der relativen Permeabilität μ) in ein Feld $B_0 = \mu_0 \cdot H$ gebracht, so hat man $B = \mu\mu_0 H = \mu B_0 = (1 + \kappa)B_0$. κ heißt Suszeptibilität.

Es gibt **Diamagnetismus** ($\kappa < 0$), **Paramagnetismus** ($\kappa > 0$, $\cong +10^{-5}$) und **Ferromagnetismus** ($\kappa \gg 0$, $\cong +10^3$).

Diamagnetismus: Das magnetische Moment der Hüllenelektronen ist 0. Durch äußeres Feld wird magnetisches Moment induziert (κ negativ wegen LENZscher Regel). **Paramagnetismus:** Hüllenelektronen haben magnetische Momente. Diese werden in äußeres Feld nur ausgerichtet.

Ferromagnetismus: Ganze Kristallbereiche haben schon parallele magnetische Momente (WEISSsche Bezirke). Diese werden im äußeren Feld in Feldrichtung geklappt.

6 Optik

Optik ist die Lehre vom sichtbaren Licht und angrenzenden Wellenbereichen. Licht ist elektromagnetische Strahlung, hat also eine Frequenz f und eine Wellenlänge λ . Sichtbar ist etwa der Wellenlängenbereich 400–800 nm (im Vakuum oder Luft), als Infrarot bezeichnet man den Bereich bis 10^{-4} m, Ultraviolett reicht hinab bis etwa 10^{-8} m. Die Lichtgeschwindigkeit in Materie ist

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\epsilon_0\mu\mu_0}},$$

im Vakuum ($\epsilon = \mu = 1$) hat man $c_0 = 2,998 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Der **Brechzahl** ist definiert als Verhältnis der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum zu der im Medium: $n = c_0/c$. **Dispersion** nennt man die Tatsache, dass c und n von der Wellenlänge abhängen: $c = c(\lambda)$, $n = n(\lambda)$. Im allgemeinen wird n mit wachsender Wellenlänge kleiner, d.h. $n_{\text{blau}} > n_{\text{rot}}$. Der (subjektive) Farbeindruck ist frequenzbedingt: Beim Übergang von Licht von einem Medium in ein anderes ändert sich die Wellenlänge, nicht aber die Frequenz des Lichts. Der Farbeindruck bleibt ebenso erhalten.

Dualismus der Lichtvorstellung: Je nach Experiment zeigt Licht Wellencharakter (Interferenz, Beugung) oder Teilchencharakter (Photo-, Comptoneffekt). Die

Photonen haben die Masse hf/c^2 , die Energie hf und den Impuls h/λ . Umgekehrt haben auch Korpuskeln Welleneigenschaften (Elektroneninterferenzen, Elektronenmikroskop). Die DE BROGLIE-Wellenlänge ist $\lambda = h/p$.

6.1 Geometrische Optik

Die Geometrische Optik (G.O.) beschäftigt sich mit der Ausbreitung von Lichtstrahlen (LS), das sind Lichtbündel deren Breite klein ist. Die Herstellung von Lichtstrahlen erfolgt mit Blenden, deren Durchmesser nicht zu klein sein dürfen, damit keine Beugungseffekte dominieren. In der G.O. gibt es zwei Grundsätze:

1. Satz von der Umkehrbarkeit des Lichtweges und
2. LS beliebiger Herkunft können sich kreuzen, ohne sich zu stören.

6.1.1 Schattenbildung

Punktförmige Lichtquellen liefern scharfe Schattenbilder von Objekten, ausgedehnte Kernschatten, Halbschatten. Anwendung: Röntgenbilder.

6.1.2 Reflexion

Reflexion eines LS an ebener Trennfläche zweier Medien: Teilweise Reflexion mit Einfallswinkel gleich Ausfallswinkel (gemessen vom Lot). Anwendung: Zentralspiegel ("Katzenauge"), Messinstrumente mit Zeiger. An unebener Oberfläche hat man **diffuse** Reflexion.

6.1.3 Brechung

LS fällt auf die Grenzfläche zweier optisch verschieden dichter Medien. Ein Teil wird reflektiert (s.o.), ein Teil wird ins andere Medium hineingebrochen. Der einfallende Strahl, das Lot, der reflektierte Strahl und der gebrochene Strahl liegen in einer Ebene. Es gilt das **Snelliussche Brechungsgesetz**

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{n_2}{n_1},$$

wobei sich die Indizes auf Medium 1 bzw. 2 beziehen. Beim Übergang vom optisch dünneren (n_1) ins dichtere Medium ($n_2 > n_1$) wird der Strahl also zum Lot hin gebrochen.

6.1.4 Totalreflexion

Beim Übergang vom optisch dichteren (2) ins dünnere (1) Medium ($n_2 > n_1$) gibt es einen Grenzwinkel α_{2T} der Totalreflexion mit

$$\sin \alpha_{2T} = \frac{n_1}{n_2}.$$

(Der Ausfallswinkel ist dafür gerade 90°). Für Winkel $\alpha_2 > \alpha_{2T}$ wird kein Licht mehr ins Medium 2 gebrochen, man hat Totalreflexion. Für Wasser/Luft ist $\alpha_{2T} = 48,6^\circ$, für Glas ($n = 1,55$)/Luft $40,5^\circ$. Anwendungen:

1. Rechtwinklig gleichseitiges Prisma zur Bildumkehr,
2. Lichtleiter und Bildleiter aus flexiblen Kunststoff- oder Glasfasern für z.B. Endoskopie.

6.1.5 Abbildung durch Reflexion

Ein Parabolspiegel (gekrümmter Spiegel mit Paraboloidform) bildet einen Gegenstand G mit der Gegenstandsweite g (Abstand Gegenstand-Scheitelpunkt) ab auf ein Bild B mit der Bildweite b (Abstand Bild-Scheitelpunkt). Es gilt die **Abbildungsgleichung**

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b}.$$

Die Brennweite f ist der Abstand Brennpunkt-Scheitelpunkt. Die Abbildungsgleichung gilt auch für (meist gebräuchliche) sphärische Linsen, wenn man sich auf achsennahe Strahlen beschränkt. Die Brennweite f ist dann gleich dem halben Radius. Zur (geometrischen) Bildkonstruktion bedient man sich dreier ausgezeichneter Strahlen:

1. Der Strahl durch den Mittelpunkt der Kugel wird in sich reflektiert,
2. der Strahl durch den Brennpunkt wird parallel zur Achse und
3. der Strahl parallel zur optischen Achse wird durch den Brennpunkt reflektiert. Das Größenverhältnis von Bild und Gegenstand ist

$$V = \frac{B}{G} = \frac{b}{g}.$$

Je nach Lage des Gegenstandes kann das Bild reell oder virtuell, vergrößert oder verkleinert, aufrecht oder umgekehrt sein.

6.1.6 Abbildung durch Brechung

Eine **planparallele Platte** bricht einen schräg einfallenden Strahl zweimal. Der ausfallende Strahl ist parallelversetzt zum einfallenden.

Ein **Prisma** bricht einen einfallenden Strahl ebenfalls zweimal. Die gesamte Ablenkung ist für Blau größer als für Rot (Dispersion).

