Propädeutikum für Studierende der Medizin

Transparente zum Propädeutikum
SS 2005, U. Holm

Einführung in die Elektrizität, Praktikumsversuch 1

Elektrizität

Geschichte der Elektrizität

Electrum : Bernstein

5. Jahrhundert v. Chr.:
Reiben von Bernstein

18. Jh.:

Anziehende und abstoßende Kräfte

Gray, Dufay, Franklin:

Positive, negative Ladung; Blitz als elektrischer Effekt

Franklin, Priestley, Cavendish:

Kraft proportional zu $1/r^2$

Anfang 19. Jh.:

Magnetismus (damals “unabhängig von Elektrizität”); Klärung um etwa 1820:
Oerstedt, Ampère, Faraday

1860er:

Theorie des Elektromagnetismus von **Maxwell**

Geschichte der Elektrizität in der Medizin (3. Teil):

- **Franklin (1769)**:
  Behandlung von Patienten mit Lähmungserscheinungen mit statischer Reibungselektrizität: Muskelzuckungen, kein dauerhafter Erfolg.

- **Galvani und Volta (1800)**:
  Leistungsfähige Stromquellen in Elektrotherapie ("Galvanisation"), wird auch heute noch angewendet.

- **Faraday, de Boulogne (1861)**:
  Mit Induktionsspule "Faradisation" (Therapie), heutzutage für Diagnose.

- **d'Arsonval (1890)**:
  Hochfrequenter Strom für Elektrochirurgie, Elektro-Diathermie.

Weitere wichtige Entwicklungen:

Herzschrittmacher
Elektrodefibrillation
Elektrokardiographie (mV)
Elektroenzephalographie (μV)

Der Mensch hat kein Sinnesorgan für elektrische bzw. magnetische Felder, wohl aber einige Tiere (Hai mit Elektrorezeptoren).

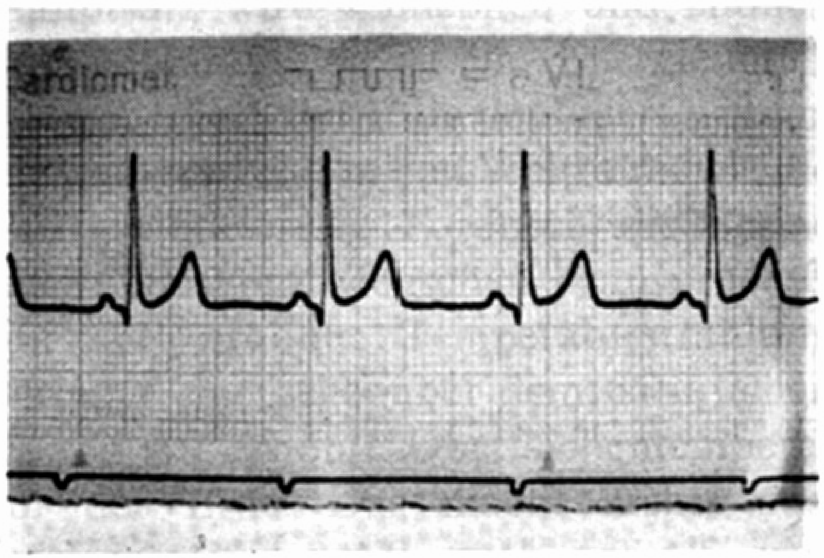


Abb. 6.01. Elektrokardiogramm eines gesunden Menschen; unten Zeitmarken im Sekundenabstand, Pulsfrequenz demnach ca. 72/min = 1,2 Hz

Abbildung aus „Harten“

Elektrostatik

Es ist nur eine zusätzliche neue Grundgröße nötig, um alle elektromagnetischen Effekte beschreiben zu können:

Elektrische Ladung Q

(Später stattdessen SI-Größe **elektrischer Strom I**.

Experimentelle Ausgangspunkte für neue Größe:
“Reibungsversuche” Glasstab am Seidentuch und Hartgummistab am Katzenfell:

- Es gibt offenbar zwei Arten von “Ladungen”, (genannt) positiv bzw. negativ.
- Bei Reibungsversuchen erfolgt Trennung von positiver und negativer Ladung. Gesamtladung bleibt erhalten, wenn Vorzeichen berücksichtigt wird.
- Ladungen erzeugen abstoßende (wenn gleichnamig) bzw. anziehende (wenn ungleichnamig) Kräfte:
- **Coulomb-Gesetz**:

$$F = f' \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r_{12}^2}$$

f' $= 1/4\pi\varepsilon_0 = 8{,}99 \cdot 10^9$ Nm^2/A^2 s^2.

$\vec{F}$ entlang der Verbindungslinie.

Einheit der Ladung:
[Q] = 1 Coulomb (C)= 1 Ampère · Sekunde (A s).

Bei gleichnamigen Q_i ist F $>$ 0 (abstoßend), sonst <0 (anziehend).

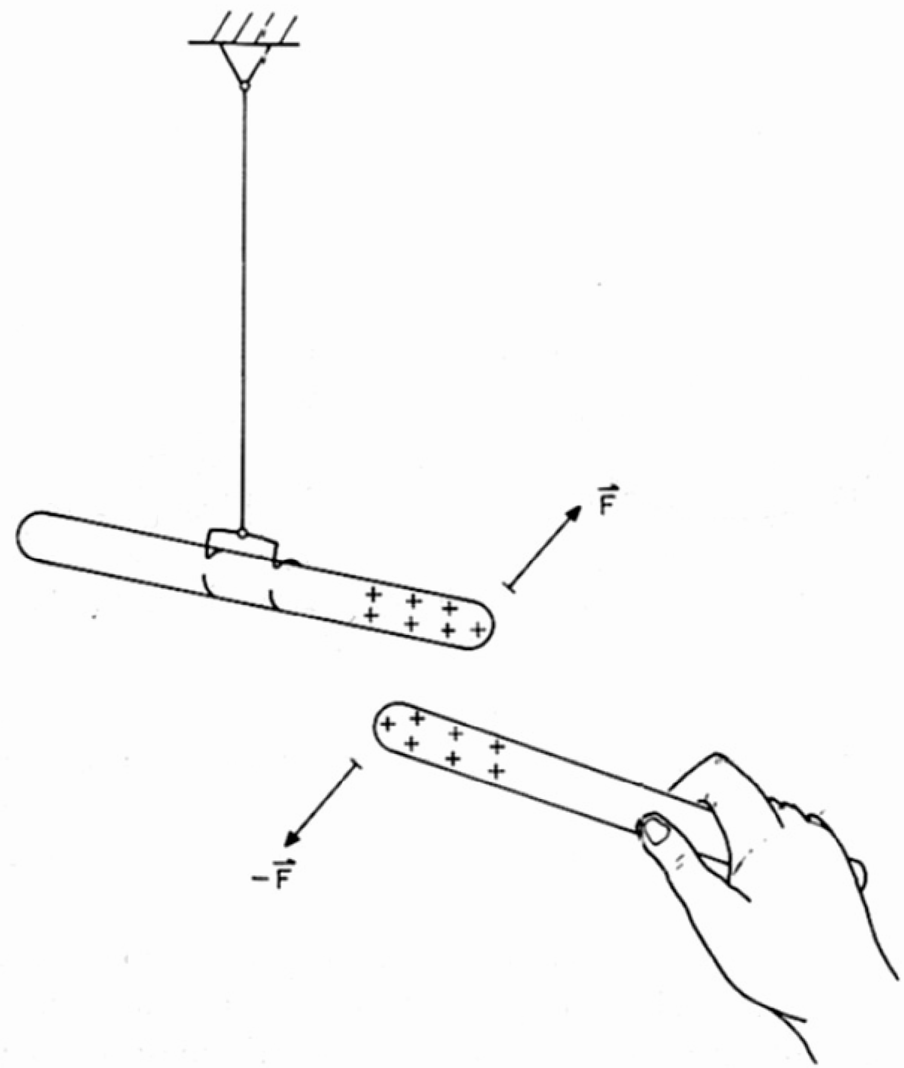


Abb. 11.1. Elektrostatische Abstoßung zweier mit Wolle geriebener Glasstäbe

Abbildung aus „Fercher“

Wasserstoffatom:

Elektrische Kraft zwischen Proton und Elektron ist etwa 10^{40} mal so groß wie Gravitationskraft.