Linsen: Sphärische Linsen sind von zwei Kugelflächen begrenzte Glaskörper. Sammellinsen sind in der Mitte dicker als am Rand, bei Zerstreuungslinsen ist es umgekehrt. Je nach Krümmung der Oberflächen in bezug auf den ein- oder ausfallenden Strahl spricht man von konvexen (zum einfallenden Strahl hin) bzw. konkaven Oberflächen. Brennpunkte sind die Punkte, durch die alle einfallenden achsenparallelen, achsennahen Strahlen gebrochen werden. Brennweite f ist der Abstand des Brennpunktes von der Linsenmitte. Linke und rechte Brennweite einer (dünnen) Linse sind immer identisch, wenn links und rechts von der Linse dasselbe Medium (i.Allg. Luft) ist.

Die **Abbildungsgleichung** ist wie beim Hohlspiegel

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}.$$

Gegenstandsweite g und Bildweite b werden vom Linsenmittelpunkt gemessen. Der Abbildungsmaßstab β ist das Verhältnis von Bildgröße B und Gegenstandsgröße G :

$$\beta = \frac{B}{G} = \frac{b}{g}.$$

$D = 1/f$ ist die sog. Brechkraft mit der Einheit 1 Dioptrie (dpt) = 1 m^{-1} . Mit Hilfe dreier ausgezeichneter Strahlen lässt sich das Bild eines Gegenstandes auch geometrisch konstruieren:

1. Vom Gegenstand ausgehende achsenparallele Strahlen werden von der (dünnen) Sammellinse durch den Brennpunkt auf der anderen Seite gebrochen.
2. Der Strahl durch den Mittelpunkt der Linse geht ungebrochen hindurch.
3. Der Strahl durch den Brennpunkt auf der Seite des Gegenstandes wird von der Linse so gebrochen, dass er achsenparallel weiterläuft. Der Schnittpunkt der drei Strahlen (zwei genügen auch) ist der Bildpunkt.

Für Zerstreuungslinsen gilt dieselbe Abbildungsgleichung wie für Sammellinsen, nur ist die Brennweite f negativ. Damit sind die Bildweiten auch immer negativ, d.h. das Bild liegt auf derselben Seite der Zerstreuungslinse wie der Gegenstand.

Dies bedeutet, dass das Bild **virtuell** ist und damit nicht auf einem Schirm sichtbar gemacht werden kann. Ein Auge kann dieses "scheinbare" Bild sehen. Dieses virtuelle Bild liegt immer innerhalb der einfachen Brennweite. Die geometrische Konstruktion des Bildes erfolgt wieder über die drei ausgezeichneten Strahlen; man muss nur bedenken, dass die zugehörigen Brennpunkte jetzt vertauscht sind.

Bei **dünnen Linsen** gilt, wenn die Radien der begrenzenden Kugeln r_1 bzw. r_2 sind,

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = (n - 1) \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right).$$

Für $r_1 = r_2 = r$ und $n = 1,5$ bedeutet das $f = r$.

Bei Systemen aus dünnen Linsen mit geringen Abständen werden die Brechkräfte addiert: $D = D_1 + D_2$.

Bei **dicken Linsen** werden Hauptebenen definiert, von denen aus Brenn-, Gegenstands- und Bildweiten gemessen werden. Dann gilt die Abbildungsgleichung wie bisher.

Bei Brechung an einer *einzelnen Kugeloberfläche* (z.B. Einfallsmedium(n_1) Luft, Ausfallsmedium(n_2) Glas) gilt die **fundamentale Abbildungsgleichung**

$$\frac{n_1}{g} + \frac{n_2}{b} = (n_2 - n_1) \frac{1}{r}.$$

Einige Linsenfehler:

1. **Sphärische Aberration** zeigen sphärische (kugelförmige) Linsen: Randstrahlen werden stärker gebrochen als paraxiale Strahlen.
2. **Chromatische Aberration** hat man wegen der Dispersion: Blau wird stärker gebrochen als Rot.
3. **Astigmatismus** zeigt die Linse, wenn in zwei senkrecht zueinander stehenden Ebenen verschiedene Krümmungen auftreten (kann beim Auge auftreten). Ein Punkt wird dann als Stab abgebildet. Eine Korrektur erfolgt mit Zylinderlinsen.

Durch Linsensysteme können obige Fehler (teilweise) korrigiert werden.

6.1.7 Optische Instrumente

Das **Auge** hat vier brechende Medienübergänge: Luft($n = 1$)/Hornhaut($n = 1,38$), Hornhaut/Kammerwasser ($n = 1,34$), Kammerwasser/Linse ($n = 1,36$), Linse/Glaskörper ($n = 1,34$). Eine wesentliche Brechkraft liefert also (nach fundamentaler Abbildungsgleichung) nur der Übergang Luft/Hornhaut ($r = 7,8\text{mm}$).

Die Bildweite des Auges ist konstant, der Gegenstand wird auf der **Retina** (Netzhaut) scharf abgebildet. Um verschiedenen entfernten Gegenstände abbilden zu können, muss das Auge seine Brennweite(n) variieren. Dies geschieht durch den Ringmuskel, der die Krümmung der Linse verändert. Bei entspanntem (normalen) Auge (der Ringmuskel zieht die Linse zu einem flacheren Gebilde auseinander) werden "unendlich" entfernte Gegenstände (mit parallel einfallenden Lichtstrahlen) scharf abgebildet. Die Brennweite auf der Bildseite ist dann etwa dem Glaskörperdurchmesser: $f_2 = 23\text{ mm}$. Durch Vergrößerung des Linsenradius kann das (jugendliche) Auge noch Gegenstände scharf abbilden, die nur einen Abstand von $g = 8\text{ cm}$ haben. Die Brennweite ist dann $f_2 = 19\text{ mm}$. Die richtige Einstellung der Brennweite heißt **Akkommodation**.

Die Retina, auf der das Bild entsteht, besteht aus lichtempfindlichen **Stäbchen** und **Zäpfchen**. Die Stäbchen sind lichtempfindlicher, die Zäpfchen sind farbmempfindlich. Zäpfchen gibt es nur in der einige mm^2 großen Fovea (Netzhautgrube). Durch Abtasten und Nachleuchten erscheint das gesamte Bild farbig.

Häufige Augenfehler sind **Kurzsichtigkeit** und **Weitsichtigkeit**. Bei der Kurzsichtigkeit ist der Glaskörper zu lang, der bildseitige Brennpunkt liegt bei entspanntem Auge innerhalb des Glaskörpers. Die minimale Brechkraft ist also zu groß, um (weit) entfernte Gegenstände scharf auf der Retina abbilden zu können. Korrigieren kann man diesen Fehler durch eine Zerstreuungslinse als Brille.

Bei Weitsichtigkeit ist der Glaskörper zu kurz; der Brennpunkt liegt hinter der Retina. Die Brechkraft des entspannten Auges ist dann zu klein, um entfernte Gegenstände scharf abbilden zu können. Der Radius der Linse wird dann natürlich verkleinert, das Auge ist nicht mehr im entspannten Zustand. Nachteilig bemerkbar macht sich dieser Fehler bei kleinen Gegenstandsweiten: Die fehlende Brechkraft kann nicht mehr ausgeglichen werden, man braucht eine Sammellinse als Brille.

Beim Tauchen hat man statt eines Luft/Hornhaut-Übergangs einen Wasser ($n = 1,33$)/Hornhaut ($n = 1,38$)-Übergang; die Brechkraft ist also so klein, dass nicht mehr scharf gesehen werden kann. Eine Taucherbrille mit Luft vor dem Auge schafft Abhilfe.

Die **spektrale Empfindlichkeit** des Auges ist bei 555 nm am größten.