Elektrische Ladung ist gequantelt:
Kleinste Ladung ist q_{el} = - 1,6 · 10^{-19} As (Elektron) bzw. q_{prot} = + 1,6 · 10^{-19} As (Proton).

Messung der elektrischen Ladungen: Über Kraftwirkung mit Elektrometern.

Elektrische Feldstärke

Die elektrische Feldstärke $\vec{E}$ beschreibt den Zustand des Raumes, der durch eine Ladung Q (oder mehrere) hervorgerufen wird.

Die Feldstärke ist die Kraft $\vec{F}$, die pro positiver "Einheitsladung" q auf diese ausgeübt wird:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\vec{r_0}$$

,

$$[E] = 1\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}} = 1\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}.$$

r: Abstand Q von Probeladung q.
$\vec{E}$ hat dieselbe Richtung wie $\vec{F}$.

Mehrere Ladungen $Q_i\,(i = 1, \ldots, n)$: Einzelkräfte $\vec{F_i}$ bzw. Feldstärken $\vec{E_i}$ vektoriell addieren.

“Zustand” des Raumes wird durch Feldlinien beschrieben:

a) Tangente an Feldlinie gibt in jedem Ortspunkt die Richtung von $\vec{E}$ und damit der Kraft an.

b) Feldliniendichte ist Maß für Feldstärke $|\vec{E}| = E$ und damit der Stärke der Kraft.

Feldlinienbilder für verschiedene Ladungsanordnungen werden gezeigt.

Eigenschaften der **elektrischen Feldlinien**:

1. Sie beginnen bei positiven und enden bei negativen Ladungen;
2. sie schneiden einander nicht;
3. auf Metalloberflächen stehen sie senkrecht.

Influenz

In Metallen gibt es frei bewegliche Elektronen (“frei” bedeutet “nicht-ortsfest”; aber Reibung).

Wird Metallstück positive Ladung gegenübergestellt, so versuchen (negative) Elektronen im Metall, der positiven Ladung so nahe wie möglich zu kommen $\Rightarrow$ Elektronenanhäufung gegenüber der positiven Ladung, weiter weg Elektronenverarmung.

Ladungen verschieben sich solange, bis die durch die neu entstandene Ladungsverteilung auftretenden Gegenkräfte gleich groß werden. Diese Ladungstrennung nennt man **Influenz**.

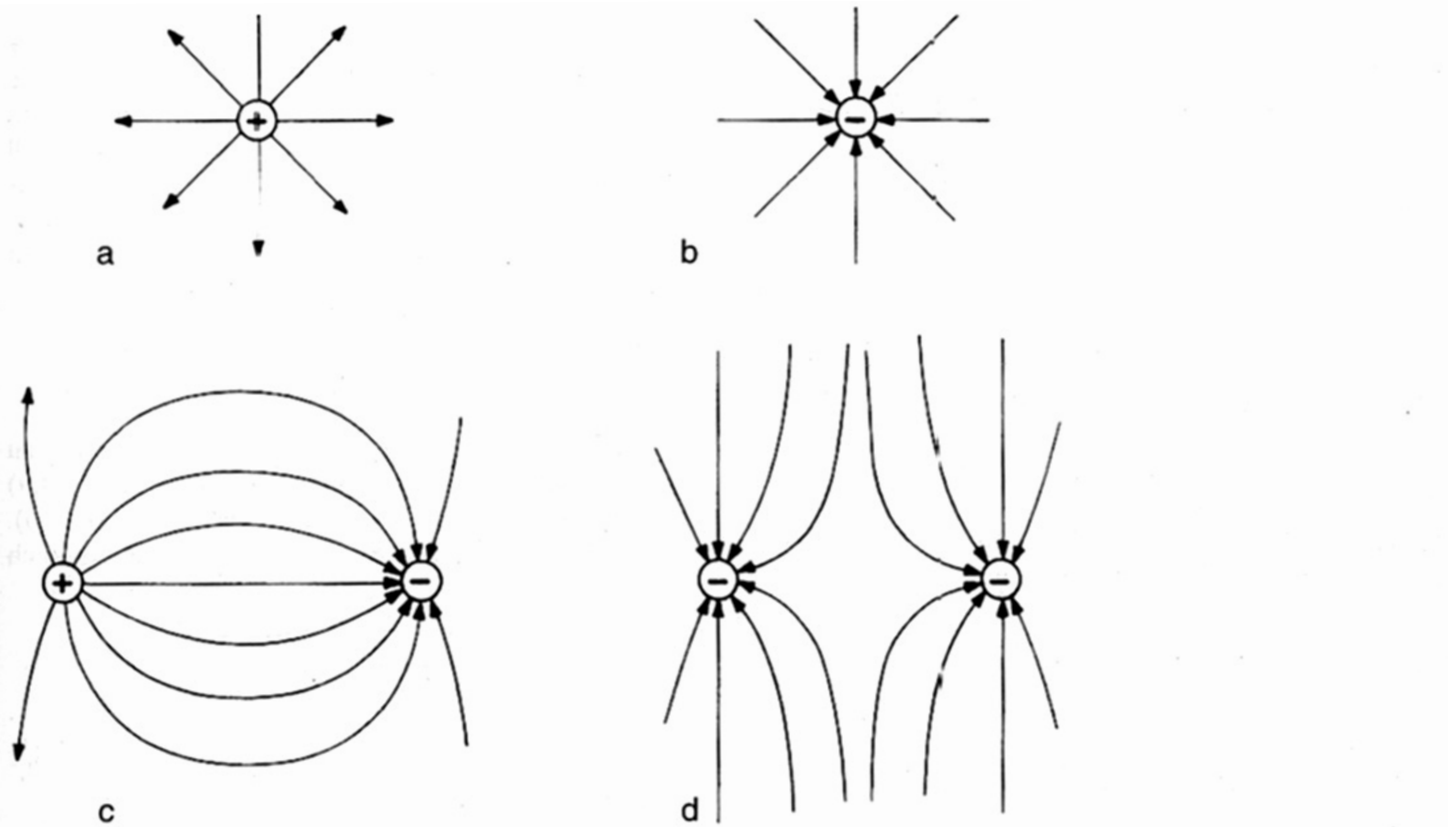


Abb. 14.8 Feldlinienverlauf (a) um eine positive Ladung, (b) um eine negative Ladung, (c) zwischen einer positiven und einer negativen Ladung und (d) zwischen zwei negativen Ladungen. (Bei (a), (b) und (d) ist angenommen, daß sich jeweils Ladungen entgegengesetzten Vorzeichens in sehr großer Entfernung befinden, von denen die Feldlinien ausgehen bzw. auf denen sie enden.)

Elektrisches Potential

Im elektrischen Feld $\vec{E}(\vec{r})$ wirken Kräfte auf eine elektrische (Probe-)Ladung q. Wird Ladung q von einem Ort $\vec{r}_1$ nach einem Ort $\vec{r}_2$ bewegt, so muss natürlich Arbeit W_{21} geleistet (oder gewonnen) werden:

$$W_{21} = \vec{F} \cdot \vec{\Delta} r = F \cdot \Delta r \cdot \cos\alpha.$$

(Allgemeiner: $W_{21} = \sum_i \vec{F}_i \cdot \vec{\Delta} r_i \to \int \vec{F} d\vec{r}$).