Abbildungsmaßstab und Vergrößerung: Wir hatten den Abbildungsmaßstab β eines abbildenden Systems definiert als Verhältnis Bildgröße B zu Gegenstandsgröße G . Etwas anderes ist die Größe, unter der einem Betrachter ein Gegenstand erscheint. Gleich große Bilder auf der Netzhaut können von verschieden großen, verschieden weit entfernten Gegenständen erzeugt werden. Alle Gegenstände, die unter einem Sehwinkel ε (der Randstrahlen) gesehen werden, haben dieselbe scheinbare Größe.

Auflösungsvermögen oder Sehschärfe ist die Fähigkeit, zwei getrennte Punkte noch getrennt wahrzunehmen. Das Auflösungsvermögen des Auges ist

begrenzt durch die Struktur der Netzhaut: Wenn zwei Gegenstandspunkte so nahe beieinanderliegen, dass ihr Bild auf ein Zäpfchen fällt, kann das Auge sie nicht mehr getrennt wahrnehmen. Minimaler Schwinkel des Auges ist 1 Bogenminute (entspricht 0,07 mm Abstand in **deutlicher Sehweite** $s_0 = 25$ cm). Optische Instrumente können den Schwinkel vergrößern. Die **Vergößerung** ist dann definiert (für Gegenstände, die man vor das Auge halten könnte):

$$v = \frac{\text{Schwinkel mit Instrument}}{\text{Schwinkel ohne Instrument in 25 cm Abstand}}.$$

Die **Lupe** ist eine Sammellinse kurzer Brennweite. Der Gegenstand liegt im Brennpunkt, das dicht davorgehaltene Auge sieht also parallele von einem Gegenstandspunkt ausgehende Strahlen, erzeugt also im entspannten Zustand ein Bild auf der Netzhaut. Die Randstrahlen des Gegenstandes bilden (durch die Lupe) einen Schwinkel ε mit $\tan \varepsilon \approx \varepsilon = G/f$. Dann ist

$$v_{\text{Lupe}} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = \frac{G}{f} : \frac{G}{s_0} = \frac{s_0}{f}.$$

In Mikroskopen und Fernrohren dient die Lupe als Okular.

Das **Mikroskop** besteht aus einem Objektiv (Sammellinse kurzer Brennweite) und einem Okular. Der Gegenstand liegt etwas außerhalb der Brennweite des Objekts, so dass man ein vergrößertes reelles Zwischenbild erhält. Dieses liegt im Brennpunkt des Okulars oder etwas innerhalb der Brennweite, so dass ein virtuelles Bild entsteht. Der Abstandsmaßstab des Objekts ist

$$\beta = \frac{B}{G} = \frac{b}{g} \sim \frac{t}{f_{\text{obj}}}$$

(t ist die Tubuslänge) und die Vergrößerung des Okulars $v_{\text{oku}} = s_0/f_{\text{oku}}$, so dass man eine Gesamtvergrößerung hat von

$$v_{\text{mikr}} = \frac{t}{f_{\text{obj}}} \cdot \frac{s_0}{f_{\text{oku}}}.$$

Durch Einsatz eines zusätzlichen „HUYGENS-Okulars“ vor dem Okular erhält man ein größeres Gesichtsfeld sowie gewisse Korrekturen von sphärischer und chromatischer Aberration. Ein Immersionsobjektiv (optisches Öl zwischen Deckglas und Objektiv mit Brechungsindex ähnlich dem des Glases) vergrößert die **numerische Apertur** $n \cdot \sin \alpha$ und erhöht damit das Auflösungsvermögen des Mikroskops.

6.2 Wellenoptik

Wenn, wie in Kapitel 6.1 angedeutet, Blendendurchmesser oder andere Hindernisse klein sind (in Größenordnung der Lichtwellenlänge oder kleiner), dann ist die

Lichtausbreitung nicht mehr nur geradlinig („Geometrische“ Optik) sondern es dominieren **Beugungseffekte**. Huygenssche Elementarwellen, die von der Primärwelle am Hindernis erzeugt werden, breiten sich in alle Richtungen aus und erzeugen damit Licht im geometrischen Schattenraum des Hindernisses, d.h. das Licht wird „um die Ecke gelenkt“. Durch Interferenzen von Huygensschen Elementarwellen erhält man Beugungsmuster. Beim Auftreffen einer ebenen Welle auf einen **Spalt** sieht man auf einem (entfernten) Schirm links und rechts von dem umgebogenen Lichtstrahl abwechselnd Minima und Maxima der Lichtintensität. Das i -te ($i = 1, 2, \dots$) Minimum (gegenseitige Auslöschung der Elementarwellen) z.B. findet man unter dem Winkel α_i zur Einfallrichtung:

$$b \cdot \sin \alpha_i = i \cdot \lambda,$$

wobei b die Spaltbreite und λ die Wellenlänge sind. Die Beugungsmaxima findet man unter Winkeln α_k , für die gilt:

$$b \cdot \sin \alpha_k = (k + 1/2) \cdot \lambda,$$

($k=1,2,\dots$). Die Intensität der Maxima nimmt mit wachsendem k stark ab.

Beim **Gitter**, einer Anordnung aus vielen parallelen schmalen Spalten, erhält man bei Auftreffen einer ebenen Welle nahezu gleich intensive schmale Beugungsmaxima bei

$$g \cdot \sin \alpha_m = m \cdot \lambda.$$

Die Gitterkonstante g bezeichnet den Abstand der Spalte, $m = 0, 1, 2, \dots$. Optische Gitter werden häufig in Spektrometern eingesetzt, mit denen auf und obiger Gleichung Wellenlängen gemessen werden können. Im Gegensatz zu Prismen, bei denen „Blau“ stärker gebrochen wird als „Rot“, ist der Beugungswinkel beim Gitter für „Rot“ größer als für „Blau“.

Bei einer Lochblende (kreisförmige Öffnung) erhält man als Beugungsbild eine abwechselnde Folge heller und dunkler konzentrischer Ringe. Das erste Minimum liegt z.B. unter einem Winkel α_l für den gilt

$$r \cdot \sin \alpha_l = 0,61 \cdot \lambda,$$

wobei r der Radius der Blende ist. Beim Mikroskop ist das Objektiv die beugende „Lochblende“. Das führt dazu, dass die Bilder zweier nahe beieinanderliegender Objektpunkte zwei Scheibchen (zentrale Beugungsmaxima) sind, die einander überlappen können. Die Bilder kann man nur dann noch als getrennt erkennen, wenn der Abstand der Scheibchen mindestens so groß ist, dass das zentrale Beugungsmaximum des einen Objektpunktes in das erste Minimum des zweiten fällt. Aus dieser Forderung ergibt sich der kleinste Abstand zweier Objektpunkte, die noch getrennt wahrgenommen werden können, zu

$$\delta_{\text{min}} = \frac{0,61 \cdot \lambda}{n \sin \alpha}.$$

Die Brechzahl n des Mediums zwischen Objekt und Objektiv kann z.B. durch Einbringen von Immersionsöl auf 1,51 erhöht werden. Den reziproken Wert $A =$

$1/\delta_{\min}$ bezeichnet man als **Auflösungsvermögen**.