Wird Arbeit geleistet $\Rightarrow$ potentielle Energie der Ladung nimmt zu (z.B. wenn positive Ladung q von einer negativen Ladung Q wegbewegt wird).

Analogie: Hochheben einer Masse. Auch dabei wird Arbeit gegen anziehende Gravitationskraft geleistet und der Körper erhält potentielle Energie).

Geleistete Arbeit beim **Coulomb-Feld** (wie beim Gravitationsfeld) unabhängig davon, auf welchem Wege die Ladung von $\vec{r}_1$ nach $\vec{r}_2$ bewegt wird.

Die Arbeit (bzw. Änderung der potentiellen Energie), die pro Ladung q geleistet wird, nennt man auch Potentialdifferenz $\boldsymbol{\Delta\varphi_{21}}$ oder Spannung $\boldsymbol{U_{21}}$ zwischen den Punkten $\vec{r}_1$ und $\vec{r}_2$:

$$\Delta\varphi_{21} = U_{21} = \frac{W_{21}}{q}.$$

Potential φ eines Punktes im elektrischen Feld $\vec{E}(\vec{r})$:

Arbeit W pro Probeladung q (>0), die aufgebracht werden muss, um diese Probeladung aus dem "Unendlichen" (∞) an diesen Punkt zu bringen:

$$\varphi(\vec{r}) = \frac{W(\infty \rightarrow \vec{r}_1)}{q}.$$

Beschreibungen des elektrischen Feldes über die elektrische Feldstärke $\vec{E}(\vec{r})$ oder das Potential $\varphi(\vec{r})$ sind äquivalent. $\vec{E}(\vec{r})$ und $\varphi(\vec{r})$ können ineinander umgerechnet werden.

Uns interessiert mehr Spannung U (= Potentialdifferenz $\Delta\varphi$) zwischen zwei Punkten!

Spannung U = Arbeit pro bewegter Ladung

Einheit: [U] = 1 $\frac{N \cdot m}{C}$ = 1 V (Volt)

Elektrische Leiter (Metalle): Alle Punkte eines Leiters haben dasselbe Potential, d.h. keine Spannung zwischen verschiedenen Punkten !

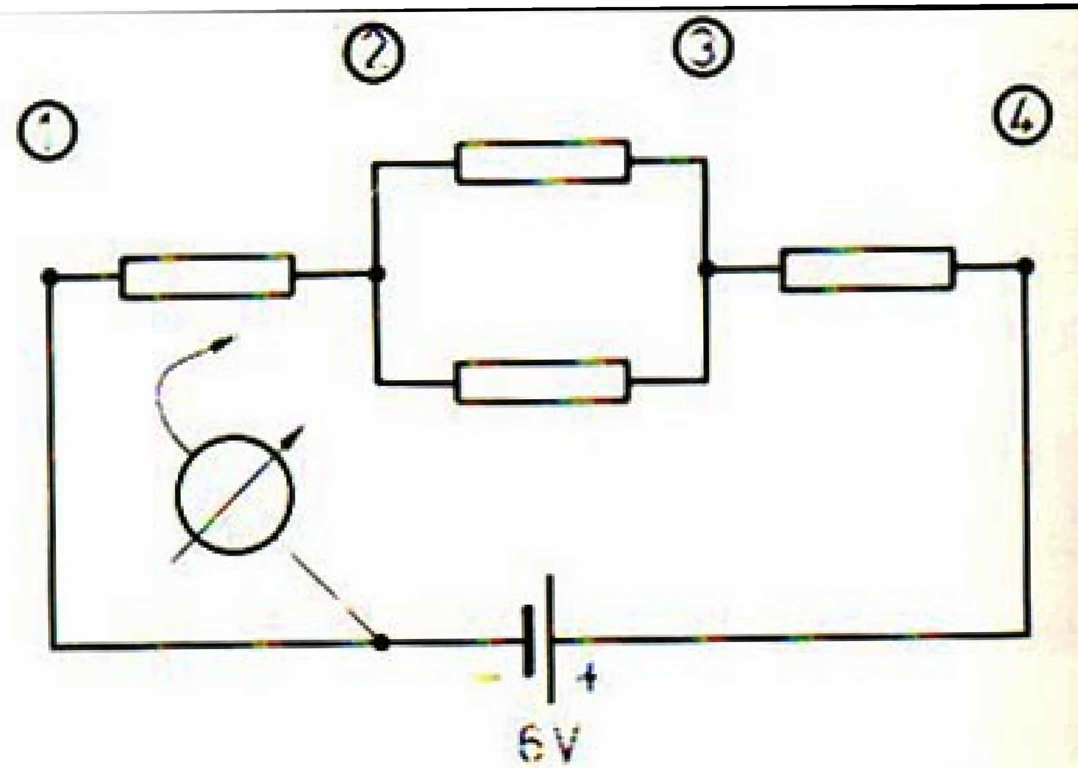


Abb. 6.42. Zur Herleitung des Begriffes *Potential* (Einzelheiten im Text)

Abbildung aus „Harten“

Plattenkondensator (**homogenes elektrisches Feld**):

a) positive Probeladung q (Vakuum, keine Reibung) wird von positiv geladener Platte zur negativen hin beschleunigt (Analogie zum "freien Fall" im Gravitationsfeld).

Spannung U zwischen Kondensatorplatten. Potentielle Energie $q \cdot U \rightarrow$ kinetische Energie $\frac{1}{2}mv^2$:

$$q \cdot U = \frac{1}{2}mv^2.$$

b) Wird dagegen q von der negativen zur positiven Platte bewegt, so muss Arbeit

$$W = F \cdot d$$

gegen abstoßende Kraft aufgebracht werden ($d =$ Abstand der Kondensatorplatten). Diese Arbeit wird wieder in potentielle Energie $q \cdot U$ "umgewandelt":

$$\begin{aligned} F \cdot d &= q \cdot U \qquad \text{bzw.} \\ U &= E \cdot d \end{aligned}$$

(mit $E = F/q$).

Kapazität

Kondensator: Anordnung von zwei Leitern, die gegen die Umgebung als auch gegeneinander isoliert sind.

Ein Kondensator kann elektrische Ladung Q speichern. Ladung Q ist proportional zur angelegten Spannung:

$$Q = C \cdot U$$

Proportionalitätsfaktor C: "Kapazität"
Einheit: $[\mathrm{C}] = 1\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{V}} = 1$ Farad (F).

Ein ausgedehnter Plattenkondensator hat die Kapazität

$$C = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{A}{d}$$

A: Plattenfläche, d: Plattenabstand.

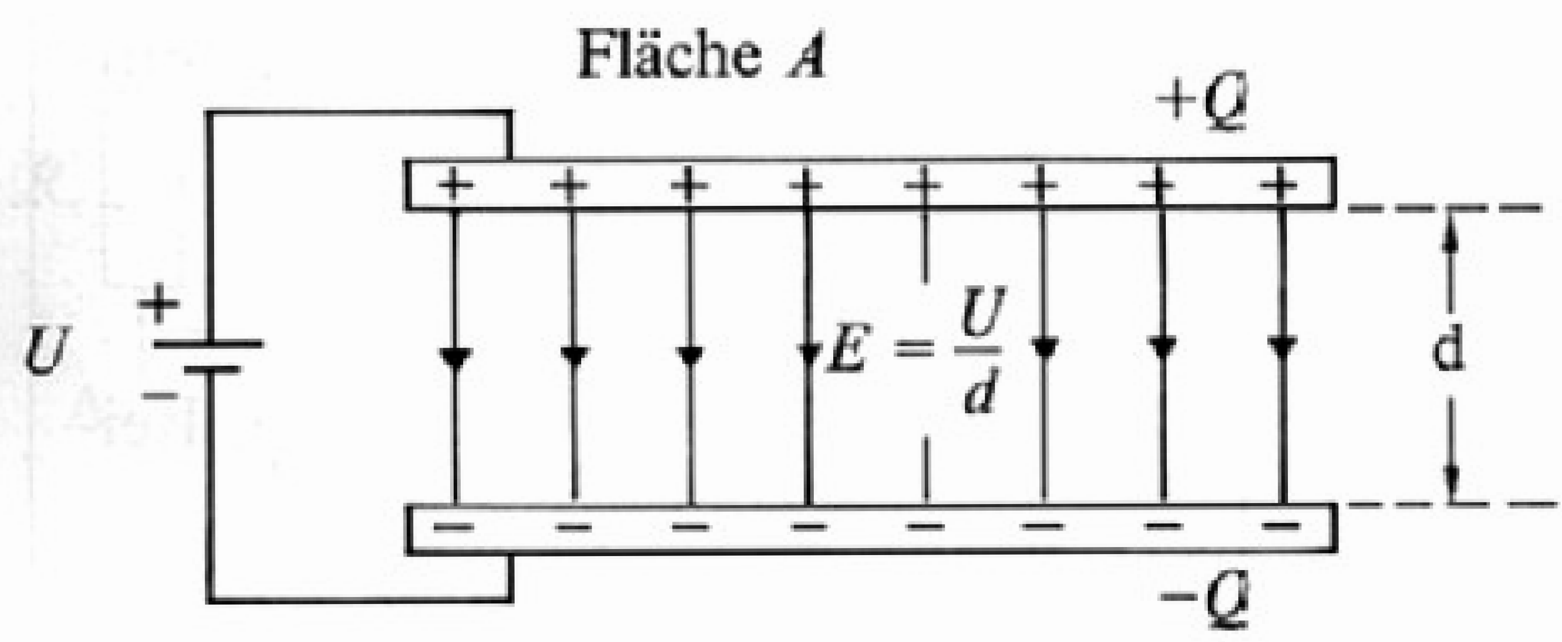


Abb. 6.20. Der Plattenkondensator.

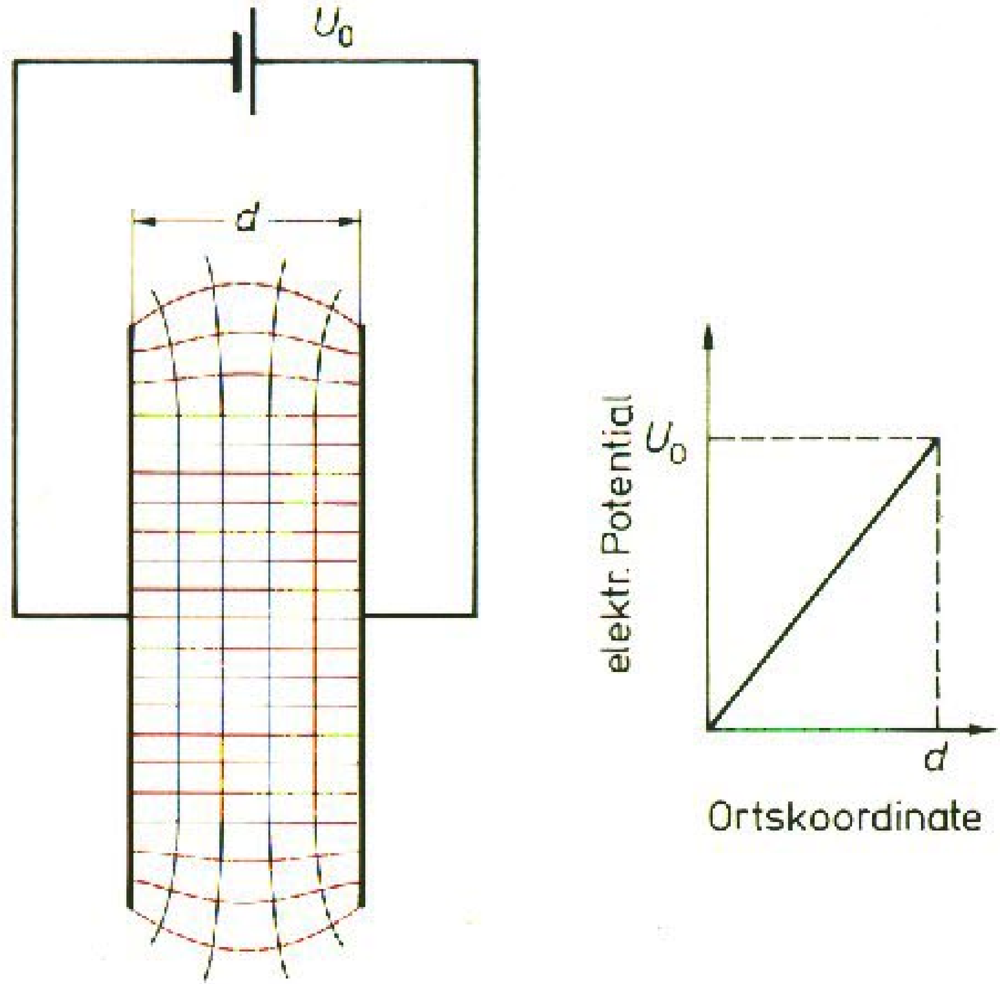


Abb. 6.51. Feldlinien (*rot*) und Schnitte von Potentialflächen (*schwarz*) im weitgehend homogenen Feld eines Plattenkondensators und der dazugehörige Verlauf des Potentials auf einer geraden Feldlinie

Abbildung aus „Harten“

Parallelschaltung von Kondensatoren:

$$C_{\text{Ges}} = C_1 + C_2.$$

Serienschaltung:

$$\frac{1}{C_{\text{Ges}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}.$$

<u>Aufladen des Kondensators:</u>

Es muss Arbeit geleistet werden.

Ladungen müssen gegen abstoßende Kräfte der schon auf den Platten sitzenden Ladungen aufgebracht werden.

Nach Aufladung auf Spannung U steckt dann im Kondensator potentielle Energie

$$W_{\text{pot}} = \frac{1}{2} C \cdot U^2.$$

Elektrischer Strom: Bewegte elektrische Ladungen sind ein Strom.

Elektrische Stromstärke $\boldsymbol{I}$ ist die pro Zeit Δt fließende Ladungsmenge ΔQ:

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \qquad \left(\text{besser} \quad \frac{dQ}{dt}\right).$$

SI-Einheit 1 A(mpere): wird über Kraft zwischen zwei stromdurchflossenen parallelen Drähten definiert.

Strom von positiven Ladungen, die sich von $\oplus$ nach $\ominus$ bewegen, hat dieselbe Richtung (dasselbe Vorzeichen) wie ein Strom von negativen Ladungen, die sich von $\ominus$ nach $\oplus$ bewegen.