7 Atom- und Kernphysik

7.1 Aufbau der Atome

Ein **Atom** (elektrisch neutral, Durchmesser $\approx 10^{-10}$ m) besteht aus einem positiv geladenen sehr kleinen **Kern** ($\approx 10^{-15}$ m) mit Z Protonen (positiv) und N Neutronen (neutral) sowie einer **Hülle** aus Z Elektronen (negativ). Praktisch die gesamte Masse des Atoms ist im Kern konzentriert (Atomgewicht $A = N + Z$; die Masse von Protonen und Neutronen ist etwa gleich). Nach dem anschaulichen (aber nicht richtigen) **BOHRschen Atommodell** bewegen sich die Elektronen auf gewissen Bahnen, die einem bestimmten Energiezustand entsprechen, um den Kern. Analog zur Bewegung der Satelliten um die Erde, wo die Zentrifugalkraft die anziehende Gravitationskraft kompensiert, wirkt hier die anziehende Coulombkraft zwischen positivem Kern und negativem Elektron. Im Gegensatz zu den Satelliten, die in beliebigen Höhen über der Erde positioniert werden können, gibt es für die Elektronen nur ganz bestimmte stationäre Bahnen. Die Energiezufuhr ("Anregung": z.B. durch Erwärmung, durch Elektronenstoß oder durch Lichtabsorption, wenn die Frequenz des Lichts mit einer Übergangsfrequenz übereinstimmt) werden Elektronen auf höhere Bahnen gebracht. I.Allg. fallen sie spontan zurück und senden dabei **elektromagnetische Strahlung** (z.B. Licht, Röntgenstrahlung) aus, deren Frequenz f proportional zum Energieunterschied ΔW der Bahnen ist:

$$\Delta W = h \cdot f,$$

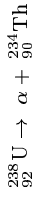
wobei $h = 6 \cdot 10^{-34}$ J s das PLANCKSche Wirkungsquantum ist. **Sichtbares Licht** wird i.Allg. durch Übergänge der äußeren Hüllenelektronen (Valenzelektronen) erzeugt, **charakteristische Röntgenstrahlung** durch Übergänge zwischen den innersten Bahnen (deren Energieunterschiede ΔW größer sind und damit auch die Frequenz f der Strahlung).

Die **Atomkerne** (Nuklide), bestehend aus den Nukleonen Proton und Neutron, werden durch die sehr starken kurzreichweitigen Kernkräfte zusammengehalten (gegen die abstoßenden Coulombkräfte zwischen den positiven Protonen). Zu einem Element, gekennzeichnet durch die **Kernladungszahl** Z (Zahl der Protonen) gibt es i.Allg. mehrere **Isotope** mit unterschiedlich vielen Neutronen und damit unterschiedlichen Atomgewichten $A = Z + N$. Als Symbol verwendet man z.B. für das Kohlenstoff-12-Isotop $^{12}_6\text{C}$, wobei $A = 12$ das Atomgewicht und $Z = 6$ die Kernladungszahl. Die instabilen Isotope zerfallen ("radioaktiver Zerfall") von selbst und bilden dann "neue" Elemente.

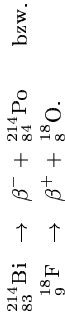
7.2 Radioaktivität

Viele Isotope, natürliche oder künstlich hergestellte, sind instabil. Die Kerne zerfallen mit einer für das spezielle Isotop charakteristischen Halbwertszeit unter Aussendung von radioaktiver Strahlung. Die Strahlungsarten können sein:

Alpha(α)-Strahlung: α (alpha)-Teilchen bestehen aus 2 Protonen und 2 Neutronen (^4_2He -Kern). Beim α -Zerfall wird ein neuer Kern gebildet, der eine um $N + Z = 4$ verringerte Massenzahl und eine um $Z = 2$ verringerte Ordnungszahl hat. Beispiel:



Beta(β)-Strahlung: β (beta)-Strahlung besteht aus Elektronen (β^-) oder Positronen (β^+). Beide stammen aus dem Kern und werden dort durch Umwandlung von Neutronen ($n \rightarrow p + \beta^- + \text{Antineutrino}$) oder Protonen ($p \rightarrow n + \beta^+ + \text{Neutrino}$) gebildet. Nach Emission des β -Teilchens bleibt ein Kern mit einer um 1 erhöhten (bei β^- -Zerfall) bzw. um 1 erniedrigten (bei β^+ -Zerfall) Kernladungszahl zurück. Die Massenzahl ändert sich nicht (Elektronenmasse ist sehr klein). Beispiel:



Die Positronen (β^+) reagieren sehr schnell mit in Materie vorhandenen Elektronen und zerstrahlen in zwei diametral auseinanderfliegende γ -Teilchen:

$$\beta^+ + \beta^- \rightarrow 2 \gamma.$$

Gamma(γ)-Strahlung: Hochenergetische elektromagnetische Wellen. Angeregte Kerne gehen unter Aussendung von γ -Strahlung in einen niedrigeren Energiezustand über (analog den Elektronen in der Atomhülle). Dies passiert häufig nach α - und β -Zerfall. Bei γ -Emission ändert sich weder Kernladungszahl noch Massenzahl, d.h. das Isotop bleibt dasselbe.

Der Zerfall der radioaktiven Kerne ist ein statistischer Prozess. Man kann für ein spezielles Isotop eine Wahrscheinlichkeit angeben, mit der innerhalb eines gewissen Zeitintervalls ein Kern zerfällt. Daraus ergibt sich ein exponentielles **Zerfallsgesetz**:

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t},$$

7.3 Röntgenstrahlung

Erzeugung von Röntgenstrahlen (engl. X-rays): In einer evakuierten Röhre setzt ein Heizstrom Elektronen aus einer Glühkathode frei. Eine hohe Spannung ($U \approx 100 \text{ keV}$) beschleunigt die Elektronen von der Kathode zur Anode (i.Allg. aus Wolfram). Dabei wird die zunächst potentielle Energie $W_{\text{pot}} = e \cdot U$ (e = Elektronenladung) der Elektronen in kinetische Energie $W_{\text{kin}} = 1/2 m v^2$ umgewandelt:

$$e \cdot U = \frac{1}{2} m v^2.$$

In der Anode werden die Elektronen innerhalb weniger Atomlagen wieder abgebremst, wobei der größte Teil (99%) der elektrischen Energie in Wärme umgesetzt wird. Nur etwa 1% wird als Röntgenstrahlung emittiert: Beim "Abbremsen" werden die Elektronen im Coulombfeld der Kerne des Anodenmaterials abgelenkt (analog einem Kometen im Gravitationsfeld der Sonne). Die Ablenkung ist mit einer (Zentrifugal-) Beschleunigung verbunden, was dazu führt, dass die Elektronen Röntgenquanten (-strahlung) emittieren (beschleunigte Ladungen strahlen elektromagnetische Wellen ab). Das **Röntgenbremspektrum** (Intensität der Röntgenstrahlung aufgetragen gegen Wellenlänge) zeigt eine minimale Wellenlänge λ_{min} : Gibt ein Elektron seine gesamte Energie $W_{\text{kin}} = 1/2 m v^2 = e \cdot U$ an **ein** Röntgenquant ab, so hat das Röntgenquant die maximal mögliche Energie $W_{\text{max}} = h \cdot f_{\text{max}} = e \cdot U$. Der maximalen Frequenz $f_{\text{max}} = \frac{eU}{h}$ entspricht (wegen $c = f \cdot \lambda$) eine **minimale Wellenlänge**

$$\lambda_{\text{min}} = \frac{c}{f_{\text{max}}} = \frac{c \cdot h}{e \cdot U}.$$

Gibt das Elektron nur einen Teil seiner Energie an ein Röntgenquant ab, so hat dieses eine Wellenlänge $\lambda > \lambda_{\text{min}}$.