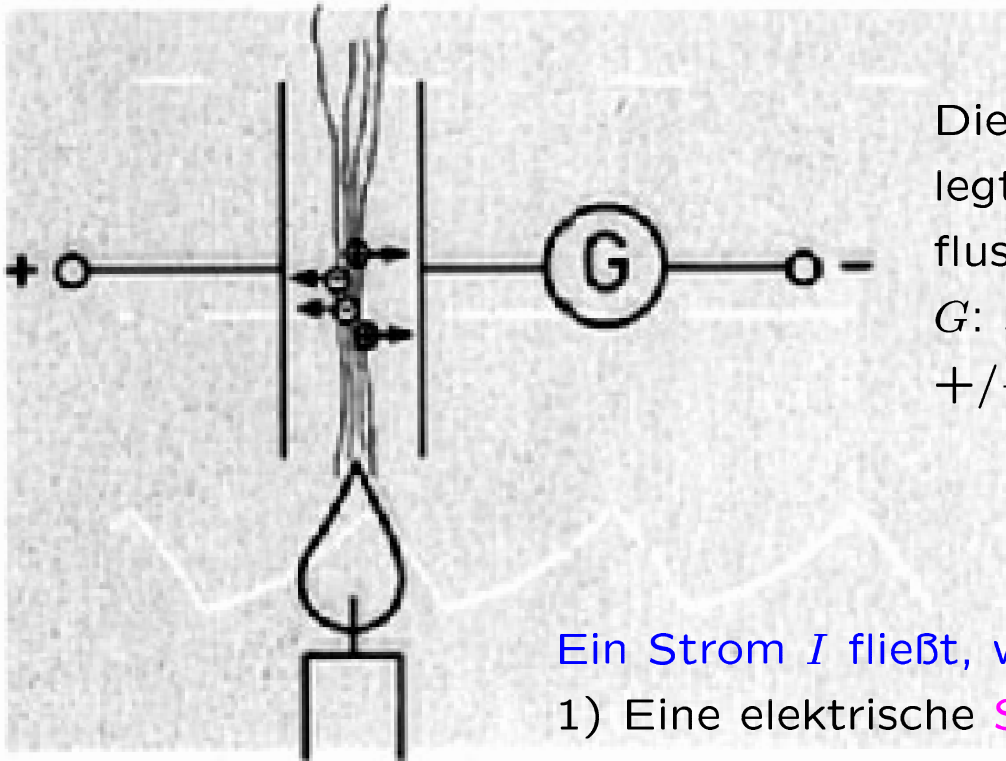
Voraussetzungen dafür, dass ein elektrischer Strom fließt, sind

1. das Vorhandensein von "verschiebbaren" Ladungsträgern (z.B. Elektronen in Metallen, positive und negative Ionen in Elektrolyten) und
2. eine elektrische Spannung U (elektrisches Feld E).

Analogie zum Strömen von Wasser: Es muss **sowohl Wasser** vorhanden sein **als auch ein Gefälle** (oder Druckunterschied).

Stromwirkungen:

1. Stromfluss durch Leiter erzeugt Wärme (die z.B. den Faden einer Glühlampe zum Leuchten anregt).
2. Stromfluss hat ein Magnetfeld (konzentrisch zum Strom, s.u.) zur Folge: Kompassnadel wird abgelenkt.
3. Stromfluss durch Elektrolyten führt zur Zersetzung des Elektrolyten mit evtl. Abscheidungen an den Elektroden (chemische Wirkung).



Die Flamme erzeugt Ionen, die im angelegten elektrischen Feld für einen Stromfluss sorgen.

G: Strommessinstrument

$+/-$: angelegte Spannung

Ein Strom I fließt, wenn 2 Voraussetzungen erfüllt sind:

1) Eine elektrische Spannung und

2) elektrische Ladungsträger

müssen vorhanden sein.

Fig. 9.60
Luft im Zwischenraum eines Plattenkondensators ist dann elektrisch leitend, wenn Ladungsträger hineingebracht werden

Nach Anlegen einer Spannung U an einen Leiter fließt ein Strom I, dessen Größe vom elektrischen Leitwert $\boldsymbol{G}$ des Leiters abhängt:

$$G = \frac{I}{U} \quad \left(\text{besser} \frac{dI}{dU}\right),$$

$$[G] = 1\,\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{V}} = 1\ \mathrm{S(iemens)}$$

Je mehr Strom I pro angelegter Spannung U fließt, desto besser leitet der Körper.

Der inverse Wert ist der elektrische Widerstand R:

$$R = \frac{U}{I},\ [R] = 1\,\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{A}} = 1\,\Omega \quad \text{(Ohm)}$$

Je mehr Strom pro angelegter Spannung fließt, desto kleiner ist der Widerstand eines Leiters.

Ursache des Widerstandes R eines Leiters ist die Reibung, die die Ladungsträger (z.B. im Metall Elektronen) beim Fluss durch den Leiter erfahren.

Wenn der Widerstand R konstant ist (d.h. nicht von U oder I abhängt), nennt man

$$U = R \cdot I$$

das Ohmsche Gesetz. Dies gilt häufig für Metalle, wenn die Temperatur konstant gehalten wird.

Widerstand R eines drahtförmigen Leiters:

$$R = \varrho \cdot \frac{\ell}{A}$$

ℓ, A Länge bzw. Querschnitt des Drahtes,
ϱ: spezifischer Widerstand (besser: Resistivität): Materialkonstante, temperaturabhängig
$\sigma = 1/\varrho$: elektrische Leitfähigkeit.

Stromarbeit:

Wenn ein Strom I während der Zeit Δt durch einen Leiter (Widerstand R) fließt $\rightarrow$ Ladung $\Delta Q = I \cdot \Delta t$ wird transportiert.

Wegen Reibung muss Arbeit W aufgewendet werden (von der Spannungsquelle).

Arbeit wird umgewandelt in Joulesche (Reibungs-) Wärme:

$$W = \Delta Q \cdot U = I \cdot \Delta t \cdot U.$$

Leistung:

$$P = \frac{W}{\Delta t} = I \cdot U = \frac{U^2}{R} = I^2 \cdot R.$$

Ein Ladungsträger (Ladung q, Masse m) durchlaufe im Vakuum die elektrische Spannung U: Er wird beschleunigt, da keine Reibung vorhanden.

Nach Durchlaufen der Spannung U hat er die kinetische Energie $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow$

$$W_{\text{pot}} = q \cdot U = \frac{1}{2}\, mv^2.$$

Geschwindigkeit nach Durchlaufen von U:

$$v = \sqrt{2\,\frac{q}{m} \cdot U}.$$

Nach Aufprall auf Platte (z.B. Anode bei Elektronen) wird kinetische Energie (hauptsächlich) in Wärme umgewandelt.

Analogie zur Mechanik:
Körper der Masse m durchfällt Höhe h ("Freier Fall"). Dabei wird potentielle Energie $m \cdot g \cdot h$ in kinetische Energie $\frac{1}{2}mv^2$ und beim Aufprall in Wärme umgewandelt.

Spannungsabfall:
Fließt ein Strom I durch einen „Widerstand R" (Leiter mit elektrischem Widerstand R), so erzeugt er zwischen den Enden von R den Spannungsabfall

$$U = R \cdot I.$$

Kirchhoff-Regeln

ermöglichen die Berechnung von Strömen und Spannungen in verzweigten Stromkreisen (Netzwerken):

Knotenregel (1. Kirchhoffsche Regel)

In einem Verzweigungspunkt gilt: Die Summe der zufließenden Ströme ist gleich der Summe der abfließenden.

Maschenregel (2. Kirchhoffsche Regel)

Geschlossene Masche: Die Summe der Spannungsabfälle ist gleich der Summe der „eingeprägten" Spannungen (z.B. Batteriespannungen).

$\Rightarrow$

Berechnung von Serienschaltung, Parallelschaltung, Wheatstone-Brücke, Potentiometerschaltung.