Wird die Anodenspannung U erhöht, so wird sich λ_{min} zu kleineren Wellenlängen verschieben: Die Röntgenstrahlung wird **härter**, d.h. sie wird energiereicher und damit durchdringungsfähiger. Zudem wird bei Erhöhung von U die Intensität größer.

Wird nur der Heizstrom erhöht, so erhöht sich nur die Intensität der Röntgenstrahlung. Die Form des Röntgenbremspektrums ändert sich nicht.

Dem kontinuierlichen Röntgenbremspektrum überlagert ist die **charakteristische Röntgenstrahlung** (einzelne scharfe Linien): Beschleunigte Elektronen stoßen Elektronen aus den innersten Bahnen (der Atomhülle) der Anodenatome heraus. Elektronen aus höheren Schalen "fallen" in die unteren und "füllen die Lücken". Dabei wird (analog dem sichtbaren Licht bei Übergängen von Elektronen in den äußeren Schalen) charakteristische Röntgenstrahlung emittiert. Das entsprechende Linienspektrum ist charakteristisch für das Anodenmaterial.

wobei N_0 die zur Zeit $t = 0$ vorhandenen Kerne, $N(t)$ die zur Zeit t noch nicht zerfallenen Kerne, und λ die für das Isotop charakteristische Zerfallskonstante sind. Die **Halbwertszeit** $T_{1/2}$ ist die Zeit, nach der die Hälfte der Kerne zerfallen ist:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}.$$

Die **Aktivität** A eines radioaktiven Präparats gibt die Zahl der Zerfälle pro Sekunde an (A wird mit der Zeit kleiner):

$$A(t) = \left| \frac{dN}{dt} \right| = N(t) \cdot \lambda = \lambda \cdot N_0 e^{-\lambda t}.$$

Die SI-Einheit von A ist $[A] = 1 \text{ Becquerel (Bq)} = 1 \text{ s}^{-1}$. Eine alte Einheit ist das Curie (Ci):

$$1 \text{ Ci} = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ Bq}.$$

Künstliche radioaktive Isotope kann man an Teilchenbeschleunigern und Kernreaktoren durch Beschuss von Atomkernen mit z.B. Protonen oder Neutronen erzeugen. Dabei finden Kernumwandlungen statt, z.B. erzeugt man das in der Positronen-Emissions-Tomographie (PET) viel verwendete radioaktive Isotop ^{18}F (Fluor-18) am Zyklotronbeschleuniger mit Protonen von ca. 17 MeV über die Reaktion



Das mit $^{18}_9\text{F}$ markierte Pharmazeutikum Fludeoxyglukose (FDG) wird den zu untersuchenden Patienten injiziert und von eventuellen Tumoren stärker aufgenommen als das umgebende Gewebe. Der Positronen-Emissions-Tomograph misst die beiden nach dem β^+ -Zerfall des $^{18}_9\text{F}$ diametral emittierten γ -Quanten (beide haben eine Energie von 511 keV), rekonstruiert ihren Entstehungsort und lokalisiert damit sehr genau den Tumor. Ein weiterer Vorteil der künstlich erzeugten radioaktiven Isotope ist i.Allg. ihre kurze Halbwertszeit (z.B. $^{18}_9\text{F}$: $T_{1/2} = 110 \text{ min}$) und die damit verbundene relativ geringe Strahlenbelastung des Organismus.

Bei der **^{14}C -Methode** zur Altersbestimmung von organischen Substanzen nutzt man aus, dass Pflanzen, solange sie leben, CO_2 aus der Atmosphäre aufnehmen. Der Kohlenstoff besteht fast vollständig aus den stabilen Isotopen ^{12}C und ^{13}C sowie zu einem kleinen Teil aus dem radioaktiven Isotop ^{14}C (β -Strahler, wird durch Höhenstrahlung erzeugt; Halbwertszeit 5736 Jahre). Nach Absterben (keine weitere Aufnahme von CO_2 und damit von ^{14}C) des Organismus verringert sich wg. des radioaktiven Zerfalls der Anteil von ^{14}C . Aus dem Verhältnis $^{14}\text{C}/^{12}\text{C}$ lässt sich also das Alter (Zeitpunkt des Absterbens) der Probe bestimmen.

Die Röntgenstrahlung wird in der Medizin hauptsächlich zur **Diagnose** genutzt. Bei Durchleuchtungen wird die Röntgenstrahlung von Knochen z.B. wesentlich stärker absorbiert als vom umgebenden Gewebe. Der Grund dafür ist der hohe Kalzium-Anteil im Knochen. Die höhere Kernladungszahl von Ca ($Z = 20$) führt zu wesentlich stärkerer Absorption durch den Photoeffekt (s.u.) im Vergleich zu den Elementen H ($Z = 1$), C ($Z = 6$), O ($Z = 8$) des Gewebes. Als Folge der stärkeren Absorption erscheinen die Knochen als Schatten auf dem Schirm bzw. dem Röntgenfilm. Röntgenbilder sind also nur Schatten und keine optischen Abbildungen. Röntgenlinsen, die bessere Bilder möglich machen würden, gibt es nicht, da die Brechzahlen aller Materialien für Röntgenwellenlängen etwa 1 sind.

7.4 Wechselwirkungen von Teilchen- und γ -Strahlung mit Materie

Geladene Teilchen (z.B. α - und β -Teilchen) verlieren ihre Energie beim Durchgang durch Materie hauptsächlich durch **Anregung** und **Ionisation** der Moleküle. Sie geben ihre Energie in vielen kleinen Schritten ab. Die **Reichweite** von 4 MeV α -Teilchen in Gewebe beträgt nur 30 μm , von 2 MeV β -Teilchen (Elektronen) 10 mm.

Neutronen wechselwirken mit der Materie über Kernreaktionen. Dabei entstehen die geladene Teilchen ionisieren anschließend die Materie. Zum Beispiel wird bei der elastischen Streuung von insbesondere schnellen Neutronen an Wasserstoffkernen (Protonen) die n -Energie auf die Protonen übertragen (weil die Stoßpartner dieselbe Masse haben; bei zentralem Stoß). Die Protonen geben ihre Energie dann wieder über Anregung und Ionisation an die Materie ab. Energiereiche Röntgen- und γ -Strahlung wechselwirken mit Materie über folgende Effekte:

Photoeffekt: Das γ -Quant "stößt" mit einem Hüllenelektron. Die Energie $W = h \cdot f$ des γ -Quants abzüglich der Ablösearbeit des Elektrons vom Atom wird als kinetische Energie auf das Elektron übertragen.

Compton-Effekt: Streuung des γ -Quants an einem Hüllenelektron. Auf das Elektron wird ein Teil der ursprünglichen Energie ($W = h \cdot f$) als kinetische Energie übertragen. Das γ -Quant wird mit geringerer Energie $W' = h \cdot f' < W$ gestreut.

Paarbildung: Bei einer Energie $W > 2mc^2 \approx 1,02 \text{ MeV}$ des γ -Quants (m = Elektronenmasse) kann aus dem γ -Quant ein Elektron-Positron-Paar entstehen.

Obige drei Effekte überlagern sich zur Gesamtabsorption, wobei der Photoeffekt bei weicher Röntgenstrahlung und großem Z der absorbierenden Materie, der Comptoneffekt bei kleinem Z (biologisches Gewebe) überwiegt. Die Paarbildung ist bei sehr hohen Energien dominierend. Die bei diesen Prozessen entstehenden Elektronen und Positronen ionisieren dann wieder die absorbierende Materie.

Zusätzlich zu den obigen Prozessen können (insbesondere niederenergetische) γ -Quanten auch elastisch an Hüllenelektronen gestreut werden. Sie verlieren dabei keine Energie, werden aber aus ihrer Richtung abgelenkt.

Alle Prozesse zusammen sorgen dafür, dass die Anfangsintensität I_0 der γ -Strahlung nach Durchqueren einer Materieschichtdicke x exponentiell auf $I(x)$ abgefallen ist:

$$I(x) = I_0 \cdot e^{-\mu \cdot x},$$

wobei der **Absorptionskoeffizient** μ von der γ -Energie sowie dem Z und der Dichte ρ der Materie abhängt. Röntgenstrahlung von 100 keV hat z.B. in Blei eine Halbwertsdicke (Intensität ist auf die Hälfte abgefallen) von 0,1 mm, 1 MeV γ -Strahlung von 10 mm. Die entsprechenden Halbwertsdicken in Wasser (gewebe-ähnlich) sind 40 bzw. 100 mm.

7.5 Nachweis von Teilchen- und γ -Strahlung

Geladene Teilchen werden i.Allg. über ihre Fähigkeit nachgewiesen, Materie anzuregen und zu ionisieren. In einer **Ionisationskammer** (z.B. ein Plattenkondensator oder meistens eine zylindrische Anordnung mit Draht als Elektrode in der Mitte; beide mit Füllgas) werden die beim Durchgang der Strahlung durch das Gas der Kammer gebildeten Elektron-Ion-Paare durch eine angelegte Spannung getrennt und als Stromimpuls gemessen. Die Spannung wird so hoch eingestellt, dass alle gebildeten Ionen und Elektronen zu den Elektroden gelangen. Dann ist der Strom nur noch von der Intensität und Art der einfallenden Strahlung abhängig, und man misst direkt die Ionendosis.

Beim **Geiger-Müller-Zählrohr** (GMZ) wird die Spannung zwischen dem Draht als positiver Elektrode und dem konzentrischen Zylinder als negativer Elektrode weiter erhöht. Die bei der primären Ionisation erzeugten Elektronen werden dann so weit beschleunigt, dass sie selbst durch Stöße Gasatome ionisieren können. Dabei bildet sich eine **Elektronenlawine** aus. Dieser Vorgang findet im wesentlichen in der Nähe der Drahtelektrode statt, weil dort die elektrische Feldstärke stark zum Draht hin ansteigt. Man hat eine Vervielfachung der ursprünglichen Ladung, der gemessene Strom ist nicht mehr proportional zur Strahlungsintensität. Das GMZ ist ein Auslösezähler, d.h. es misst die Zahl der primären Ionisierungsereignisse, die wiederum proportional zur Intensität der Teilchenstrahlung ist. Zur Dosismessung kann das GMZ nur benutzt werden, wenn Strahlungsart und -energie bekannt sind.

Andere gebräuchliche Nachweisgeräte (Detektoren) für Teilchenstrahlung sind z.B. **Szintillationszähler** und Halbleiterdetektoren. Szintillatoren werden beim Durchgang von ionisierender Strahlung zum Leuchten angeregt. Die entstehende (geringe) Lichtmenge wird mit empfindlichen Photomultipliern in elektrische Impulse umgewandelt.

Halbleiterdetektoren arbeiten wie Zählrohre, nur ist das Füllgas durch Halbleitermaterialien (Si, Ge) ersetzt. Sie sind sehr empfindlich, da die für die Erzeugung von Elektron-Loch-Paaren notwendige Energie sehr viel kleiner ist als bei Gasen.

Röntgen- oder γ -Strahlung werden mit den gleichen Detektoren nachgewiesen wie die geladenen Teilchen. Sie erzeugt über Photo-, Compton- und Paarbildungseffekt (s.o.) Elektronen, die dann die Füllgase ionisieren.

Neutronen müssen erst über Kernreaktionen geladene Teilchen erzeugen. Dazu werden die Detektoren häufig mit Materialien (z.B. ^{10}B) ausgekleidet, die einen großen Wirkungsquerschnitt für Neutronen haben und damit für eine hohe Ausbeute an geladenen Teilchen sorgen (bei ^{10}B sind das α -Teilchen).

7.6 Dosimetrie

Die Dosimetrie beschreibt die Wirkung von Quanten- oder Teilchenstrahlung auf die bestrahlte Materie (Organismus). Besonders geeignet hierfür sind die

$$\text{Energiedosis } D = \frac{\text{absorbierte Energie}}{\text{Masse der bestrahlten Materie}}$$

mit der Einheit $[D] = 1 \frac{\text{J}}{\text{kg}} = 1 \text{ Gray (Gy)}$ (alte Einheit **1 Rad** (rd) = 0,01 Gy) sowie die

$$\text{Ionendosis } I = \frac{\text{erzeugte Ladung eines Vorzeichens}}{\text{Masse der bestrahlten Materie}}$$

mit der Einheit $[I] = 1 \frac{\text{C}}{\text{kg}}$ (alte Einheit **1 Röntgen** (R) = 0,26 mC/kg). α -Teilchen und durch Neutronenreaktionen erzeugte Sekundärteilchen (z.B. Protonen) verlieren ihre Energie i.Allg. auf sehr kurzem Wege, sie erzeugen also "viel Schaden" in einem kleinen Körpervolumen. Dann funktioniert der Reparaturmechanismus des Körpers nicht mehr so gut, man sagt, die Strahlung habe eine höhere **relative biologische Wirksamkeit**. Für α -Strahlung ist die RBW um den Faktor $q = 20$ höher als für Röntgen-, γ - und β -Strahlung. Für Neutronen ist je nach Energie $q = 2 - 10$. Berücksichtigt wird dies durch die Definition der

$$\text{Äquivalentdosis } H = q \cdot D$$

mit der Einheit $[H] = 1 \frac{\text{J}}{\text{kg}} = 1 \text{ Sievert (Sv)}$ (alte Einheit **1 rem** = 0,01 Sv).

Als **Dosisleistungen** bezeichnet man die pro Zeiteinheit absorbierten Dosen, z.B.

$$\text{äquivalentdosisleistung } \frac{dH}{dt} = \frac{\text{absorbierte Äquivalentdosis}}{\text{Zeiteinheit}}$$

$$\text{mit der Einheit } \left[\frac{dH}{dt} \right] = 1 \frac{\text{Sv}}{\text{s}}.$$

7.7 Strahlenschutz

Ionisierende Strahlung kann Zellen schädigen. Es kann zur Veränderung von Genen kommen, Karzinome und Mutationen können auftreten, die Zellen können inaktiv werden. Da schon einzelne γ -Quanten oder Teilchen Wirkungen hervorrufen können, sollte man die Strahlenbelastung des Körpers so gering wie möglich halten. Allerdings ist man ständig **natürlicher Strahlung** (z.B. kosmische und terrestrische Strahlung) von im Mittel 2,5 mSv/Jahr ausgesetzt, gegen die man sich kaum "wehren" kann. Dazu kommt noch eine **künstliche Strahlungsdosis** von im Mittel 1,5 mSv/Jahr (hauptsächlich Röntgendiagnostik).

Beim Umgang mit Strahlungsquellen (z.B. radioaktiven Präparaten) sollte man die drei Grundsätze des Strahlenschutzes beherzigen:

Abstand halten: Die Dosis nimmt mit $1/r^2$ ab;

Aufenthaltsdauer kurzhalten: Die Dosis ist proportional zur Expositionszeit;

Abschirmung: Strahlung kann durch Absorption in Materie stark geschwächt werden.