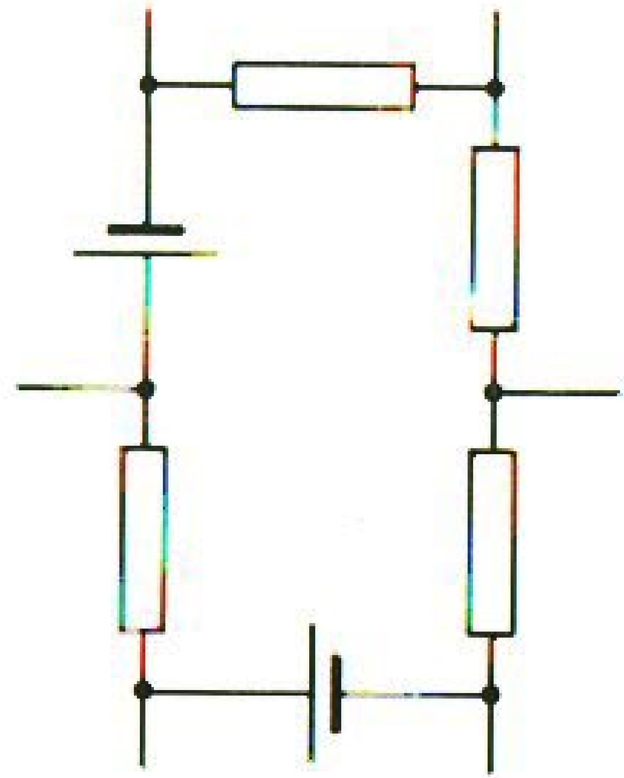
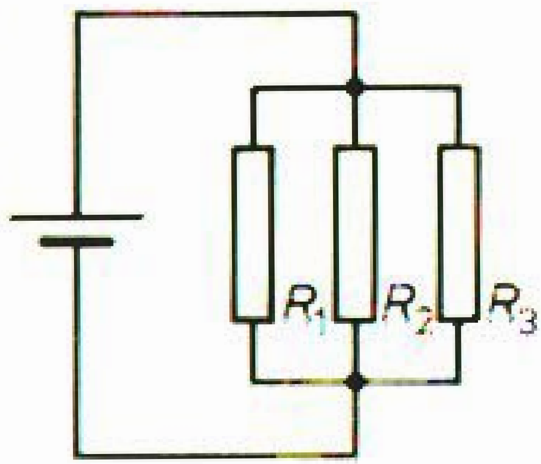
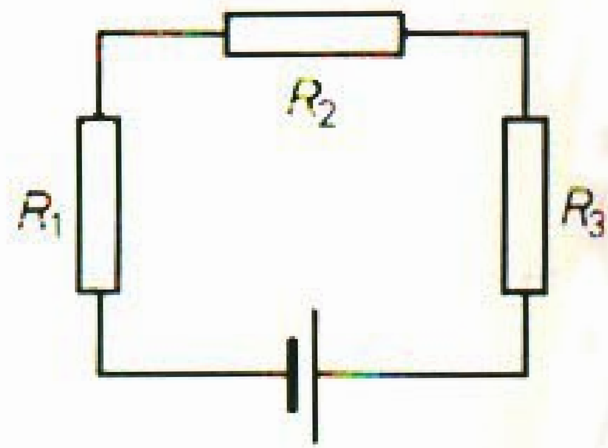


Abb. 6.21. Zur Maschenregel; flache Rechtecke sind die Schaltsymbole von Widerständen (meist als ohmsch angenommen)

Abbildung aus „Harten“



6.22



6.23

Abb. 6.22. Parallelschaltung von drei Widerständen

Abb. 6.23. Serienschaltung (Reihenschaltung) von drei Widerständen

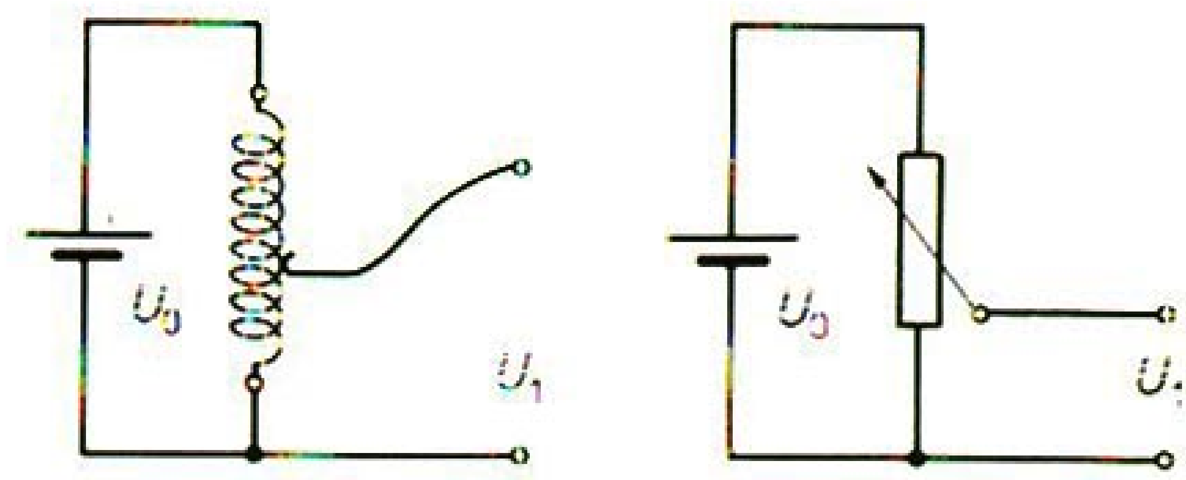
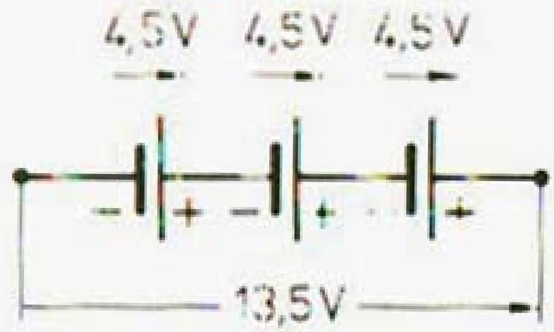
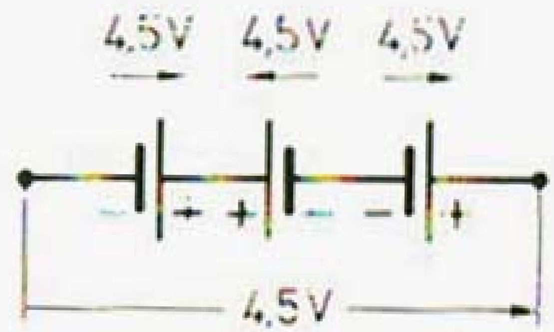


Abb. 6.27. Spannungsteiler (Potentiometer), Konstruktionsschema und Schaltskizze



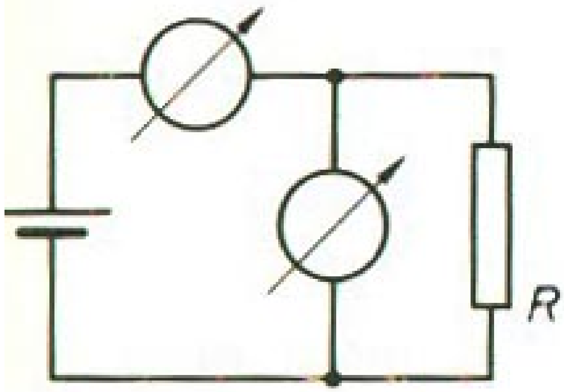
6.04



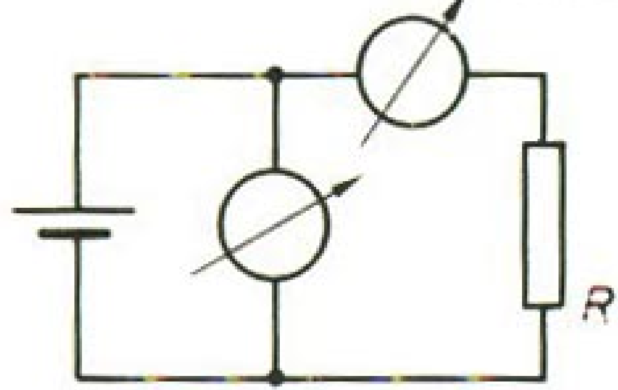
6.05

Abb. 6.04. Drei Taschenlampenbatterien *in Reihe* geschaltet: Ihre Einzelspannungen U_0 addieren sich zu $U = 3\,U_0$

Abb. 6.05. Eine der drei Batterien liegt „verkehrt herum"; sie subtrahiert ihre Spannung von der Summenspannung der beiden anderen: $U = (2-1)\,U_0 = U_0$



6.33



6.34

Abb. 6.33. Messung eines Widerstandes *R* aus Strom und Spannung; systematischer Fehler durch den Innenwiderstand des Spannungsmessers: *R* wird zu klein bestimmt

Abb. 6.34. In dieser Schaltung wird der systematische Fehler der vorigen Abbildung gegen einen anderen eingetauscht: Wegen des Innenwiderstandes des Strommessers wird *R* jetzt zu groß bestimmt

Aufladen eines Kondensators über einen Widerstand R:

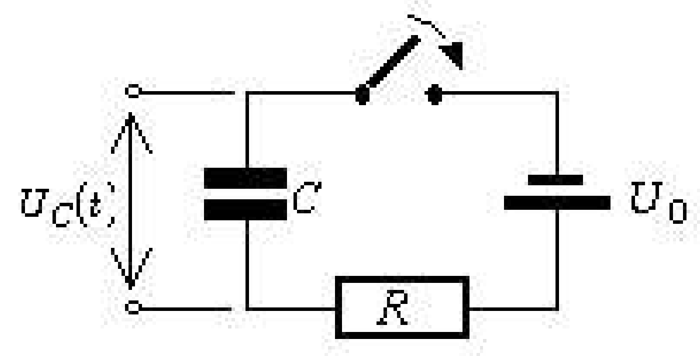


Abb. 1a

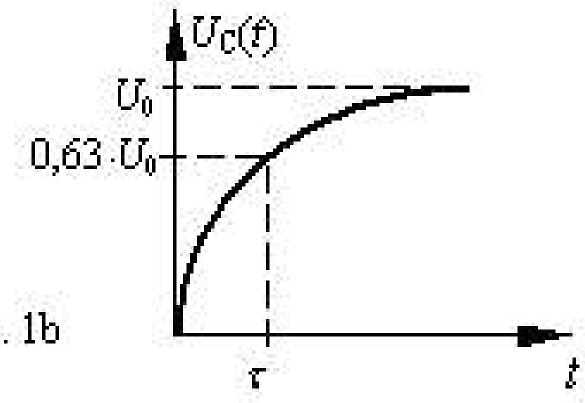


Abb. 1b

$$\text{Batteriespannung } U_0 = U_C + U_R$$
$$= \frac{Q}{C} + I \cdot R$$

Trick: Differenzieren nach der Zeit! $\Rightarrow$

$$0 = \frac{1}{C}\frac{dQ}{dt} + R\frac{dI}{dt} \qquad \Rightarrow \qquad 0 = \frac{1}{C}I + R\frac{dI}{dt} \text{ (DGL)}$$

Lösung der DGL: $I(t) = I_0 \cdot e^{-t/RC}$

$$U_C(t) = U_0 - U_R = U_0 - R \cdot I(t) = U_0\,(1 - e^{-t/RC})$$

Entladen eines Kondensators über einen Widerstand R:

$$0 = U_C + U_R$$
$$= \frac{Q}{C} + I \cdot R$$

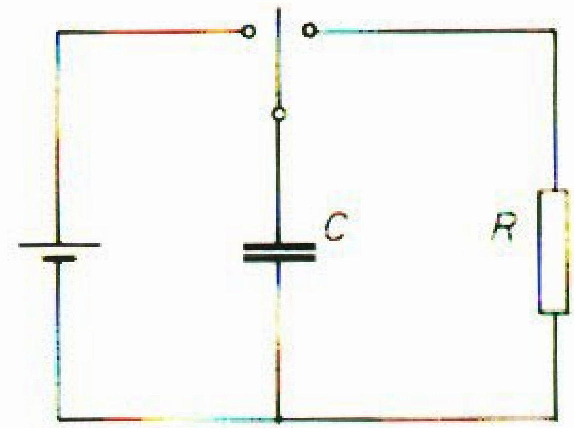


Abb. 6.36. Entladung eines Kondensators über einen ohmschen Widerstand, sie führt zur e-Funktion

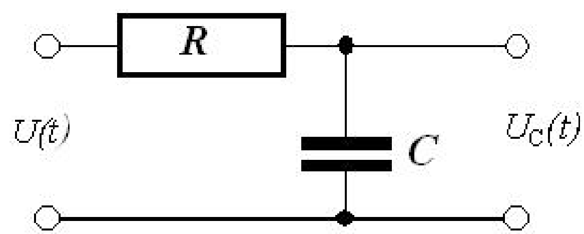
Trick: Differenzieren nach der Zeit! $\Rightarrow$

$$0 = \frac{1}{C}\frac{dQ}{dt} + R\frac{dI}{dt} \quad \Rightarrow \quad 0 = \frac{1}{C}I + R\frac{dI}{dt} \text{ (DGL)}$$

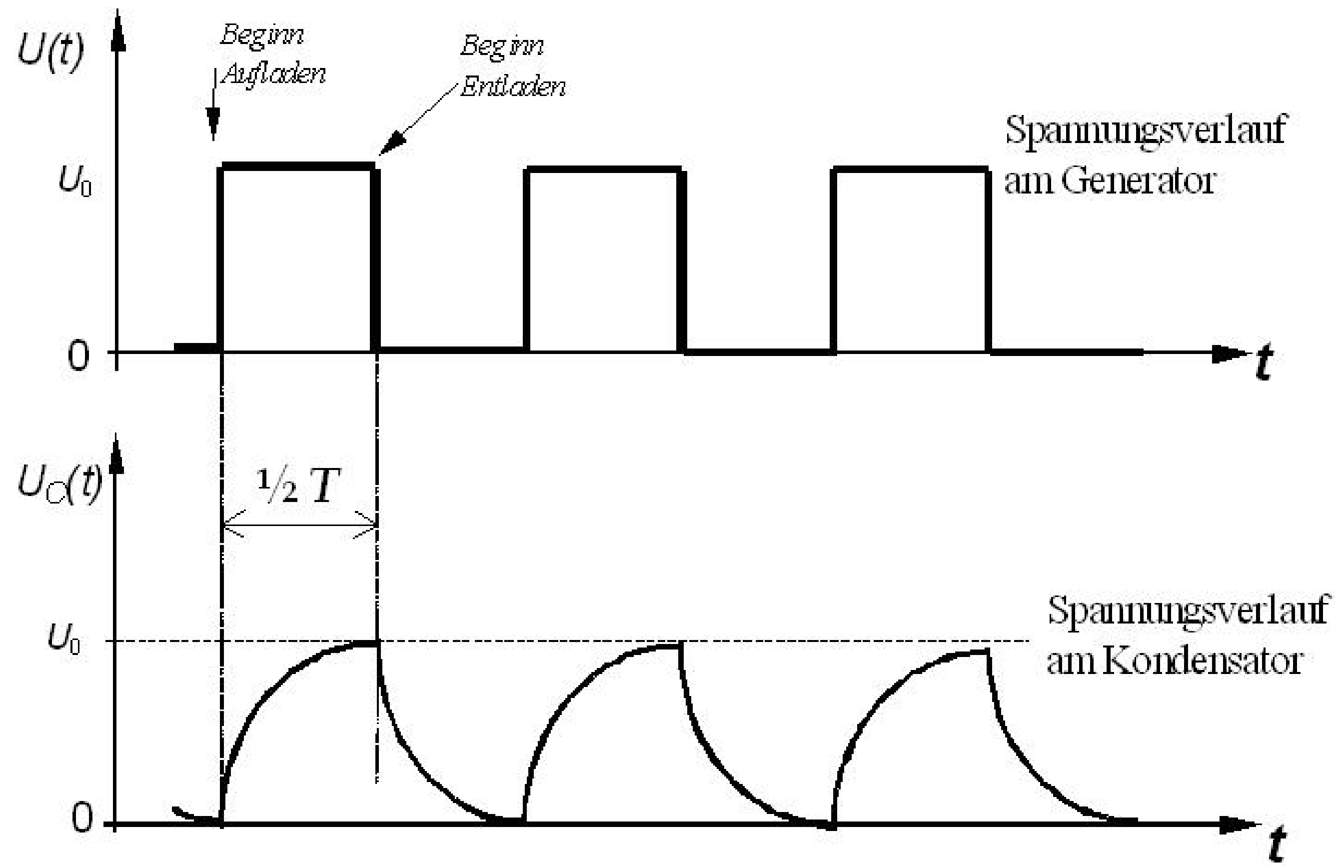
Lösung der DGL: $I(t) = I_0 \cdot e^{-t/RC}$