8 Anhang

8.1 Bücher

Stand: August 2005

Fercher: 'Medizinische Physik, Physik für Mediziner, Pharmazeuten, Biologen'; Springer-V., 2. Auflage (1999), 53,90 Euro

Haas: 'Physik für Pharmazeuten und Mediziner'; Wiss. Verlagsges., 6. Auflage (2002), 54,00 Euro

Harms: 'Physik für Mediziner und Pharmazeuten'; V. Harms, 16. Auflage (2004), 14,73 Euro

Harten: 'Physik für Mediziner'; Springer-Lehrbuch, 11. Auflage (2005), 29,95 Euro

Hellenthal: 'Physik für Mediziner und Biologen'; Wiss. Verlagsges., 7. Auflage (2002), 23,50 Euro

Trautwein, Kreibig, Oberhausen: 'Physik für Mediziner, Biologen, Pharmazeuten'; de Gruyter-V., 6. Auflage (2004), 29,95 Euro

Tritthart: 'Medizinische Physik und Biophysik'; Schattauer-V.; 1. Auflage (2001), 34,95 Euro

und andere

9 Sachregister

Äquipartitionsgesetz, 27
Äquivalentdosis, 68
äußere Reibung, 12
Abbildung durch Reflexion, 56
Abbildungsgleichung, 56, 57
Abbildungsmaßstab, 57, 59
Abschaltvorgang bei Kondensator, 50
Abschirmung, 69
Absorptionskoeffizient, 67
Adhäsionskräfte, 21
Aggregatzustand, 30
Akkommodation, 59
Aktionspotential, 47
Aktionsprinzip, 10
Aktivität, 64
Alpha(α)-Strahlung, 63
Amplitude, 32
Anregung, 66
aperiodischer Grenzfall, 33
Aräometer, 19
Arbeit, 14
Arbeit, 28
Archimedes, 19
Astigmatismus, 58
Atomkern, 62
Atom, 62
Auflösungsvermögen, 59, 62
Auftrieb, 19
Auge, 58
Ausbreitungsgeschwindigkeit, 33
Ausdehnung, 24
ausgezeichnete Strahlen, 56
Avogadro-Zahl, 26

barometrische Höhenformel, 20
Basiseinheiten, 2
Basisgrößen, 2
Batterie, 43
Becquerel, 64

benetzendes System, 23
Bernoullische Gleichung, 20
Beschleunigung, 8
Beta(β)-Strahlung, 63
Beugung, 61
Bildgröße, 57
Bildweite, 57
Blutdruckmessung, 19
Blutsenkung, 22
Blutviskosimeter, 22
Bohrsches Atommodell, 62
Boltzmann-Konstante, 27
Boyle-Mariottesches Gesetz, 20
Boyle-Mariotte, 25
Brechkraft entspanntes Auge, 59
Brechkraft, 57
Brechung, 55
Brechzahl, 54
Brennweite, 56
Brownsche Molekularbewegung, 26

 ^{14}C -Methode, 64
Carnot-Kreisprozess, 30
Carnot, 24
Celsius-Skala, 24
chromatische Aberration, 58
Compton-Effekt, 66
Cortisches Organ, 34
Coulomb-Feld, 38
Coulomb-Gesetz, 36
Curie, 64

dünne Linsen, 58
Dampfdruck, 30
Dampfkocheopf, 30
Daniell-Element, 46
de Broglie-Wellenlänge, 55
Deformation, 17
Dehnung, 17
Defektoren, 68
deutliche Sehweite, 60
Diagnose, 66
Diamagnetismus, 54

- Dichte, 18
 dicke Linsen, 58
 Dielektrika, 38
 Dielektrizitätskonstante, 38
 Diffusionskonstante, 31
 Diffusion, 31
 Dioptrie, 57
 Dispersion, 54
 Dosimetrie, 68
 Dosisleistungen, 69
 Drehimpulserhaltungssatz, 16
 Drehimpuls, 16
 Drehmoment, 13
 Druck, 18
 Dualismus, 54
 dynamischer Auftrieb, 21
 ebener Winkel, 6
 Effektivwerte, 51
 Einheitensystem, 2
 Einschaltvorgang bei Kondensator, 50
 Einschaltvorgang bei Spule, 51
 elastisch, 17
 elastische Stöße, 15
 elektrische Dipole, 38
 elektrische Feldlinien, 37
 elektrische Feldstärke, 37
 elektrische Ladung, 36
 elektrische Leiter, 36
 elektrische Leitfähigkeit, 42
 elektrische Stromdichte, 40
 elektrische Wirbelfelder, 49
 elektrischer Leitwert, 41
 elektrischer Strom, 36
 Elektrizitätsleitung im menschlichen Organismus, 45
 elektromagnetische Welle, 53
 Elektronenlawine, 67
 Elektroschock, 45
 Endoskopie, 56
 Energiedosis, 68
 Energieerhaltungssatz, 14
 Energie, 14
 Entropie, 29
 Erdbeschleunigung, 12
 erzwungene Schwingung, 33
 Faraday-Käfig, 37
 Faradaysches Gesetz, 45
 Farbeindruck, 54
 Fehlerstromschutzschalter, 46
 Ferromagnetismus, 54
 Ficksches Gesetz, 31
 Fourier-Theorem, 33
 freier Fall, 9
 Frequenz, 33
 fundamentale Abbildungsgleich., 58
 Galvanische Elemente, 46
 Gamma(γ)-Strahlung, 63
 Gamma(γ)-Quant, 66
 Gaskonstante, 26
 Gay-Lussac-Gesetz A, 25
 Gay-Lussac-Gesetz B, 25
 gedämpfte Schwingung, 32
 Gegenstandsgröße, 57
 Gegenstandsweite, 57
 Geiger-Müller-Zählrohr, 67
 gekoppelte Schwingungen, 33
 Geschwindigkeit, 8
 Gesetz von Weber-Fechner, 35
 Gesetz, physikalisches, 2
 Gitter, 61
 gleichförmige Bewegung, 8
 Gleichgewicht, 13
 Größe, 2
 Gravitation, 11
 Gray, 68
 Grenzflächenenergien, 23
 Hörschwelle, 35
 Hagen-Poiseuille-Gesetz, 22
 Halbleiterdetektoren, 68
 Halbleiterdioden, 44
 Halbwertszeit, 63, 64
 Harmonisch, 32
 Hebel, 13
 Hertzscher Dipol, 53
 Herzflimmern, 45
 Hookesches Gesetz, 12
 Huygens-Okular, 60
 hydraulische Presse, 18
 hydrostatisches Paradoxon, 19
 ideale Flüssigkeiten, 20
 ideale Gase, 20, 25
 Impulserhaltungssatz, 15
 Impuls, 15
 Induktion, 49
 induktive Widerstände, 52
 inelastische Stöße, 15
 Influenz, 37
 Infraschall, 34
 Innenwiderstand, 43
 innere Energie, 29
 innere Reibung, 12
 Ionendosis, 68
 Ionisationskammer, 67
 Ionisation, 66
 Isolatoren, 36
 isotonisch, 32
 Isotope, 62
 Joulesche Wärme, 42
 Joule, 14
 künstliche Strahlungsdosis, 69
 Kalorie, 27
 Kapazität, 39
 kapazitive Widerstände, 52
 Kelvin, 24
 Kernladungszahl, 62
 Kern, 62
 kinetische Energie, 14
 Kirchhoff-Regeln, 43
 Knotenpunkte, 34
 Knotenregel, 43
 Kohäsionskräfte, 21
 Kohäsion, 23
 kommunizierende Gefäße, 19
 Kompression, 17
 Kondensator, 39
 Kontinuitätsbedingung, 20
 Konvektion, 31
 Konzentrationselement, 46
 Konzentrationspotential, 46
 Kraft, 10
 Kreisfrequenz, 32
 kritischer Punkt, 30
 Kugelfallviskosimeter, 22
 Kurzsichtigkeit, 59
 Lösungstension, 46
 laminare Strömung, 21
 Lautstärke, 35
 Leistung, 15
 Leitfähigkeit von Elektrolyten, 44
 Leitfähigkeit von Halbleitern, 44
 Leitfähigkeit von Metallen, 43
 Leuzsche Regel, 49
 Lichtgeschwindigkeit, 54
 Lichtstrahlen, 55
 Licht, 54
 Linsenfehler, 58
 Linsen, 57
 Longitudinalwellen, 34
 Lorentz-Kraft, 48, 49
 Lupe, 60
 Maßeinheit, 2
 Magnetfeldstärke, 47
 Magnetfeld, 41
 magnetische Kraftflussdichte, 48
 magnetischer Fluss, 48
 Maschenregel, 43
 Massennüttelpunkt, 13
 Massenpunkt, 8
 Masse, 6
 Halbwertszeit, 63, 64
 Harmonisch, 32
 Hebel, 13
 Hertzscher Dipol, 53
 Herzflimmern, 45
 Hookesches Gesetz, 12
 Huygens-Okular, 60
 hydraulische Presse, 18
 hydrostatisches Paradoxon, 19
 ideale Flüssigkeiten, 20
 ideale Gase, 20, 25
 Impulserhaltungssatz, 15
 Impuls, 15
 Induktion, 49
 induktive Widerstände, 52
 inelastische Stöße, 15
 Influenz, 37
 Infraschall, 34
 Innenwiderstand, 43
 innere Energie, 29
 innere Reibung, 12
 Ionendosis, 68
 Ionisationskammer, 67
 Ionisation, 66
 Isolatoren, 36
 isotonisch, 32
 Isotope, 62
 Joulesche Wärme, 42
 Joule, 14
 künstliche Strahlungsdosis, 69
 Kalorie, 27
 Kapazität, 39
 kapazitive Widerstände, 52
 Kelvin, 24
 Kernladungszahl, 62
 Kern, 62
 kinetische Energie, 14
 Kirchhoff-Regeln, 43
 Knotenpunkte, 34

Maxwellsche Geschwindigkeitsverteilung, 26	physiologische Kochsalzlösung, 32	Sättigungsdampfdruck, 30	Szintillationszähler, 68
mechanische Schwingung, 32	Plancksches Wirkungsquantum, 62	Sammellinsen, 57	Temperatur, 24
Membranspannung, 46	planparallele Platte, 57	Schallintensität, 34	Thomson-Gleichung, 53
Messvorschrift, 2	plastisch, 17	Schallpegel, 35	Torsion, 18
Metalle, 36	Plattenkondensator, 39	Schallwellen, 34	Totalreflexion, 56
Meter, 2	Poise, 21	Schatten, 55	Trägheitsmoment, 13
Mikroskop, 60	Polarisation, 37	Scherung, 17	Trägheitsprinzip, 10
Mischungskalorimeter, 28	Positronen-Emiss.-Tomographie, 64	Schockdauer, 45	Transformator, 53
molare Wärmekapazität, 28	Potentialdifferenz, 38	Schwellenpotential, 47	Translation, 8
Molvolumen, 26	Potential, 39	Schweredruck, 18	Transversalwellen, 34
natürliche Strahlung, 69	potentielle Energie, 14	Schwerependel, 32	Tripelpunkt, 24, 30
Nernstsche Gleichung, 47	Potentiometerschaltung, 43	Schwingungsbäuche, 34	turbulente Strömung, 21
Neutronen, 66, 68	Prisma, 57	Schwingungsdauer, 32	Ultraschall, 34, 35
Newtonsche Axiome, 10	p,T-Diagramm, 30	Sedimentation, 22	Umlaufdauer, 9
Newtonsche Flüssigkeit, 22	Röntgenbilder, 66	Sekunde, 6	Umlauffrequenz, 9
Newton, 10	Röntgenbremspektrum, 65	Selbstinduktion, 49	Umwandlungswärme, 30
nicht-benutzendes System, 23	Röntgenstr., charakterist., 62, 65	Serienschaltung, 43	Van-t'Hoffsche Gleichung, 31
Normalbedingung, 25	Röntgenstrahlung, Erzeugung, 65	Sieden, 30	Vektor, 8
numerische Apertur, 60	Röntgen, 68	Siedetemperatur, 30	Vergößerung, 59
Oberflächenspannung, 23	radioaktive Isotope, 64	Sievert, 69	virtuelles Bild, 58
Ohmsche Widerstände, 52	Radioaktivität, 63	Snelliussches Brechungsgesetz, 55	Viskosität, 21
Ohmsches Gesetz, 42	Rad, 68	Solenoid, 48	Wärmekapazität, 28
Ohm, 41	Rakete, 16	Spannungsabfall, 43	Wärmekraftmaschine, 29
Ohlr, 34	Raumwinkel, 7	Spannung, 38	Wärmeleitung, 31
Okular, 60	Reaktionsprinzip, 11	spektrale Empfindlichkeit, 59	Wärmemenge, 27
Optik, 54	reale Flüssigkeiten, 20	spezifische Oberflächenenergie, 23	Wärmesinn, 24
optische Instrumente, 58	reale Gase, 25, 26	spezifische Wärmekapazität, 28	Wärmestrahlung, 31
Osmose, 31	Reflexion von Wellen, 34	sphärische Aberration, 58	Wärmestrom, 31
osmotischer Druck, 31	Reflexion, diffuse, 55	Stäbchen, 59	Wärme, 28
Paarbildung, 66	Reflexion, 55	stationäre Bahnen, 62	Waage, 13
Parabolspiegel, 56	Reichweite, 66	Steckdose, 51	wahrer Wert, 7
Parallelschaltung, 43	relative Feuchtigkeit, 30	stehende Wellen, 34	Watt, 15
Paramagnetismus, 54	relative biologische Wirksamkeit, 68	Stokessches Gesetz, 22	Wechselstromgenerator, 53
Pascal, 18	ren, 69	Strömung, 20	Wechselstromleistung, 52
Permeabilitätskonstante, 48	Repolarisation, 47	Strahlenschutz, 69	Wechselstromwiderstände, 51
Perpetuum mobile, 29	Resistivität, 42	Stromarbeit, 42	Wechselstrom, 51
Phasenwinkel, 32	Resonanzkurve, 33	Stromlinien, 20	Weitsichtigkeit, 59
Phon, 35	Retina, 59	Stromwirkungen, 41	Wellenlänge, 34
Photoeffekt, 66	Reynold-Zahl, 22	Supraleitung, 44	Wellenwiderstand, 34
	Rotation, 8, 9	systematische Fehler, 7	
	SI-Einheiten, 4		

Wellen, 33
Widerstand, 42
Winkelbeschleunigung, 9
Winkelgeschwindigkeit, 9
Wirkleistung, 52
Wirkungslinie, 13

Zäpfchen, 59
Zeit, 6
Zerfallsgesetz, 63
Zerstreuungslinsen, 57
zufällige Fehler, 7
Zustandsgleichung idealer Gase, 25