$$U_C(t) = U_0 \cdot e^{-t/RC}$$

Abbildung aus „Harten“

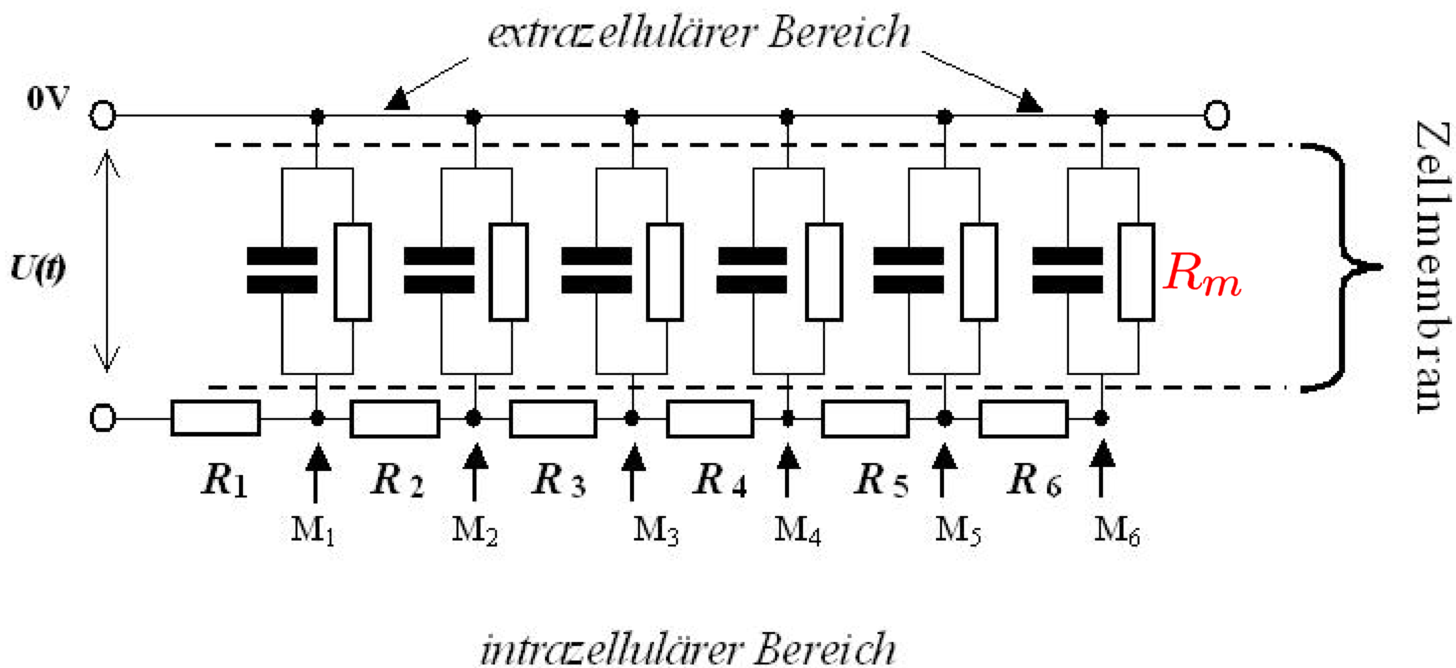


RC-Schaltkreis



Modell Nervenfaser:

passive (elektrotonische) Erregungsausbreitung



Membranlängskonstante: $\lambda = \sqrt{\frac{R_m}{R_l}}$

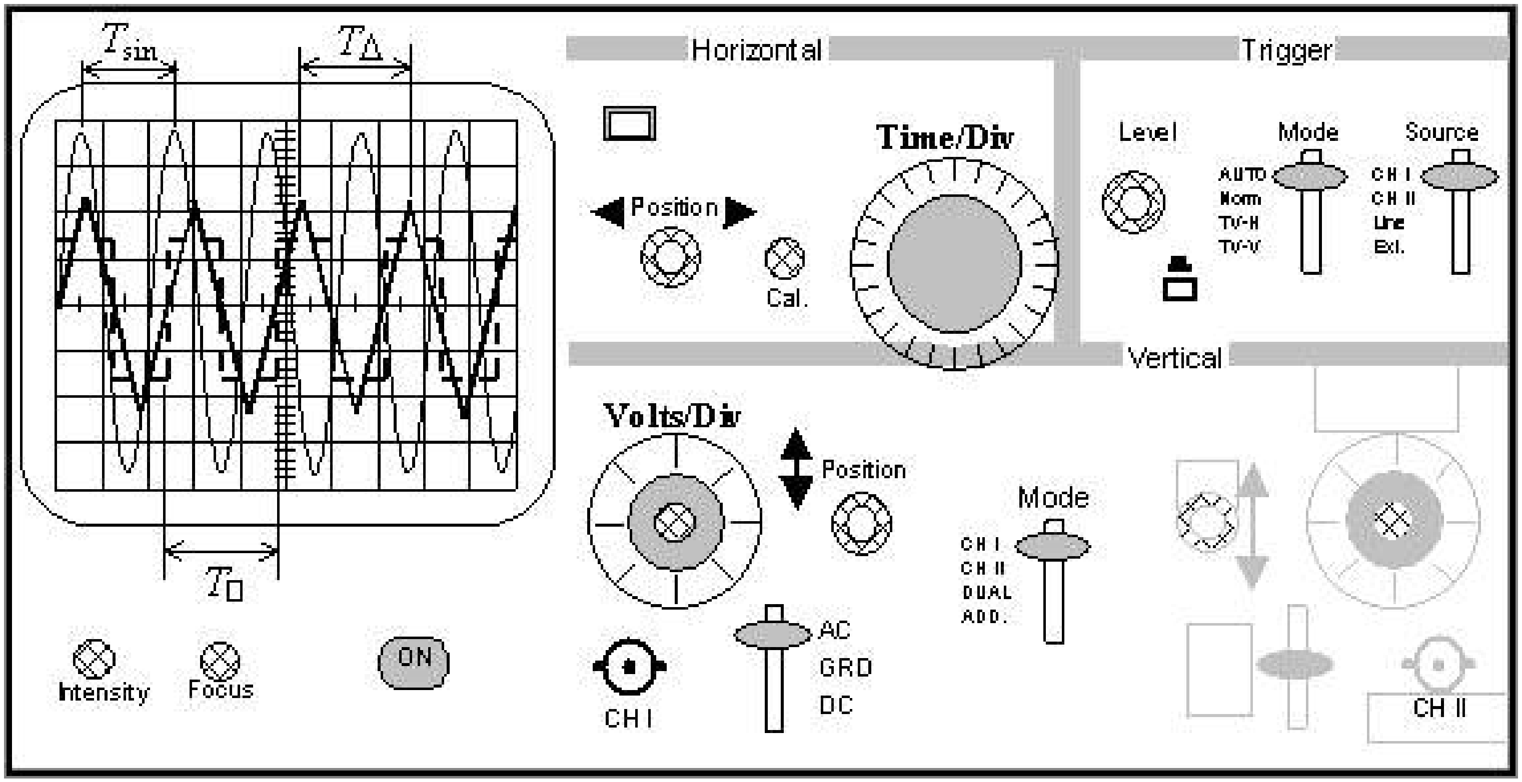


Abbildung von J. Hauk